

低频楼梯压电发电装置的数学模型和实验

胡世军¹, 陈玉荣¹, 侯剑波¹, 刘学¹, 王恩广¹, 殷振²

1. 兰州理工大学机电工程学院, 数字制造技术与应用省部共建教育部重点实验室, 兰州 730050
2. 苏州科技学院机械工程学院, 苏州 215009

摘要 为收集和利用密集人群对楼梯的踩踏能量,设计了一种基于低频的新型楼梯压电发电装置,基于 RLC 等效内阻建立了该装置的发电电路和数学模型,利用搭建的振动实验平台,对等效电路和数学模型进行实验验证。结果表明,在低频条件下,激励位移越大,频率越小,该压电发电装置输出的电能越大,压电发电单元的实验输出电压为电路中等效电阻 Z_2 的电压,利用数学模型计算得到的理想电压源电压是实验空载电压的 2.64~2.88 倍,通过对实验数据的分析计算,得到了与理论计算电压变化规律相一致的实验电压源电压,两者最大误差为 7.1%,验证了该压电发电单元等效发电电路和数学模型的正确性。

关键词 悬臂梁; 压电发电; 等效电路; 数学模型; 压电实验

中图分类号 TH703

文献标志码 A

doi 10.3981/j.issn.1000-7857.2015.05.009

Mathematical modeling and experimental study of low-frequency stairs piezoelectric power generation device

HU Shijun¹, CHEN Yurong¹, HOU Jianbo¹, LIU Xue¹, WANG Enguang¹, YIN Zhen²

1. Key Laboratory of Digital Manufacturing Technology and Application of the Ministry of Education; School of Electrical and Mechanical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China
2. School of Mechanical Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou 210059, China

Abstract A new type of cantilever piezoelectric power generation device was designed to collect and use the energy generated by treading of the crowd on the stairs. The electricity generating circuit and mathematical model of the device were established based on resistance RLC . The equivalent circuit and the mathematical model were verified using the vibration experiment platform. The results show that in the condition of low frequency, the output electric power of the device increases with increasing displacement and decreasing frequency. The experimental output voltage of the device is the voltage of the equivalent resistance Z_2 , and the ideal voltage calculated by the mathematical model was 2.64–2.88 times of the experimental output voltage. By analyzing and calculating the experimental data, the experimental source voltage that is consistent with theoretical calculation was obtained, and the maximum error was 7.1%, verifying the validity of the circuit and mathematical model for the piezoelectric power generation device and providing reference and guidance for its design.

Keywords cantilever beam; piezoelectric generator; equivalent circuit; mathematical model; piezoelectric experiment

随着石油、天然气等不可再生能源储备的不断减少,节能作为自然界普遍存在的新型绿色能源之一,具有广阔的应用前景。目前,针对振动能量收集的方法主要有 3 种:电磁感

收稿日期 2014-08-22, 修回日期 2014-12-25

基金项目 江苏省高校自然科学基金项目(12KJB460010), 河南省高等学校精密制造技术与工程重点学科开放实验室开放基金项目(PMTE201303A)

作者简介 胡世军, 副教授, 研究方向为成套装备及自动化、数控技术及精密制造装备, 电子信箱: 731501029@qq.com

引用格式 胡世军, 陈玉荣, 侯剑波, 等. 低频楼梯压电发电装置的数学模型和实验[J]. 科技导报, 2015, 33(5): 62–65.

应法^[1]、静电效应法^[2]、压电效应法^[3]，其中利用压电效应的发电装置易实现微型化，且结构简单、成本低，因而成为振动能量收集的研究热点。

近年来，国内外学者通过建模方法对压电发电系统的输出电压与电能进行了数值模拟^[4]，设计了基于不同用途的压电结构和电路^[5,6]，研究了影响俘能效率的材料、结构等因素^[7]。然而，由于自然界的振动频率较低，使得压电发电装置的输出功率较小，阻碍了压电发电技术在现实生活中的应用和发展。本研究提出一种基于低频的适用于楼梯的实用高效型压电发电装置，该装置通过行人踩踏，将踩踏的部分机械能转化为电能，并将电能存储起来，为楼道灯、应急灯、指示牌等公共设施提供电力，从而达到绿色能源再生的目的。

1 压电发电装置的结构及工作原理

如图1所示，楼梯压电发电装置由基板、压电发电单元、支撑限位条、弹簧、定位销和踏板组成。如图2所示，压电发电单元为悬臂梁杠杆结构，主要由上下压电片、金属基板、矩形弹性板、主从动块和上下压板组成。整个压电发电装置嵌装于楼梯地表面，当人体踩踏至压电发电装置表面时，踏板会产生较小的弯曲变形，从而驱动压电发电单元中的压电复合板产生弯曲变形，输出电能，该压电发电装置由多个压电发电单元通过并联的方式连接于能量转换电路和电能储存装置，因此，当该发电装置被踩踏时，能同时驱动多个压电发电单元进行工作，最大限度地利用了人体的行走动能；同时该压电发电单元采用了悬臂梁杠杆结构，减小了人踩踏该装置时产生的落差不适感。

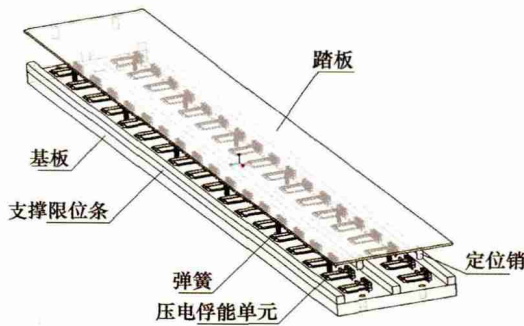


图1 压电发电机装置整体结构

Fig. 1 Structure of the piezoelectric energy harvesting device

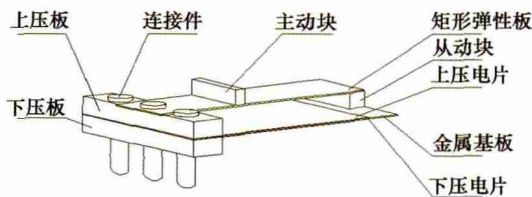


图2 压电发电单元

Fig. 2 Piezoelectric unit

2 压电单元等效发电电路和数学模型

对压电换能器而言，不同的发电模式，压电陶瓷片的机电等效方法不同^[8]。由悬臂梁自由端受力弯曲特性可知，在此结构下的压电发电单元为长度方向尺寸发生改变，宽度与厚度尺寸不变的 d_{31} 发电模式，结合设计的压电单元的发电特性与边界条件，提出了如图3所示的压电片等效发电电路。

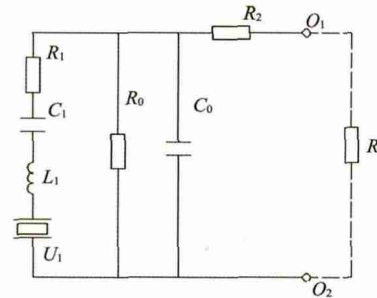


图3 压电片等效发电电路

Fig. 3 Equivalent circuit of the piezoelectric generator

由图3可知，该电路主要由电压源 U_1 和 RLC 等效电阻组成；当压电片弯曲产生电能时，利用示波器在电能输出端 O_1 、 O_2 处所测的电压为等效电阻 R_0C_0 电压，并非压电片在外界激励下产生的电压源 U_1 的电压；将电阻 R 接入等效电路输出端，则压电等效发电电路的回路表达式为

$$UZ_1(R + Z_2 + R_2) = \left(U_1 - \frac{U}{R} R_2 - U \right) (RZ_2 + Z_2 R_2) \tag{1}$$

$$Z_1 = R_1 + 2j\pi f L_1 - j \frac{1}{2\pi f C_1}$$

$$Z_2 = -jR_0 \frac{1}{2\pi f C_0} \left/ \left(R_0 - j \frac{1}{2\pi f C_0} \right) \right.$$

式中， Z_1 为 $R_1C_1L_1$ 等效电阻； Z_2 为 R_0C_0 等效电阻； R_2 为基板电阻， U 为接入电阻 R 两端的电压。

建立如图4所示的双压电片悬臂梁理想电压源结构模型，其长、宽、厚分别为 a 、 b 、 h ，金属基板的厚度为 h_b ，则压电片的厚度 h_p 为

$$h_p = \frac{h - h_b}{2} = \frac{(1 - \lambda)h}{2} \tag{2}$$

式中， λ 为金属基板厚度与总厚度的比值， $h_b = \lambda h$ 。

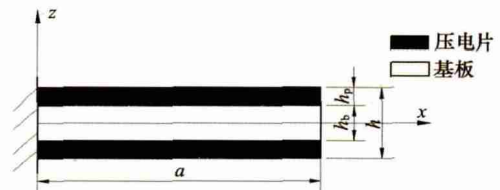


图4 双压电片悬臂梁结构

Fig. 4 Structure of double-cantilever beam with piezoelectric patch

双压电片悬臂梁结构关于 x 轴对称,则压电片上表面到中性层面的距离为 $h_z=h/2$;由应力与弯矩的关系可知,悬臂梁任意截面的弯矩为

$$\iint_{S_p} zT ds + \iint_{S_b} zT_b ds = F(x-a) \quad (3)$$

式中, T_b 为金属基板在 x 方向的应力, $T_b=E_b \cdot S_b$; S_p 为压电片的横截面积; S_b 为基板的横截面积; F 为施加在悬臂梁自由端的力。

由其机械边界条件与电学边界条件可得该模型的压电方程^[8]为

$$S = s^D T + g^T D \quad (4)$$

$$E = -g T + \beta^T D \quad (5)$$

式(4)中, S 为 x 轴方向的应变, T 为 x 方向的应力, D 为 z 方向的电位移, s^D 为弹性柔顺常数, g 为压电电压常数, g^T 为压电电压常数的转置;式(5)中, E 为 z 方向的电场场强, β^T 为介电电隔离率。

结合式(2)、式(3)、式(4)变换得到

$$F(x-a) = 2 \int_0^h \int_{\eta_2}^{\eta_1} (-z^2 E_p K - z E_p g_{31} D) dy dz + \int_0^h \int_{-\eta_2}^{\eta_2} (-z^2 \beta E_p K) dy dz \quad (6)$$

式中 $\beta = E_p/E_b$, E_b 为金属基板的杨氏模量, E_p 为金属基板的杨氏模量, $\eta_1=h_z$, $\eta_2=h_z-h_p$ 。

结合式(4)、式(5)、式(6)可变换得到该压电发电单元在位移激励 δ_s 的作用下,产生的理想电压源的开路电压和电能分别为

$$V_p = \frac{-3BGE_p g_{31} h^3}{32Aa^2} \cdot \delta_s \quad (7)$$

$$W_p = \frac{9B^2 G^2 E_p^2 g_{31}^2 h^6}{1024A^2 C (E_p g_{31}^2 + \beta_{33}^T) a^3 - 768AB^2 E_p g_{31}^2 a^3} \cdot \delta_s^2 \quad (8)$$

式中, $A = \eta_1^3 - \eta_2^3 + \beta \eta_2^3$, $B = \eta_1^2 - \eta_2^2$, $C = \eta_1 - \eta_2$, $G = 1 - \lambda^3 + \lambda^3 \beta$ 。

3 压电单元发电性能实验与分析

为研究设计的压电发电系统的发电性能,同时验证压电等效发电电路和数学模型的正确性,搭建如图5所示的振动实验平台,其主要由支架、贯通直线步进电机、驱动器、压电发电单元、压电存储电路、超级电容和 DS5102CA 示波器组成。

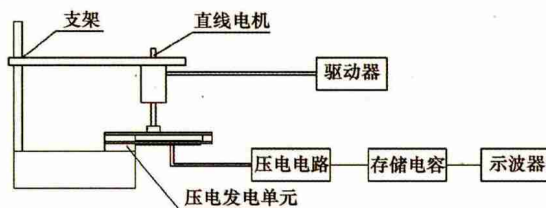


图5 振动实验装置示意

Fig. 5 Schematic diagram of vibration experiment test

直线步进电机为压电发电单元的弯曲提供激励,驱动器控制电机往返运动的距离与时间(频率);启动电源,直线电机工作,使压电发电单元产生一定频率的弯曲振动,压电发电单元产生的交变电流通过压电电路转换成直流电存储至规格为 0.22 F 超级电容中,利用示波器观察并记录电容两端电压的变化。选用结构尺寸为 50 mm×50 mm×0.5 mm 压电复合板,其中每个压电陶瓷片的厚度为 0.2 mm,材料为 PZT-5,其杨氏模量 E_p 为 6.06×10^{10} N/m²,压电电压常数 g_{31} 为 9.1×10^{-3} Vm/N,介电电隔离率 β_{33}^T 为 3.32×10^7 m/F;基板的厚度为 0.1 mm,材料为紫铜,其杨氏模量 E_b 为 16.3×10^{10} N/m²。

当激励频率为 2 Hz,激励位移 d 分别为 2、3、4、5 mm,接在压电发电单元输出端的电阻 R 分别为 100、200、300、1000 kΩ时,测量并记录电阻 R 两端的电压,将记录的数据带入式(1),求得压电片实际电压与各等效电阻值如表1所示。

表1 电压源电压和各电阻阻值

Table 1 Source voltage and values of each resistance

d/mm	$Z_1/\text{k}\Omega$	$Z_2/\text{k}\Omega$	$R_2/\text{k}\Omega$	U_1/V
2	469	112	988	18.03
3	182	50	995	27.71
4	120	38	1004	38.34
5	159	51	1004	53.10

由表1可知,当激励频率不变,激励位移变化时,等效电阻 Z_1 、 Z_2 相差较大,因为随着激励位移的变化,等效电路中的电容 C_0 、 C_1 产生变化,致使等效电阻变化;基板电阻 R_2 阻值变化不大,其变化的主要原因是基板在不同位移下产生的弯曲应力不同,导致电阻细微变化。图6给出了当激励位移分别为 2、3、4、5 mm 时,由式(7)理论计算的理想电压源电压 V_p 、未接电阻时的实验空载电压和实验电压源电压 U_1 三者之间的比较曲线。

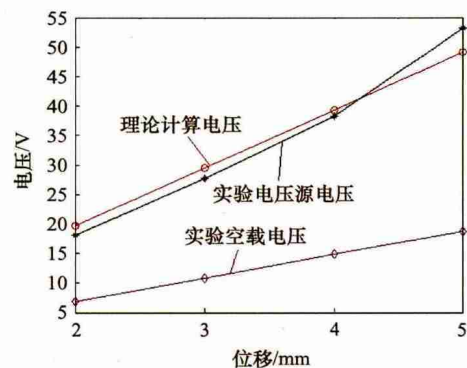


图6 3种电压比较曲线

Fig. 6 Comparative curves of three kinds of voltage

由图6可知,理论计算电压与实验空载电压相差较大,为实验空载电压的 2.64~2.88 倍,压电发电单元输出的实验电压源电压与数学模型计算的输出电压变化趋势一致,最大误差

不超过7.1%。由此说明,当压电发电装置受到外界激励时,理论计算电压为空载时压电发电单元的电压源电压,但由于受到压电单元自身各等效电阻的分压作用,其输出的电压为等效电阻 Z_2 两端的电压,因此,当对输出的电能进行存储时,为提高电能的存储效率,应尽量选择简单的外接存储电路进行电能的存储。

为进一步研究激励位移和激励频率对压电俘能单元在实际工作中的综合影响,对激励位移与激励频率进行正交实验。图7、图8分别给出了激励位移为1、2、3、4、5 mm,激励频率为0.2、0.8、1.2、1.6、2.0 Hz,激励次数为800次时的集电电容电压、电量与激励位移、激励频率的空间关系。

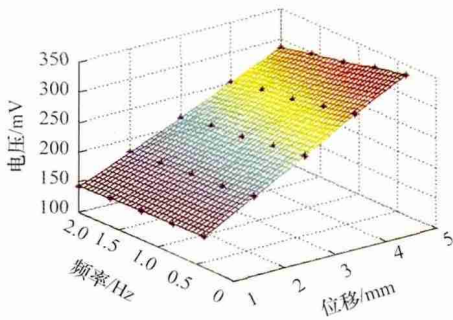


图7 电容电压与激励位移和频率关系

Fig. 7 Relationship of the capacitor voltage, displacement and frequency

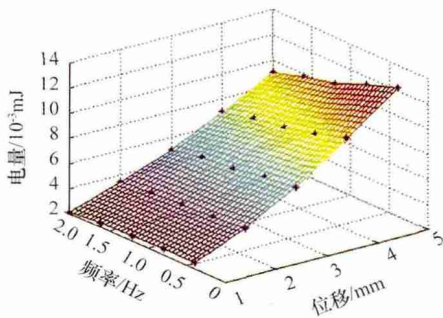


图8 电容电量与激励位移和频率关系

Fig. 8 Relationship of the electrical energy, displacement and frequency

由图7、图8可知,当激励频率不变时,电容电压与激励位移成线性递增关系,激励位移越大,电容的充电速度越快;当激励位移不变时,电容电压与激励频率成线性递减关系,激励频率越大,电容的充电速度越慢;激励位移对压电发电单元的输出电压与电能影响较大,即激励位移越大,频率越小,压电发电单元输出的电压与电量越大,当激励位移为5 mm、频率为0.4 Hz时,电容最大电压为333 mV,最大电能为 12.19×10^{-3} J。

4 结论

基于设计的新型楼梯压电发电系统,提出该系统的等效发电电路及数学模型。通过对压电发电单元样机的发电性能实验可以得出:压电发电单元的实验输出电压为电路中等效电阻 Z_2 的电压,数学模型理论计算电压是压电发电单元实验空载电压的2.64~2.88倍,结合实验数据和等效发电电路的分析计算,得到了等效电路中各电阻阻值和与理论计算电压变化规律相一致、最大误差为7.1%的实验电压源电压曲线,验证了该压电发电单元等效发电电路和数学模型的正确性;在低频振动条件下,外界激励的位移越大,频率越低,该压电发电装置的输出电能越大,当激励振动次数为800次,位移为5 mm和频率为0.4 Hz时,存储电容电压增加至333 mV,电能增加至 12.19×10^{-3} J。上述研究表明,不同位移激励对压电片内阻影响不同,为提高压电发电装置的集电效率,需要设计与该装置相匹配的存储电路进行电能的转换与储存。

参考文献(References)

- [1] Lee C, Lim Y M, Yang B, et al. Theoretical comparison of the energy harvesting capability among various electrostatic mechanisms from structure aspect[J]. Sensors and Actuators: A, 2009, 156(1): 208-216.
- [2] Korla S, Leon R A, Tansel I N. Design and testing of an efficient and compact piezoelectric energy harvest[J]. Microelectronics Journal, 2011, 42(2): 256-270.
- [3] Shenck N S, Paradiso J A. Energy scavenging with shoe-mounted[J]. IEEE Micro, 2001, 21(3): 30-42.
- [4] 阚君武, 唐可洪, 王淑云, 等. 压电悬臂梁发电装置的建模与仿真分析[J]. 光学精密工程, 2008, 16(1): 71-75.
Kan Junwu, Tang Kehong, Wang Shuyun, et al. Modeling and simulation of piezoelectric cantilever generators[J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(1): 71-75.
- [5] Tayahi M B, Johnson B, Holtzman M, et al. Piezoelectric materials for powering remote sensors[J]. Proceedings of the 24th IEEE International Performance, Computing, and Communications Conference, 2005: 383-386.
- [6] 尚正国, 温志渝, 贺学锋. 压电振动式发电机微电源智能控制应用电路的设计[J]. 现代电子技术, 2008(20): 32-38.
Shang Zhengguo, Wen Zhiyu, He Xuefeng. Design of the smart control circuit based on vibration-based piezoelectric generator[J]. Modern Electronics Technique, 2008(20): 32-38.
- [7] 唐可洪, 阚君武, 任玉, 等. 压电发电装置的功率分析与试验[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2013, 39(6): 1550-1553.
Tang Kehong, Kan Junwu, Ren Yu, et al. Power analysis and test of piezoelectric generator[J]. Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition, 2013, 39(6): 1550-1553.
- [8] 张云电. 夹心式压电换能器及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
Zhang Yundian. Sandwich piezoelectric transducer and application[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [9] 林书玉. 超声换能器的原理及设计[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
Lin Shuyu. The principle and design of ultrasonic transducer[M]. Beijing: Science Press, 2003.

(编辑 陈华姣)