

doi:10.13436/j.mkjx.201502037

# 提升系统钢丝绳纵向振动的控制研究

姚运萍, 雷金龙

(兰州理工大学 机电工程学院, 兰州 730050)

**摘要:**以矿井提升系统中柔性钢丝绳的纵向振动为研究对象,考虑钢丝绳刚性运动与变形运动的相互影响,应用 Hamilton 原理建立变长度提升系统钢丝绳的运动方程。同时,设计出在预定加速时间内,既使系统达到预定的运动状态,又使其振动大幅度减小的变结构控制算法。仿真结果表明,这种方法明显地降低了系统的振动幅度,为矿井提升系统钢丝绳纵向振动特性的进一步分析提供了依据。

**关键词:**提升系统; 钢丝绳; 纵向振动; 变结构控制

中图分类号: TH211.6; TB533.1 文献标志码: A 文章编号: 1003-0794(2015)02-0088-03

## Control Research on Longitudinal Vibration of Rope Hoisting Systems

YAO Yun-ping, LEI Jin-long

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** Aiming at the longitudinal vibration of rope hoisting systems, the governing equations were developed employing the energy method and Lagrange method considering mutual influences between rigid motion and rope deformation. At the same time, designing a variable structure control algorithm, not only makes the system reach the predetermined state of motion, but also reduces the vibration of the system significantly in the acceleration of the scheduled time. The simulation results show that this method reduced the vibration amplitude of the system very obviously, and provides reference to further study on the longitudinal vibration characteristics of the wire rope hoisting systems.

**Key words:** hoisting system; rope; longitudinal vibration; variable structure control

### 0 引言

提升系统中的异常振动严重影响了机电设备的正常工作、提升钢丝绳的使用寿命、乘员的安全与乘坐舒适性。国内外对其安全问题都极为重视,但由于提升系统工况特殊且复杂,尤其是因异常振动和冲击导致的提升钢丝绳断绳安全事故仍频繁发生,造成生命和财产的惨重损失。因此,对于提升系统性能的研究尤为重要。

本文应用 Hamilton 原理建立变长度提升系统钢丝绳的运动方程。同时,设计出在预定的加速时间内,既使系统达到预定的运动状态,又使其振动大幅度减小的变结构控制算法,并运用 Matlab 对钢丝绳的动态特性进行了仿真,验证了变结构控制算法的可行性。

### 1 矿井提升系统的纵向振动模型

#### (1) 提升系统的纵向振动

将提升系统简化为一端附有质量  $m$  的轴向受力、运动的变长度绳子,如图 1 所示。绳的单位长度质量为  $\rho$ ,横截面积为  $A$ ,弹性模量为  $E$ 。在运动过程中,记绳长为  $l(t)$ ,绳上  $x(t)$  处的纵向振动位移为  $w(x,t)$ ,  $v(t)=\dot{l}(t)$  为提升系统的纵向运动速度,  $a(t)=$

$\dot{v}(t)$  为提升系统纵向运动加速度。

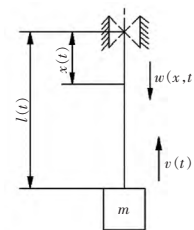


图 1 矿井提升系统模型

弦线上  $x$  处的位移向量  $R$  和速度向量  $v$

$$R = \{x(t) + w[x(t), t]\} \mathbf{j} \quad (1)$$

$$v = \{v(t) + [w_t(t) + v(t)w_x(t)]\} \mathbf{j} \quad (2)$$

式(2)中下标“ $t$ ”、“ $x$ ”分别表示对  $t$  和  $x$  的偏导数。在下面的公式中分别以  $w$ 、 $w_t$ 、 $w_x$  表示  $w(x,t)$ 、 $w_t(x,t)$ 、 $w_x(x,t)$ 。

与重物连接处绳的位移向量  $R_C$  和速度向量  $v_C$  分别为

$$R_C = \{l(t) + w[l(t), t]\} \mathbf{j} \quad (3)$$

$$v_C = \{v(t) + w_t[l(t), t]\} \mathbf{j} \quad (4)$$

同时假设:①绳子的  $\rho$ 、 $E$  和  $A$  为恒定值;②不考虑绳子横向振动的影响;③钢丝绳纵向振动引起的变形相对于整个绳长来说很小;④忽略绳子的弯

曲刚度、各种阻尼和摩擦力的影响。

(2) 运动方程的建立

系统动能

$$T = \frac{1}{2} m v_c \omega_c |_{x=l(t)} + \frac{1}{2} \rho \int_0^{l(t)} V_0 V dx \quad (5)$$

系统弹性势能

$$E_k = \int_0^{l(t)} (P \omega_x + \frac{1}{2} EA \omega_x^2) dx \quad (6)$$

其中  $P$  为弦线在静平衡状态下的张紧力, 其表达式为

$$P = \{ m + \rho [ l(t) - x ] \} g_n \quad (7)$$

系统重力势能

$$E_g = E_c - \int_0^{l(t)} \rho g_x \omega(x, t) dx - m g_n \omega(l, t) \quad (8)$$

根据 Hamilton 原理

$$\int_{t_2}^{t_1} \delta(T - E_k - E_g) dt = 0 \quad (9)$$

边界条件

$$\begin{cases} \delta\omega(0, t) = \delta\omega(x, t_1) = \delta\omega(x, t_2) = 0 \\ \omega(0, t) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

可以推导出变长度柔性提升系统的纵向振动方程

$$\rho(\dot{v} + \omega_u + \dot{v}\omega_x + v^2\omega_{xx} + 2v\omega_{xt}) - P_x - \rho g_n - EA\omega_{xx} = 0 \quad (11)$$

$$m(\dot{v} + \omega_u) + \rho v(v + \omega_t + v\omega_x) - m g_n + P + EA\omega_x = 0 \quad (12)$$

式(11)为弦线在  $x=l(t)$  处的边界条件, 式(12)为弦线的纵向振动控制方程。

(3) 离散化求解运动方程

本文采用 Galerkin 方法, 将无限维的偏微分方程转化为有限维的常微分方程, 然后再通过数值方法对常微分方程进行求解。

定义一个新的独立变量  $\xi$ , 将相对于  $x$  的时变域  $[0, l(t)]$  转换为相对于  $\xi$  的固定域  $[0, 1]$ , 其中  $\xi = x/l(t)$ 。假设运动微分方程的解可表示为无限自由度大的分布参量函数

$$\omega(x, t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) p_i(t) + \xi \tau(t) \quad (13)$$

式中  $p_i(t)$ ——广义坐标,  $i=1, 2, \dots, n$ ;

$n$ ——模数;

$\varphi_i(\xi)$ ——型函数,  $\varphi_i(\xi) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{2i-1}{2} \pi \xi\right)$ ;

$\tau(t)$ ——修正参数, 对纵向运动的型函数进行修正。

由式(13)很容易得到  $\omega_x(x, t)$ 、 $\omega_{xx}(x, t)$ 、 $\omega_t(x, t)$ 、 $\omega_{xt}(x, t)$  和  $\omega_u(x, t)$ , 将其与式(13)一起带入式(11)和式(12), 同时两边乘以  $\varphi_j(\xi)$ , 其中  $j=1, 2, \dots, n$ , 并

将其在  $\xi[0, 1]$  内进行积分, 应用加权余量法可将原来的偏微分方程离散化为常微分方程组

$$M(t)\ddot{P}(t) + C(t)\dot{P}(t) + K(t)P(t) = F(t) \quad (14)$$

式中  $P(t)$ ——广义坐标向量,  $P(t) = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t), \tau(t)]^T$ ;

$M, C, K$  和  $F$ ——广义质量、阻尼、刚度和广义力矩阵。

对常微分方程组(14)进行求解, 可得到广义坐标向量  $P$ , 回代式(13)即可得到纵向振动的实时值。

2 提升系统的控制模型

在运动过程中弦长为  $l(t)$ , 记为  $y_1$ ; 在弦线上  $x(t)$  处的纵向振动位移为  $\omega(x, t)$ , 记为  $y_2$ ;  $v(t) = \dot{l}(t)$  为提升系统的纵向振动速度, 记为  $y_3$ ;  $a(t) = \dot{v}(t)$  为提升系统的纵向加速度, 记为  $y_4$ ; 记  $y_5 = \omega_t(x, t)$ ,  $y_6 = \omega_x(x, t)$ ;  $u = \dot{a}(t)$  为加速度变化率。设计一个合适的控制量  $u$ , 使  $y_1, y_3, y_4$  按一定的规律变化, 并使  $y_2, y_5, y_6$  最小。本文采用变结构控制的方法求解。

系统有 6 个状态变量, 构造切换面  $s = \sum_{i=1}^6 c_i y_i$ 。  $c_i$

为常数, 根据经验与计算结果调整得到。为使切换面外的点移向该面, 取指数趋近率  $\dot{s} = -\varepsilon \text{sgn}s - ks$ , 可使趋近过程变快, 并且可以削弱引起的抖动。这里,  $\varepsilon$  和  $k$  为大于零的常数, 由经验确定;  $\text{sgn}$  为符号函数。

由于本问题为在一定的时间内将容器提升到一定高度, 并且具有一定速度的跟踪控制问题, 故对方程做些变换, 引进新变量

$$\begin{cases} e_1 = y_1 - y_{1g} \\ e_2 = y_2 - y_{2g} \\ e_3 = y_3 - y_{3g} \\ e_4 = y_4 - y_{4g} \\ e_5 = y_5 - y_{5g} \\ e_6 = y_6 - y_{6g} \end{cases} \quad (15)$$

式中  $y_{1g}$ ——给定的随时间变化的弦长;

$y_{2g}$ ——给定的随时间变化的振动位移;

$y_{3g}$ —— $y_3$  的导数;

$y_{4g}$ ——给定的随时间变化的提升系统加速度;

$y_{5g}$ —— $y_5$  的给定运动;

$y_{6g}$ —— $y_6$  的给定运动。

$e_i$  为跟踪误差, 当  $e_i$  趋于零时, 系统将实现给定的运动, 同时绳的纵向振动量最小。由式(15)得到关于跟踪误差的方程

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= e_3 \\
 \dot{e}_2 &= e_5 \\
 \dot{e}_3 &= e_4 \\
 \dot{e}_4 &= u - \dot{y}_{4g} \\
 \dot{e}_5 &= \dot{y}_5 - \dot{y}_{5g} = \omega_n(x, t) - \dot{y}_{5g} = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) \dot{p}_i(t) - \frac{2\xi y_3}{y_1} \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) \dot{p}_i(t) + \\
 &\sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{2\xi y_3^2}{y_1^2} - \frac{\xi y_4}{y_1} \right) \varphi_i(\xi) + \frac{\xi^2 y_3^2}{y_1^2} \varphi_i''(\xi) \right] p_i(t) + \\
 &\left[ \frac{2\xi y_3^2}{y_1^2} - \frac{y_4}{y_1} \right] \xi \tau(t) - \frac{2y_3}{y_1} \xi \dot{\tau}(t) + \xi \ddot{\tau}(t) - \dot{y}_{5g} \\
 \dot{e}_6 &= \dot{y}_6 - \dot{y}_{6g} = \frac{1}{y_1} \sum_{i=1}^n \varphi_i(\xi) \dot{p}_i(t) - \sum_{i=1}^n \left[ \frac{y_3}{y_1^2} \varphi_i(\xi) + \frac{\xi y_3}{y_1^2} \varphi_i''(\xi) \right] p_i(t) - \\
 &\frac{y_3}{y_1^2} \tau(t) + \frac{1}{y_1} \dot{\tau}(t) - \dot{y}_{6g}
 \end{aligned} \tag{16}$$

此时切换面改为  $s = \sum_{i=1}^6 c_i e_i$ , 根据使状态向量移向切换面的要求, 得到在切换面外的控制规律

$$u = -\varepsilon \text{sgns} - k s + \dot{y}_{4g} - c_1 e_3 - c_2 e_5 - c_3 e_4 - c_4 \dot{e}_5 - c_5 \dot{e}_6 \tag{17}$$

令  $\dot{s} = 0$ , 可得到状态点在切换面上滑动控制规律

$$u = \dot{y}_{4g} - c_1 e_3 - c_2 e_5 - c_3 e_4 - c_4 \dot{e}_5 - c_5 \dot{e}_6 \tag{18}$$

### 3 算例分析

选取典型参数  $\rho = 6.63 \text{ kg/m}$ ,  $E = 1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $A = 701.6 \text{ mm}^2$ ,  $m = 7.6 \text{ t}$  进行计算。假设箕斗从最高点出发, 到达最低点之后停留一段时间, 再返回最高点。提升系统在整个运动过程中的位移  $l$ 、速度  $v$ 、加速度  $a$  和加加速度  $\dot{a}$  曲线如图 2 所示, 作为模型计算的输入量。

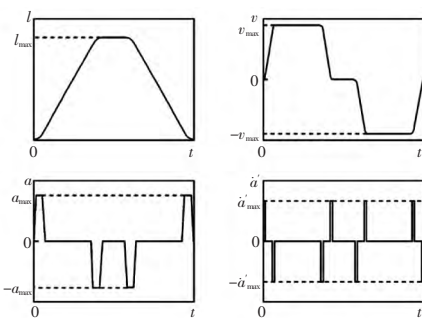


图2 运动过程中的位移、速度、加速度和加加速度曲线

分别选取  $l_{\max} = 265 \text{ m}$ ,  $v_{\max} = 5 \text{ m/s}$ ,  $a_{\max} = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $\dot{a}_{\max} = 1 \text{ m/s}^3$ , 在  $140 \text{ s}$  内, 按照图 2 所示曲线动作, 并代入式(14)进行计算, 结果如图 3 所示。

引入上述振动控制后, 在相同的仿真参数下, 得到图 4 所示的仿真结果。

由图 3 可知, 在提升系统加减速制动时, 纵向振动位移、速度和加速度的幅值有明显的突变, 这与提升系统的运行曲线有关, 因此, 运行曲线对钢丝绳动态性能有重要影响。从图 3 还可以发现, 上行时的纵向振动位移、速度和加速度的幅值明显高于下行时纵向振动位移、速度和加速度的幅值。

对比图 3 和图 4 可以看出, 当采用一个合适的控

制决策时, 可以显著减少提升钢丝绳的纵向振动位移, 并在预定的时间, 使容器达到预定的运动状态。

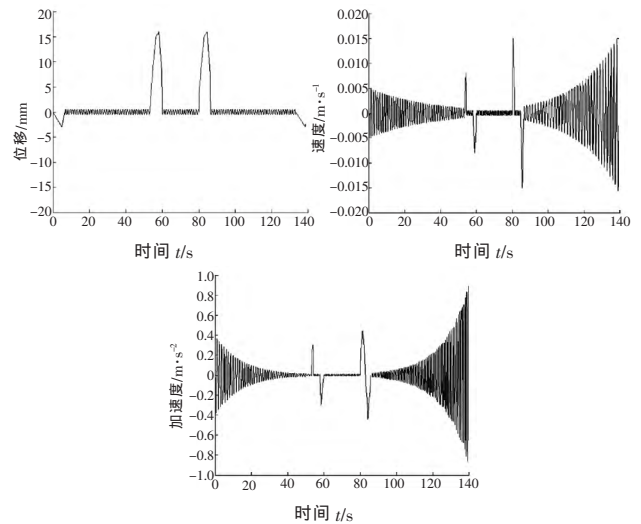


图3 箕斗下行和上行时钢丝绳末端纵向振动响应

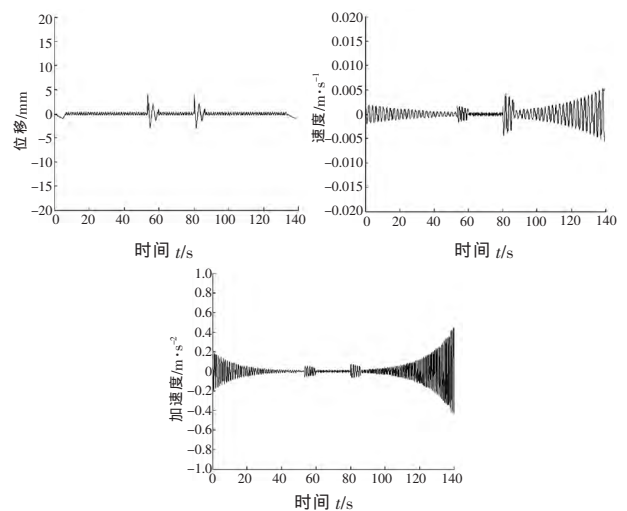


图4 引入变结构控制后箕斗下行和上行时钢丝绳末端纵向振动响应

### 4 结语

研究表明, 采用变结构控制等技术, 可明显降低提升系统的振动, 从而改善乘坐舒适性, 降低机器运行噪声等, 为进一步研究钢丝绳提升系统的振动特性和振动的控制提供了一定的参考价值。

#### 参考文献:

- [1] 臧大进, 刘增良. 矿井提升机安全技术综述[J]. 煤矿机械, 2009, 30(9): 2-5.
- [2] 胡晓虎. 矿井提升机安全技术现状和发展趋势[J]. 冶金动力, 2012(4): 82-84, 87.
- [3] 包继虎, 张鹏, 朱昌明. 变长度柔性提升系统钢丝绳横向振动建模及分析[J]. 上海交通大学学报, 2012, 46(3): 341-345.
- [4] 张鹏, 朱昌明, 张梁娟, 等. 任意变长度柔性提升系统纵向振动分析与能量变化[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(3): 480-483, 488.
- [5] 严世榕, 闻邦椿. 提升系统在加速过程中的振动控制研究[J]. 福州大学学报: 自然科学版, 2011, 29(5): 53-56.
- [6] 胡社荣, 戚春前, 赵胜利, 等. 我国深部矿井分类及其临界深度探讨[J]. 煤炭科学技术, 2010, 38(7): 10-13, 43.

作者简介: 姚运萍(1966-), 女, 甘肃兰州人, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向: 机电一体化、先进制造技术、成套装备及其自动化, 电子信箱: 1.jinlong1989163.com.

责任编辑: 丛培健 收稿日期: 2014-12-20