

基于单元相对刚度系数的结构损伤识别研究*

杜永峰^{1,2} 李卓航¹ 李 慧^{1,2}

(1. 兰州理工大学防震减灾研究所,兰州 730050;

2. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程中心,兰州 730050)

摘 要: 提出了一种基于单元相对刚度的结构损伤识别方法。该方法以结构刚度变化率为损伤指标,定义结构的相对刚度系数,利用特征方程,通过矩阵变换得到结构损伤指标的相对刚度系数表达式,采用快速傅里叶 FFT 与贝叶斯相结合的方法(Fast Bayesian FFT)识别结构的模态参数,计算相对刚度系数,进而得到结构的损伤指标,并同时得到结构的损伤程度和损伤位置。利用 Simulink 模拟结构响应,识别结构模态参数,计算损伤指标判断结构损伤。结果表明,基于单元相对刚度系数的方法能利用较少的模态参数,实现单损伤和多损伤的定位和损伤程度识别,具有一定的抗噪能力,且精度较高。

关键词: 损伤识别; 模态参数识别; 贝叶斯模态参数识别; 多损伤

DOI: 10.7617/j.issn.1000-8993.2013.08.008

STUDY ON STRUCTURAL DAMAGE IDENTIFICATION BASED ON THE RELATIVE ELEMENT STIFFNESS COEFFICIENT

Du Yongfeng^{1,2} Li Zhuohang¹ Li Hui^{1,2}

(1. Institute of Earthquake Protection and Disaster, Lanzhou Univ. of Tech, Lanzhou 730050, China;

2. Western Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou Univ. of Tech, Lanzhou 730050, China)

Abstract: A kind of damage identification method was proposed based on relative element stiffness coefficient. Damage index of structure was defined as the ratio of the variation of relative element stiffness to the undamaged one, relative element stiffness was a function of modal parameters. Then, utilizing the modal parameter, damage of structure can be identified clearly. On the basis of soft Simulink, a structure was used to demonstrate the feasibility of the presented method, the relative stiffness of damaged and undamaged structure was calculated, and then damage index was required as defined. The results showed that the method could efficiently identify the damage position and degree of structure.

Keywords: damage identification; modal parameter identification; Bayesian modal parameter identification; multiple site damage (MSD)

损伤识别技术是结构健康监测最为关键性的环节^[1]。结构损伤能够降低结构的刚度、增大结构的阻尼、改变结构的动态特性^[2],因此,可以利用结构损伤前、后结构动力特性的变化识别结构损伤,研究如何利用结构动力特性使其能更好地反映结构的健康状况为当下研究的一个热点。

比较成熟的损伤识别方法有^[3]: 模态修正法; 灵敏度分析法; 反分析法; 神经网络法; 损伤指标识别法。损伤指标识别法是一类重要的结构损伤识别方法,这类方法无需结构反演来求解结构参数,计算简便容易满足监测系统的要求,因而受到众多研究者的关注。但是许多指标是基于仿真试验或实验室试验的经验归纳构造,理论分析不够深入,导致指

标的损伤定位原理不够明确,没有明确的物理意义和定位机理。

为此,提出一种基于单元相对刚度的结构损伤识别方法。首先,采用快速傅里叶与贝叶斯模态参数识别法相结合的方法 Fast Bayesian FFT 法识别结构的模态参数;其次,定义结构的单元相对刚度系数,并以单元刚度变化率 R_s (Ratio of element stiffness variation) 为结构的损伤指标,利用特征方

* 国家自然科学基金项目(50978130)。

第一作者:杜永峰,男,1962年出生,博士,教授,博士生导师。

电子信箱: dooyf@lut.cn

收稿日期: 2013-03-20

程,通过矩阵变换得到结构 R_s 的单元相对刚度表达式,利用模态参数计算单元相对刚度,从而计算出 R_s ,便可同时识别结构的损伤位置及损伤程度。数值算例表明,该方法能利用较少模态参数识别结构的损伤,具有一定的抗噪能力,能实现单损伤和多损伤的损伤定位和损伤程度识别,且精度较高。

1 结构模态参数识别

1.1 贝叶斯模态参数识别

贝叶斯模态参数识别方法在理论上比其他非贝叶斯模态参数识别方法要好,因为贝叶斯可以通过先验概率将有用的信息整合到识别参数的信号中去,可以利用更多的信息识别结构的参数;且结构的参数存在很大的随机性,利用概率的方法描述更符合参数的本质特性。

采用 Fast Bayesian FFT 法^[4-6]进行模态参数识别,结构响应 $x(t)$ 的快速傅里叶(FFT)变换,可以表示为:

$$F_k = R_k + iG_k = \sqrt{2\Delta t/N} \sum_{j=1}^N x(j) p_j \quad (1)$$

其中 $p_j = \exp\{2\pi i [(k-1)(j-1)/N]\}$
式中: F_k, G_k 为结构响应的 FFT 变换的实部、虚部; $k = 1, 2, \dots, N_q$, 与其对应的频率 $f_k = (k-1)/(N\Delta t)$, N_q 为 $N/2$ 取整。

增广矩阵 $[Z_k] = [R_k, G_k]^T$ 在采样频率较高、采样时间较长的情况下,服从均值为 0、协方差为 C_k 的正态分布^[7]:

$$C_k = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Phi(R_c H_k) \Phi^T & \Phi(\text{Im}_e H_k)^T \Phi^T \\ \Phi(\text{Im}_e H_k) \Phi^T & \Phi(R_c H_k) \Phi^T \end{bmatrix} + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right) [I] \quad (2)$$

其中 $H_k(i, j) = S_{ij} [(\beta_{jk}^2 - 1) + i(2\zeta_i \beta_{jk})]^{-1} \cdot [(\beta_{jk}^2 - 1) + i(2\zeta_i \beta_{jk})]^{-1} \beta_{jk} = f^{(1)}/f_k$

式中: $[H_k]$ 为响应的谱密度矩阵; $R_c H_k$ 为 $[H_k]$ 的实部; $\text{Im}_e H_k$ 为 $[H_k]$ 的虚部; σ^2 为预测误差; $[I]$ 为 $2n \times 2n$ 单位矩阵; β_{jk} 为频率比; $f^{(i)}$ 为固有频率; f_k 为对应于 k 的频率; S_{ij} 为激励的谱密度; ζ_i 为阻尼比。

在应用中一般选择感兴趣的固有频率附近的一段 FFT 数据进行模态参数识别。在假设无信息先验分布的情况下,结构参数 θ 的后验分布为:

$$p(\theta | \{Z_k\}) \propto p(\{Z_k\} | \theta) = (2\pi)^{-\llbracket N_q-1 \rrbracket / 2} \cdot \left[\prod_{k=2}^{N_q} \det(C_k(\theta)) \right]^{-1/2} \cdot$$

$$\exp\left[-\left(\frac{1}{2}\right) \sum_{k=2}^{N_q} Z_k^T C_k(\theta)^{-1} Z_k\right] \quad (3)$$

求其似然函数并化简可得:

$$L(f, \zeta, S, \sigma^2) = nN_f \ln 2 - (n-1)N_f \ln \sigma^2 - \sum_k \ln(SD_k + \sigma^2) - \sigma^{-2}(d - \hat{\lambda}) \quad (4)$$

$$D_k = [(\beta_k^2 - 1)^2 + (2\zeta\beta_k)^2]^{-1}$$

$$d = \sum_k (F_k^T F_k + G_k^T G_k)$$

$$A = \sum_k [1 + (\sigma^2/S D_k)]^{-1} M_k$$

$$M_k = F_k F_k^T + G_k G_k^T \quad (5)$$

式中: $\hat{\lambda}$ 为矩阵 $[A]$ 的最大特征值。

通过奇异值谱得到结构大致的固有频率,在固有频率附近选取一段来计算所对应的模态参数。由于选择区段长度及位置对识别结果影响较大,若长度太长则会引入其他频率段成分的信号,加大了信号的噪声;太短则会漏掉一些有用的信息。两者都会影响识别精度,特别是对结构的周期和阻尼比的影响较大。选取区段时,首先,采用奇异值谱确定大致的固有频率;其次,在固有频率附近选择计算的频段。在选好的频段内应用优化方法来求取似然函数 L 的最优值(最大值),当 L 取得最优时对应的参数即为待识别参数,即振型 $[A]$ 的最大特征值所对应的特征向量。

1.2 初值选取

初值的选取关系优化的收敛速度。固有频率 $f^{(i)}$ 的初值由奇异值谱的峰值取得;阻尼比 ζ_i 初值可以根据结构选取:混凝土选 0.05,钢结构选 0.03;预测误差 σ^2 由 $(d - \lambda_0)/[(n-1)N_f]$ 计算;激励的谱密度 S 由 $4\sigma^2 \zeta^2$ 计算。 λ_0 为 $[A_0] = \sum_k M_k$ 的最大特征值; d 为矩阵 $[A_0]$ 的迹; N_f 为所选区段内数据点的数目。

2 单元相对刚度系数

2.1 损伤指标

由结构动力学知识可得:

$$\omega_i^2 [M] \varphi_i = [K] \varphi_i \quad (6)$$

式中: $[M]$ 为质量矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; ω_i 为结构的第 i 阶圆频率; φ_i 为结构的 i 阶振型。

若结构自由度数为 n ,单元数为 m ,则 $[K] \varphi_i$ 可表示为:

$$[K] \varphi_i = H_i [k] (H_i \in R^{n \times m}, k \in R^{m \times 1}) \quad (7)$$

式中: $[k]$ 为单元刚度矩阵。

由此可得:

$$\omega_i^2 [M] \varphi_i = H_i [k] \quad (M \in R^{n \times n}) \quad (8)$$

$$\text{记 } Y_i = \omega_i^2 [M] \varphi_i \quad (9)$$

$$\text{则式(8)可写成: } Y_i = H_i [k] \quad (10)$$

其中 $[k] = [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_n]^T$

对不同模态 $[Y] = [Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_m]^T$, $[H] = [H_1 \ H_2 \ \dots \ H_m]^T$ 。由此可得:

$$[k] = [H]^{-1} [Y] \quad (11)$$

式中: $[H]^{-1}$ 为 $[H]$ 的广义逆矩阵。

在损伤识别中,假设刚度发生变化而质量不变,结构的损伤程度可以用损伤前、后结构刚度变化率来反映。但结构的质量未知,不能直接计算出结构的刚度,即刚度变化率不能直接计算出来。

定义单元相对刚度: $[k'] = \omega_i^2 [H]^{-1} \varphi_i$

由式(11)可得:

$$[k] = \text{diag}([k']) m \quad (12)$$

式中: $[k]$ 为单元刚度矩阵; $[k']$ 为单元相对刚度矩阵。

定义损伤指标为单元相对刚度变化率 R_s 。

$$R_s = |\Delta k' / k'| \quad (13)$$

其中 $k' = \omega^2 [H]^{-1} \varphi$

式中: $\Delta k'$ 为单元相对刚度的变化值。

由式(12)可得: $|\Delta k / k| = |\Delta k' / k'|$, 即结构损伤前后刚度变化率可以用相对单元刚度的变化率表示,即:

$$R_s = |\Delta k' / k'| \quad (14)$$

从式(14)可以看出,损伤指标 R_s 为模态参数的函数,仅利用结构的模态参数即可计算 R_s , 识别结构损伤。当 $R_s = 1$ 时,表示单元刚度完全丧失; $R_s = 0$ 时表示结构未发生损伤。

2.2 矩阵 $[H]$

式(6)可理解为一个力平衡方程: 由于质量矩阵为对角矩阵, 等式左边项可理解为以大小为 $\omega_i^2 \varphi_i$ 的加速度所受到的惯性力; 而等式右边项为以 φ_i 为变形的响应刚度对其提供的恢复力。对任意质点 j , 若质点 t 对其有约束, 且约束的刚度为 k_T 。根据力的平衡可得:

$$\omega_i^2 m_j \varphi_j = \sum (\varphi_{ij} - \varphi_{it}) k_T \quad (15)$$

式中: φ_{it} 为第 i 阶振型质点 t (对 j 有约束) 的振型系数。

将式(15)写为矩阵形式, 并将对 j 质点没有约束的项用 0 代替, 可得:

$$\omega_i^2 m_j \varphi_j = [0 \ \dots \ \varphi_j - \varphi_i \ \dots \ 0] \times [k_1 \ k_2 \ \dots \ k_m]^T \quad (16)$$

对所有质点进行如式(8)的计算, 按照分块矩

阵的思想对其进行组装, 即可得到如下矩阵:

$$\begin{bmatrix} \omega_i^2 m_1 \varphi_{i1} \\ \vdots \\ \omega_i^2 m_j \varphi_{ij} \\ \vdots \\ \omega_i^2 m_n \varphi_{in} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{i1} \\ \vdots \\ h_{ij} \\ \vdots \\ h_{in} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_j \\ \vdots \\ k_m \end{bmatrix} \quad (17)$$

分块矩阵 $[h_{ij}] = [0 \ \dots \ \varphi_{ij} - \varphi_{it} \ \dots \ 0]_{1 \times m}$
 $j = 1, 2, \dots, n$

$$\text{即: } H_i = [h_{i1} \ \dots \ h_{ij} \ \dots \ h_{in}]^T \quad (18)$$

对矩阵 $[H]$ 进行分析可得结构能实现损伤识别的最小阶数: 对 $H_{n \times n}$, 若 $r_{\text{and}}(H) = n$ 则可以实现损伤程度的判别; 若 $r_{\text{and}}(H) < n$ 则不能判断损伤的程度。

3 数值模拟

为验证方法的有效性, 以某 7 层框架宿舍楼模型为背景提取其刚度和质量。通过建立模型, 调整结构刚度模拟结构损伤。完好结构计算参数如表 1 所示。

表 1 结构物理参数

Table 1 The physical parameters

层数	刚度/ ($10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$)	质量/ (10^5 kg)	层数	刚度/ ($10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$)	质量/ (10^5 kg)
1	1.33	8.81	5	1.06	8.80
2	1.33	8.81	6	1.06	8.80
3	1.24	8.81	7	1.06	8.80
4	1.24	8.81			

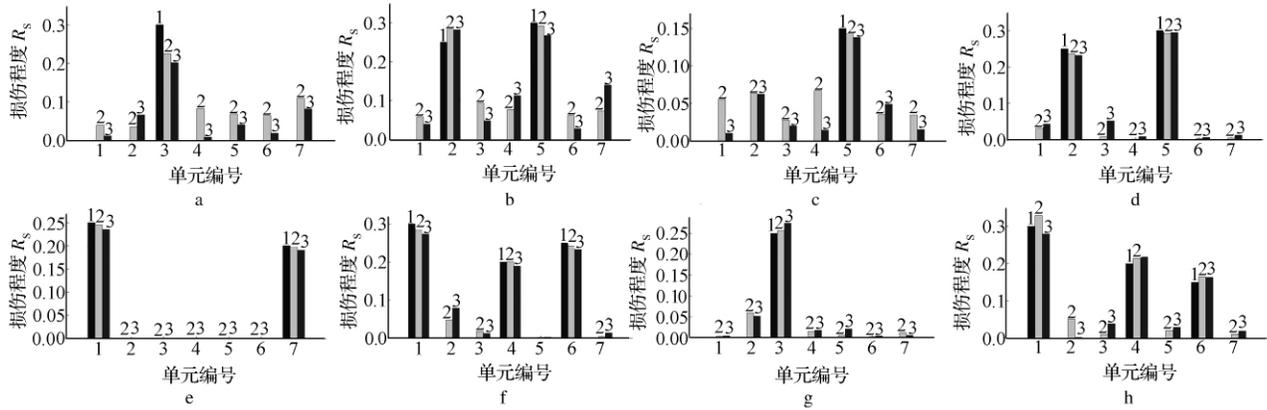
为了模拟结构不同的损伤位置、不同损伤程度、不同模态、单损伤和多损伤, 设置 8 种损伤工况, 如表 2 所示。

表 2 结构损伤工况

Table 2 Damage cases

工况	损伤单元	损伤程度/%	输入模态
1	3	30	1 阶
2	2,5	25,20	1 阶
3	5	15	1,2 阶
4	2,5	25,30	1,2 阶
5	1,7	25,20	1,2 阶
6	1,4,6	30,20,15	1,2 阶
7	3	25	1,2,3 阶
8	1,4,6	30,20,15	1,2,3 阶

用 Simulink 建立模型, 施加白噪声激励, 模拟不同工况下结构的响应, 采集结构的加速度响应。在结构响应信号中分别加入噪声比为 5%、10% 的噪声模拟实际测量时引入的噪声干扰。利用 Fast Bayesian FFT 法识别结构模态参数。根据计算出的



a—工况 1; b—工况 2; c—工况 3; d—工况 4; e—工况 5; f—工况 6; g—工况 7; h—工况 8
1—理论值; 2—噪信比 5%; 3—噪信比 10%

图 1 计算结果

Fig. 1 The calculated results

模态参数 结合式(14) 计算 R_s 结果如图 1。

由计算结果可以看出, 损伤单元的 R_s 值明显比未损伤单元大。未损伤单元由于噪声等因素的影响 R_s 值不为零, 但与损伤单元相比要小很多, 从而可以找出结构损伤的单元, 确定结构损伤位置。确定损伤位置后, 可利用损伤单元的 R_s 判断损伤程度。对算例 结构 1 阶模态不能进行损伤程度的识别, 故对工况 1、2 不进行损伤程度的探讨。结构损伤程度识别的结果如表 3。

表 3 结构损伤程度识别结果

Table 3 Identification result of damage level

工况	理论值	噪信比 5%		噪信比 10%	
		识别值	误差/%	识别值	误差/%
工况 3	0.15	0.143 2	4.551 4	0.138 1	7.929 8
	0.25	0.235 7	5.726 7	0.231 7	7.308 0
工况 4	0.30	0.292 7	2.440 2	0.294 5	1.819 9
	0.25	0.245 0	2.016 0	0.235 0	6.001 6
工况 5	0.20	0.198 0	1.000 6	0.190 9	4.564 1
	0.30	0.283 8	5.410 6	0.273 9	8.994 7
工况 6	0.20	0.200 7	0.367 7	0.189 7	5.166 1
	0.25	0.242 4	3.020 5	0.232 9	6.841 7
工况 7	0.25	0.256 3	2.527 5	0.264 6	5.828 0
	0.30	0.319 3	6.434 8	0.279 8	6.736 6
工况 8	0.20	0.214 3	7.137 9	0.218 2	9.098 2
	0.15	0.159 9	6.600 0	0.163 5	9.017 3

表 3 为不同损伤工况时, 损伤单元的 R_s 值。从表 3 可看出, 利用 2 阶或 3 阶模态可以进行损伤位置和损伤程度的识别, 其误差在 10% 以内, 能够反映实际的损伤情况; 工况 3—工况 6 与工况 7、工况 8 对比可以发现, 利用 3 阶模态参数识别的 R_s 精度与利用 2 阶模态参数识别的 R_s 精度相当, 且误差都不大(误差在 10% 以内), 即利用 2 阶模态即可较好地

识别结构的损伤。

4 结 语

1) 该方法物理意义明确, R_s 值反映损伤刚度与原刚度的比值, 即 R_s 值的大小直接反映损伤程度。

2) 能利用较少的模态参数识别单损伤和多损伤结构的损伤位置和损伤程度。对剪切型结构利用 1 阶模态参数即可实现损伤的定位, 多余 1 阶可实现损伤位置和程度的判别。

3) 具有一定的抗噪能力, 识别结果误差较小, 能反映出结构损伤的真实情况。

参考文献

- [1] 孙晓丹, 欧进萍. 基于小波包和概率主成分分析的损伤识别[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 12-17.
- [2] Doebling S W, Farrar C R, Prime M B, et al. Damage Identification and Health Monitoring of Structural and Mechanical Systems from Changes in Their Vibration Characteristics: a Literature Review [R]. Los Alamos, Los Alamos National Laboratory Report LA-13070-MS, 1996.
- [3] 郭惠勇, 李正良, 彭川. 结构损伤动力识别技术的研究与进展[J]. 重庆建筑大学学报, 2008, 30(1): 140-145.
- [4] Siu-Kui Au, ASCE AM. Fast Bayesian FFT Method for Ambient Modal Identification with Separated Modes [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2011, 137(3): 214-226.
- [5] Siu-Kui Au. Fast Bayesian Ambient Modal Identification in the Frequency Domain, Part II: Posterior Uncertainty [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 26: 76-90.
- [6] Siu-Kui Au. Fast Bayesian Ambient Modal Identification in the Frequency Domain, Part I: Posterior Most Probable Value [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2012, 26: 60-75.
- [7] Yuen K V, Katafygiotis L S, Beck J L. Spectral Density Estimation of Stochastic Vector Processes [J]. Probab. Eng., 2002(2): 81-95.