

# 神经网络在自由曲线插补中的应用研究

邬再新 李华兵

(兰州理工大学 机电工程学院, 兰州 730000)

**摘要:** 针对 NURBS 曲线插补中求导误差大、计算复杂等问题, 提出了采用 RBF 神经网络对自由曲线进行插补的方法; 并以弓高误差为约束条件, 建立一个进给步长可变的神经网络数控插补模型。另外根据曲线曲率的变化规律找出插补过程中的速度敏感点, 在到达该速度敏感点之前将速度降低到指定值, 从而进行有效的速度规划。最后在 MATLAB 平台上进行仿真实验, 结果表明, 该模型结构简单、计算量小、插补精度高, 能够在保证加工效率和加工质量的同时降低柔性冲击。

**关键词:** 自由曲线; 神经网络; 数控插补; S 型加减速

**中图分类号:** TH166; TG506 **文献标识码:** A

## Research on the Application of Neural Network in Free Curve Interpolation

WU Zai-xin, LI Hua-bing

(Institute of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730000, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of large error derivation and complex calculation in NURBS curve interpolation, the method of interpolating free curves by using RBF neural network is proposed. And a neural network numerical control interpolation model with variable feed step is established by using the bow height error as the constraint condition. In addition, the velocity sensitive point in the interpolation process is found out according to the change law of curvilinear curvature, and the speed is reduced to the specified value before reaching the speed sensitive point, thus the effective speed planning is carried out. Finally, the simulation experiment on the MATLAB platform shows that the model has the advantages of simple structure, small calculation and high interpolation precision accuracy, which can reduce the flexible impact while ensuring the processing efficiency and quality.

**Key words:** free curve; neural network; numerical control interpolation; S type acceleration and deceleration

## 0 引言

自由曲线是指无法用数学公式表达, 而是由一些型值点用平滑曲线连接而成的曲线<sup>[1]</sup>。目前对于这类曲线一般是采用 NURBS 曲线建模的方法, 得到曲线的数学表达式, 再根据该数学表达式进行插补<sup>[2-4]</sup>。赵平等<sup>[5]</sup>提出基于 NURBS 曲线插补方法对数控程序进行后处理, 用过合理选择基函数、控制点、权因子等参数来实现拟合精度及进给速度的优化。王允森等<sup>[6]</sup>以抛物线插值结合牛顿迭代法, 提出一种新的 RURBS 曲线插补算法。梁盈富等<sup>[7]</sup>运用 3 阶 NURBS 曲线实现对自由曲线的插补运算, 通过改进的 4 阶阿当姆斯微分方程预估插补中插补参数, 实现数据点的密化。但 NURBS 曲线建模法涉及的计算量大、求导误差大、且比较复杂, 对相关数学知识的掌握要求较高, 这就在一定程度上造成了插补的困难。

神经网络是一门活跃的边缘性交叉学科, 它所具

有的并行运算能力可大幅度缩短插补运算时间, 良好的非线性逼近能力和自学习能力使之能对任意曲线及空间离散点进行直接插补。现有的神经网络插补算法<sup>[8]</sup>大多是针对特殊的曲线形式, 如抛物线、双曲线等, 且都是以一个恒定的进给速度来进行研究, 没有考虑插补时进给速度的波动对最终插补结果造成的影响。本文以 RBF(径向基)网络为基础, 在对插补精度分析时充分考虑弓高误差的影响, 并结合 5 段 S 型加减速策略, 提出一种新的神经网络数控插补模型。

## 1 神经网络插补模型

### 1.1 神经网络结构设计

RBF 网络属于三层前馈网络, 由三部分组成: 一组感知单元组成的输入层、计算节点的隐含层和计算节点的输出层。输入层选  $x_{i-1}$ 、 $y_{i-1}$ 、 $\Delta L$  三个节点, 分别为前一个插补点的坐标值和进给步长。传递函数为高

斯函数。输出层为两个节点,即下一个插补点的坐标值  $x_i$ 、 $y_i$ 。而 RBF 网络不需要人为确定隐含层神经元的个数,这就最大限度的避免了人为主观假定对网络预测结果造成的影响。神经网络结构如图 1 所示。

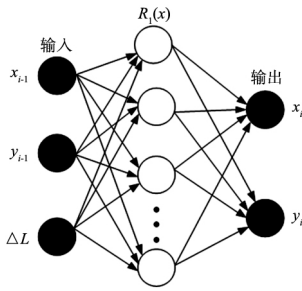


图 1 RBF 神经网络结构

确定了网络的结构之后,需要获取一组样本数据对该神经网络进行训练。对于自由曲线,可用已知的一些型值点作为神经网络的输入样本。

### 1.2 RBF 网络模型的学习算法

RBF 网络的学习要求解 3 个参数: 径向基函数的中心  $c_i$ 、宽度  $\sigma_i$ 、隐含层到输出层的权值。网络的学习算法一般包括确定径向基函数的中心和径向基函数权值学习调整两个阶段。

本文以自组织选取中心算法和最小二乘法来求解这 3 个参数。具体步骤如下:

(1) 网络初始化。随机的选择  $h$  个训练样本作为聚类中心  $c_i(k)$  ( $i = 1, 2, \dots, h; k$  为迭代次数)。

(2) 计算输入的所有样本与聚类中心之间的距离  $\|x_j - c_i(k)\|$  ( $i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2, \dots, n; n$  为输入样本的个数)。

(3) 将输入的所有训练样本按最近邻规则进行分组。即当  $i(x_j) = \min \|x_j - c_i(k)\|$  ( $i = 1, 2, \dots, h; j = 1, 2, \dots, n$ ) 时,  $x_j$  被归为第  $i$  类,即  $x_j \in \theta_i(k)$  ( $\theta_i(k)$  为第  $i$  个聚类域)。

(4) 重新调整聚类中心。

$$c_i(k+1) = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in \theta_i(k)} x \quad (1)$$

式中,  $i = 1, 2, \dots, h; n_i$  为第  $i$  个聚类域  $\theta_i(k)$  当中所包含的样本个数。

(5) 如果  $c_i(k+1) \neq c_i(k)$ ,转到步骤(2); 否则聚类结束。

(6) 求解方差  $\sigma_i$ 。因为 RBF 神经网络的径向基函数为高斯函数,所以方差  $\sigma_i$  可由下式求解:

$$\sigma_i = \frac{c_{\max}}{\sqrt{2h}} \quad (2)$$

式中,  $i = 1, 2, \dots, h; c_{\max}$  为所选取中心之间的最大距离。

(7) 计算隐含层和输出层之间的权值  $\omega$ 。当确定了径向基函数的中心  $c_i$  和宽度  $\sigma_i$  之后,隐含层至输出层之间的输出权值就可以采用最小二乘法直接计算得到。计算公式为:

$$\omega = \exp\left(\frac{h}{c_{\max}^2} \|x_j - c_i\|^2\right) \quad (3)$$

式中,  $j = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, h$ 。

## 2 步长 $L$ 的选取

### 2.1 进给速度约束的步长

根据编程提供的进给速度  $F_0$ , 将给定轮廓曲线细分成许多微小直线段,即轮廓步长,且每个插补运算周期只计算一次。因此,由进给速度  $F_0$  和插补周期  $T$  确定的轮廓步长为:

$$L_n = F_0 T \quad (4)$$

### 2.2 轮廓误差约束的步长

用神经网络建立的插补模型进行插补时,不存在弦长误差,只存在用直线逼近曲线时产生的弓高误差,即轮廓误差。图 2 中,  $E_i$  为弓高误差,  $\rho_i$  为曲率半径,  $L_i$  为进给步长。

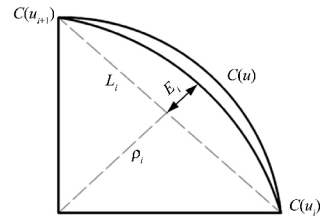


图 2 圆弧近似弓高误差分析图

根据其几何关系有:

$$E_i = \rho_i - \sqrt{\rho_i^2 - \left(\frac{L_i}{2}\right)^2} \quad (5)$$

假设机床加工所允许的最大弓高误差为  $E_{\max}$ ,由式(4)可得在该误差约束条件下的进给步长为:

$$L_i = 2 \sqrt{\rho_i^2 - (\rho_i - E_{\max})^2} \quad (6)$$

## 3 速度规划和前瞻控制

### 3.1 自适应区域分析

对弓高误差进行分析,并将分析结果引入到插补步长变化控制当中,使插补步长能够根据曲率的变化进行自适应的调整,但同时也不可避免的造成进了给速度的频繁波动。随着曲线曲率的增大,当速度以  $F_0$  插补出的点无法满足精度要求时,速度就会由  $F_0$  下降为由最大弓高误差约束下的进给速度  $F_1$ 。 $F_0$  与  $F_1$  之间的数值差距会引起速度的突变,引起过大的进给加速度。而过大的加速度将给机床带来巨大冲击,甚至产生破坏,因此必须在插补中考虑加减速的问题。

### 3.2 加减速规划

根据以上对自适应区域的分析,文章采用简化后的五段 S 曲线加减速控制算法,将自适应区域的速度规划为加减速段、减减速段、匀速段、加加速段和减加速段<sup>[9]</sup>,如图 3 所示。

以进入自适应区域之后的减速阶段为例进行分析,如图 3 所示,其速度曲线为二次抛物线,加速度曲线为线性直线,加加速度曲线为常数直线。从图 3 可

以看出,整个减速过程可以分为两部分:加减速段和减减速段。以加减速过程为例,设该过程的速度方程为:

$$V_1(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 \quad (7)$$

对速度方程分别求一阶、二阶导数,可得到加速度、加加速度方程:

$$A_1(t) = a_1 + 2a_2t \quad (8)$$

$$J_1(t) = 2a_2 \quad (9)$$

设减速过程的开始时刻为0,起始速度为 $V_s$ ,终止速度为 $V_e$ ,最大加速度为 $A$ ,最大加加速度为 $J$ 。加减速阶段的时间为 $0 \sim t_1$ ,减减速阶段的时间为 $t_1 \sim t_2$ ,其中 $t_1$ 既是加减速阶段的终止时刻,也是减减速阶段的开始时刻。

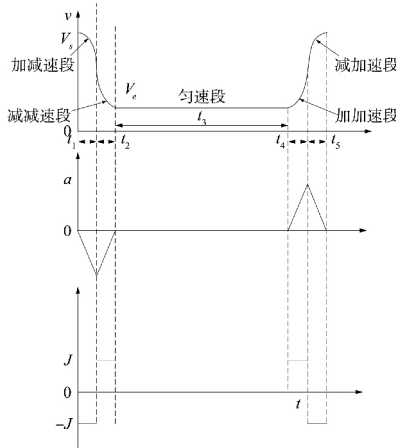


图3 5段S型加减速

结合图3对减速过程进行分析可得,当 $t = 0$ 时,速度为 $V_s$ ,加速度为0,加加速度为 $-J$ ,即:

$$\begin{cases} V_1(0) = a_0 + a_1t_0 + a_2t_0^2 = V_s \\ A_1(0) = a_1 + 2a_2t_0 = 0 \\ J_1(0) = 2a_2 = -J \end{cases} \quad (10)$$

对方程组(10)进行整理,可得出各项系数: $a_0 =$

$$V_s, a_1 = 0, a_2 = -\frac{J}{2}.$$

因此,加减速段的速度方程为:

$$V_1(t) = V_s - \frac{J}{2}t^2 \quad (11)$$

当 $t = t_1$ 时,减速过程可达到最大加速度值, $A_1(t_1) = -Jt_1 = -A$ ,得:

$$t_1 = \frac{A}{J} \quad (12)$$

同理,可推导出减减速段的速度方程为:

$$V_2(t) = V_e + \frac{2A^2}{J} - 2At + \frac{J}{2}t^2 \quad (13)$$

因为整个减速段的速度曲线是连续的,所以有:

$$V_1(t_1) = V_2(t_1) \quad (14)$$

将式(11)~式(13)代入式(14)得:

$$V_s - V_e = \frac{A^2}{J} \quad (15)$$

设整个减速阶段的速度变化量为 $\Delta V$ ,有 $\Delta V = V_e - V_s$ 。分析可知,只有当 $|\Delta V| = \frac{A^2}{J}$ 时,插补运算才能达到机床的最大加速度和最大加加速度。若 $|\Delta V| < \frac{A^2}{J}$ ,则加速度无法达到最大值 $A$ 。设此时达到的加速

度为 $A_k$ ,由式(15)可得:

$$A_k = \sqrt{J|\Delta V|} \quad (16)$$

若 $|\Delta V| > \frac{A^2}{J}$ ,则加加速度无法达到最大值 $J$ ,设

此时达到的加速度为 $J_k$ ,由式(12)可得:

$$J_k = \frac{A^2}{|\Delta V|} \quad (17)$$

因此在推导加减速段和减减速段的速度方程时,首先应根据 $\Delta V$ 与 $\frac{A^2}{J}$ 的关系,计算加减速段、减减速段能达到的最大加速度和最大加加速度,然后由式(11)、式(13)分别求出加减速段和减减速段的速度方程。同理可求出加速过程中加加速段和减加速段的速度方程。

### 3.3 前瞻控制

前瞻控制的目的是为了在到达速率敏感点之前将速度降到由弓高误差约束下的速度值<sup>[10]</sup>。首先对整条轨迹进行快速预插补,并在此过程中完成曲线曲率的计算、速率敏感点的识别。对于五段S型加减速阶段,其前瞻距离的计算包括加减速阶段和减减速阶段的位移距离。对式(11)积分可得加减速段的位移曲线方程:

$$S_1(t) = S_0 + V_s t - \frac{J}{6}t^3 \quad (18)$$

因此,加减速段的位移距离为:

$$L_1 = S(t_1) - S(0) \quad (19)$$

同理可得减减速段的位移距离 $L_2$ ,故减速段的位移量为:

$$L_d = L_1 + L_2 \quad (20)$$

得到减速距离 $L_d$ 后,以速率敏感点为起点向前寻找插补点 $m$ ,其对应的路径 $L_m$ 应满足 $L_m \geq L_d$ ,则插补点 $m$ 即为减速起始点。

## 4 仿真实验与分析

为了验证上述神经网络插补模型的有效性,在MATLAB平台上进行仿真测试。为了使结果直观,好做比较,本文选择正弦曲线为例进行仿真计算。预设参数为:插补周期和采样周期为 $T = 2\text{ms}$ ,仿真时的编程速度为 $F_0 = 70\text{mm/s}$ ,允许的最大加速度为 $A_{\max} = 50\text{mm/s}^2$ ,允许的最大加加速度为 $J_{\max} = 250\text{mm/s}^3$ ;最大弓高误差设定为 $\varepsilon_{\max} = 2\mu\text{m}$ 。采用简化后的5段S型加减速控制算法,选取曲线上一组型值点作为训练样本,对模型进行训练;以训练后的模型输出作为刀具轨迹点。

### 4.1 轮廓误差分析

当只考虑由进给速度和插补周期约束下的进给步长,而不考虑轮廓误差控制时,应用RBF神经网络算法对上述参数设置的曲线进行仿真插补,得到的弓高误差曲线如图4所示。从图4可以看出,当以恒定的进给速度对曲线进行插补时,由于进给速度和插补周期不变,导致插步步长为定值;而当曲线曲率增大时,插步步长无法进行自动调节,弓高误差也会随之增大。图中的两个波峰相对应于 $\sin$ 函数曲线两个曲率较大的位置。图4中的最大弓高误差为 $2.4\mu\text{m}$ ,已超过预

先设定的最大弓高误差允许值。

采用本文提出的神经网络插补算法对上述参数设置的曲线进行仿真测试,得到弓高误差曲线,如图 5 所示。从图 5 可以看出,由于充分考虑了轮廓误差控制,最大弓高误差被很好的控制在  $2\mu\text{m}$  以内。在曲线曲率发生较大波动时时,模型能够根据曲率的变化对插补步长进行相应的调整,从而保证弓高误差始终小于设定的最大弓高误差。

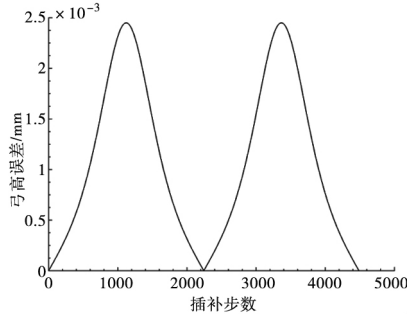


图 4 弓高误差曲线

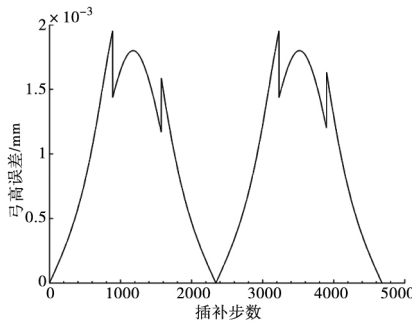


图 5 弓高误差曲线

### 4.2 速度和加速度分析

仿真得到的速度、加速度曲线如图 6、图 7 所示。从图 6、图 7 可以看出,在整个插补过程中,速度、加速度保持平稳,保证了零件的表面质量和加工效率。图 8 为局部速度曲线,从图中可以看出,在插补过程中,速度曲线变化平滑,实现了平滑无冲击的进给过程。

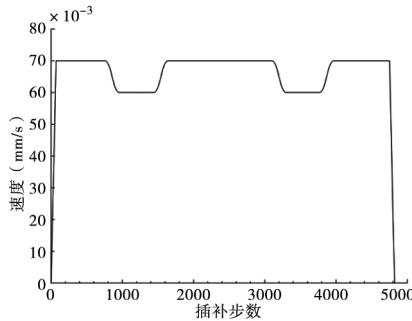


图 6 速度曲线

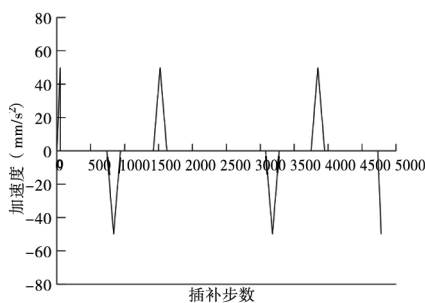


图 7 加速度曲线

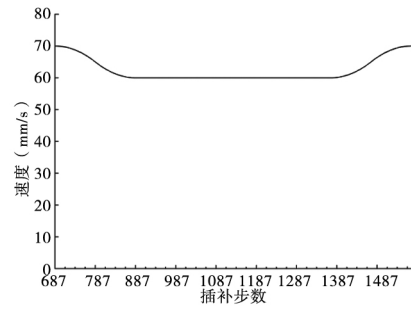


图 8 局部速度曲线

## 5 结束语

文章对神经网络技术在自由曲线插补当中的应用进行了研究,得到如下结论:

(1) 利用本文构建的神经网络模型对自由曲线进行插补时,只需知道待加工曲线上的一部分型值点,并且不涉及求导等复杂的数学推导,具有原理简单、计算量小、插补精度高和插补速度快等优点。

(2) 通过对弓高误差进行分析,推导出在最大弓高误差约束条件下的插补步长;并结合 5 段 S 型加减速控制策略,使整个插补过程中的速度和加速度保持平稳,实现了数控机床平滑、无冲击的进给过程,最大限度的平衡了进给速度和加工精度之间的矛盾。

### [参考文献]

[1] 周永情,李德明,孙军伟,等.自由曲线轮廓数控刀具路径生成及加工[J].组合机床与自动化加工技术,2013(1):106-108.

[2] 邬再新,王凯,王连波,等.基于神经网络的自由曲线插补研究[J].制造技术与机床,2007,34(9):60-62.

[3] ZHOU J F,SUN Y W, GUO D G. Adaptive feed-rate interpolation with multiconstraints for five-axis parametric toolpath[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2014, 71(9-12): 1873-1882.

[4] LIU Y,LIU J,DENG Z L. A study of dynamics of feedrate system-based interpolator for NURBS curve[J]. International Journal of Computer Applications in Technology, 2011, 41(1/2): 117-124.

[5] 赵平,胡韶华,汪女辉. NURBS 曲线插补在数控加工中的应用研究[J].机械设计与制造,2016(5):167-170.

[6] 王允森,杨东升,刘荫忠,等. NURBS 插补中的速度规划与参数计算[J].计算机集成制造系统,2014,20(8):1896-1902.

[7] 梁盈富,张宇鑫,罗枚,等. NURBS 插补算法在自由曲线插补中的研究与应用[J].精密制造与自动化,2017(2):16-18.

[8] 王立松,刘胜利,陈明君,等.基于三层前向神经网络的抛物线轮廓插补[J].制造技术与机床,2001(3):23-24.

[9] 罗亮,高敏,黄正良,等. B 样条曲线柔性加减速前瞻控制算法的研究[J].机械设计与制造,2017(9):254-256,260.

[10] 刘筱,吴文江,郑颢默.柔性 S 型加减速控制算法研究[J].组合机床与自动化加工技术,2014(3):66-68.

(编辑 李秀敏)