

周凤玺, 高令猛, 马强. 2019. 平面 SH 波作用下衬砌隧道对地下地震动的影响. 地震学报, 41(2): 269–276. doi: 10.11939/jass.20180080.  
Zhou F X, Gao L M, Ma Q. 2019. Influence of lining tunnel on sub-ground motion for incident plane SH wave excitation. Acta Seismologica Sinica, 41(2): 269–276. doi: 10.11939/jass.20180080.

# 平面 SH 波作用下衬砌隧道对地下地震动的影响\*

周凤玺<sup>1,2),†</sup> 高令猛<sup>1)</sup> 马强<sup>1)</sup>

1) 中国兰州 730050 兰州理工大学土木工程学院

2) 中国兰州 730050 西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心

**摘要** 以地下隧道对附近场地动力特性的影响为研究目标, 基于弹性波动理论, 利用波函数展开法和镜像法, 分析了弹性半空间中圆形衬砌隧道对平面 SH 波入射产生的散射问题, 得到了地下圆形衬砌隧道附近场地位移的级数解答. 通过数值算例分析了地下圆形衬砌隧道对场地动力响应的影响, 重点考察了 SH 波入射角度、入射频率和隧道埋深、衬砌刚度对隧道周围土体动力响应随深度变化的影响规律. 结果表明, 地下隧道对沿线场地的地下地震动影响显著.

**关键词** 平面 SH 波 圆形衬砌隧道 镜像法 地下地震动

doi: 10.11939/jass.20180080 中图分类号: P315.3<sup>+</sup>1 文献标识码: A

## Influence of lining tunnel on sub-ground motion for incident plane SH wave excitation

Zhou Fengxi<sup>1,2),†</sup> Gao Lingmeng<sup>1)</sup> Ma Qiang<sup>1)</sup>

1) School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China

2) Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou 730050, China

**Abstract:** Taking the influence of underground tunnel on the dynamic characteristics of the nearby site as the researched objective, this paper analyzed the scattering of incident plane SH wave resulted from circular lining tunnel in elastic half space by using the wave function expansion method and the image theory based on the elastic wave theory, and then obtained the series solution of the site displacement near the underground circular lining tunnel. Numerical examples are used to analyze the influence of the underground circular tunnel on the dynamic response of the site, *i.e.*, the influence of SH wave incidence angle, incident frequency, tunnel depth and lining stiffness on the dynamic response of soil around the tunnel with depth. The results show that underground tunnel has a significant impact on sub-ground motion along the site.

\* 基金项目 国家自然科学基金(51368038)和甘肃省陇原青年创新创业人才项目共同资助。  
收稿日期 2018-06-13 收到初稿, 2018-10-25 决定采用修改稿。  
† 通信作者 e-mail: geolut@163.com



**Key words:** plane SH wave; circular lining tunnel; image method; sub-ground motions

## 引言

随着城镇化建设的发展,土地资源日渐紧缺,对地下空间的开发和利用不断深化.然而,地下结构的建设破坏了土体的局部整体性,改变了原场地的动力特性,因而对附近地上和地下工程结构的抗震安全造成了影响.因此,系统深入地分析由于地下结构的存在而引起的沿线地震动随深度的变化规律,对地下结构沿线的结构抗震设计具有十分重要的意义.

地下结构对附近场地地震动影响的实质是地下结构对地震波的散射. Mow 和 Pao (1973) 最早运用波函数展开法研究了无限空间中的隧道在弹性波入射下的动应力集中问题;随之, Lee 和 Trifunac (1979) 运用该方法分析了半空间中衬砌隧道对 SH 波的动力响应. Lee 和 Karl (1992, 1993) 通过理论分析给出了半空间中单个无衬砌隧道对 P 波和 SV 波散射问题的解析解. 基于单个衬砌隧道的研究, Liang 等(2003) 得到了半空间中双衬砌隧道对 P 波和 SV 波散射问题的解析解. Liu 等(2016) 分析了弹性半空间中平面波作用下双垂直衬砌隧道的动力相互作用. Xu 等(2011) 采用傅里叶-贝塞尔级数展开方法计算了半空间中圆形衬砌隧道对 P 波入射的动力响应. 考虑不同种类弹性波的入射情形, 梁建文等(2005a, b) 研究了地下圆形隧道对地表运动幅值的影响. Liu 等(2013) 考察了弹性半空间中隧道处于浅埋时平面 P-SV 波和瑞雷波的动力响应. Luco 和 de Barros (2010) 以及 de Barros 和 Luco (2010) 计算了水平层状半空间中埋置隧道在入射体波下的三维动力响应. 对于平面 SV 波和 P 波垂直入射的情形, Oliaei 和 Alitalesh (2015) 分析了由于地下圆形和椭圆形隧道的存在而引起的地面位移被放大的现象. 利用四阶有限差分方法, Narayan 等(2015) 探讨了瑞雷波入射下地下无衬砌隧道和有衬砌隧道对其周围应变和黏弹性地基地表位移的影响. Alielahi 和 Adampira (2016) 应用边界元法给出了 P 波和 SV 波入射时双平行隧道对其周围垂直平面内地震动响应的影响. Liu 和 Liu (2015) 利用间接边界元法讨论了弹性楔形空间中隧道在 SH 波入射下对附近表面地震动的影响. Parvanova 等(2014) 利用数值模拟方法探讨了局部地形对隧道动力响应的影响.

目前,大部分研究成果仅针对 SH 波入射情况下地下隧道对地表面地震动的影响(Liang *et al.*, 2012, 2013; 付佳等, 2016), 而且对考虑地下隧道周围土体在一定深度范围内的动力响应研究也较少. 为此,本文拟以含有圆形衬砌隧道的弹性半空间为研究对象,分析地下圆形隧道对场地动力响应的影响,重点研究隧道埋深、衬砌刚度、入射角度以及入射频率对地下隧道周围土体位移振动幅值随深度的变化规律,以期对定量评估地下隧道对既有地下建筑物地震安全性提供理论依据.

## 1 地下位移幅值的求解

为便于对地下圆形衬砌隧道的研究,本文设定含有圆形衬砌隧道的无限弹性半空间模型,如图 1 所示. 隧道埋置深度为  $D$ ; 衬砌隧道的外径为  $a$ , 内径为  $b$ . 半无限空间和衬砌隧道均采用均匀、弹性、各向同性的介质,其物理力学性质由质量、密度  $\rho_0$  和  $\rho_1$ 、拉梅常数  $\mu_0$  和  $\mu_1$  来确定,剪切波速分别为  $\beta_0$  和  $\beta_1$ . 在半空间表面建立直角坐标系  $(x, y)$ , 在隧道中心位置分别建立极坐标系  $(r_1, \theta_1)$  和直角坐标系  $(x_1, y_1)$ .

### 1.1 入射波场

在如图 1 所示模型中,频率为  $\omega$  的平面 SH 波以角度  $\gamma$  入射,则  $(r_1, \theta_1)$  坐标系中入射

SH 波势函数的级数形式为 (Morse *et al.*, 1954)

$$w_1^i(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} \varepsilon_m (-i)^m J_m(kr_1) (\cos m\gamma \cos m\theta_1 + \sin m\gamma \sin m\theta_1), \quad (1)$$

式中,  $k=\omega/\beta$  为半空间介质中 SH 波的波数,  $J_m$  为第一类贝塞尔函数. 当  $n=0$  时,  $\varepsilon_m=1$ ; 当  $n \geq 1$  时,  $\varepsilon_m=2$ . 而当入射波传播到地表时会产生反射波, 则需要利用镜像法求解 (图 2), 即假设以地表为对称轴的另一个无限半空间存在完全对称的入射波  $w_2^i(r_2, \theta_2)$  和柔性隧道, 引入完全对称的极坐标系  $(r_2, \theta_2)$  和直角坐标系  $(x_2, y_2)$ , 则可得此入射 SH 波势函数的级数形式为

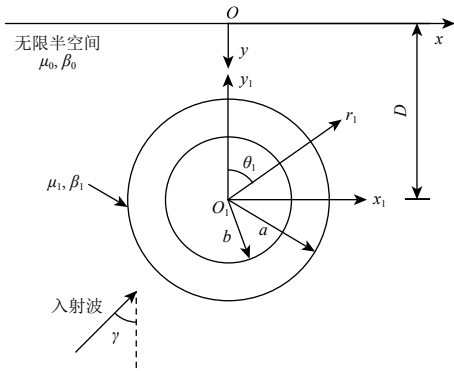


图 1 弹性半空间的隧道模型

Fig. 1 Model of tunnel in elastic half space

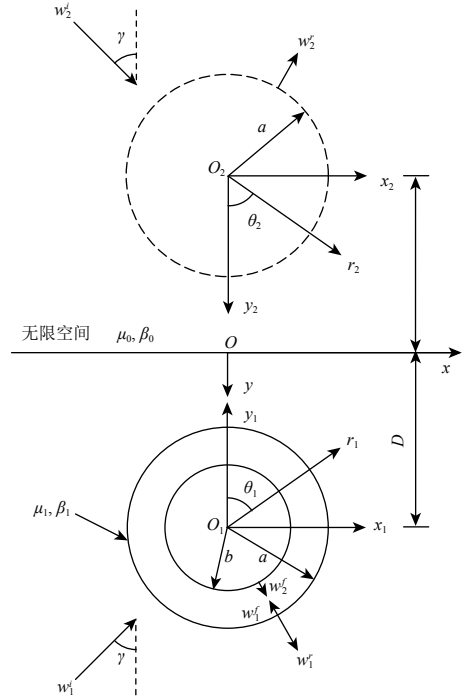


图 2 镜像法求解

Fig. 2 Solving model by image method

$$w_2^i(r_2, \theta_2) = \sum_{m=0}^{+\infty} \varepsilon_m (-i)^m J_m(kr_2) (\cos m\gamma \cos m\theta_2 + \sin m\gamma \sin m\theta_2). \quad (2)$$

1.2 散射波场

半空间中由于圆形衬砌隧道的存在, 会导致相应的散射波产生. 对于衬砌隧道与半空间交界面所产生的散射 SH 波  $w_1^r(r_1, \theta_1)$  以及采用镜像法而产生的散射 SH 波  $w_2^r(r_2, \theta_2)$ , 其级数形式可表示为

$$w_1^r(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(2)}(kr_1) (A_m \cos m\theta_1 + B_m \sin m\theta_1), \quad (3)$$

$$w_2^r(r_2, \theta_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} H_n^{(2)}(kr_2) (A_n \cos n\theta_2 + B_n \sin n\theta_2), \quad (4)$$

式中:  $H_m^{(2)}$  为第二类汉克尔函数,  $A_m, B_m, A_n$  和  $B_n$  均为待定常数. 当式 (3) 中  $A_m, B_m$  与式 (4) 中  $A_n, B_n$  值相等时, 两个散射波的势函数之和在地表处的应力为零.

衬砌中存在与半空间交界面产生的散射 SH 波  $w_1^f$  以及衬砌内表面产生的散射 SH 波  $w_2^f$ , 其级数形式可表示为

$$w_1^f(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(2)}(k_1 r_1) (C_m^{(2)} \cos m\theta_1 + D_m^{(2)} \sin m\theta_1), \quad (5)$$

$$w_2^f(r_1, \theta_1) = \sum_{m=0}^{+\infty} H_m^{(1)}(k_1 r_1) (C_m^{(1)} \cos m\theta_1 + D_m^{(1)} \sin m\theta_1), \quad (6)$$

式中,  $k_1 = \omega/\beta_1$  为衬砌介质中 SH 波波数,  $H_m^{(1)}$  为第一类汉克尔函数,  $C_m$  和  $D_m$  均为待定常数. 因此, 在 SH 波入射的情形下, 半空间中波的势函数为

$$w^d = w_1^i + w_2^i + w_1^r + w_2^r, \quad (7)$$

衬砌介质中波的势函数为

$$w^f = w_1^f + w_2^f. \quad (8)$$

### 1.3 引入边界条件求解问题

引入衬砌隧道的边界条件:

$$\sigma_{rz} = \mu_1 \frac{\partial w^f}{\partial r_1} = 0, \quad r_1 = b, \quad (9)$$

$$w^d = w^f, \quad r_1 = a, \quad (10)$$

$$\mu_0 \frac{\partial w^d}{\partial r_1} = \mu_1 \frac{\partial w^f}{\partial r_1}, \quad r_1 = a, \quad (11)$$

即可求得式(3)—(6)中所有待定系数, 从而确定式(7)中半空间介质内波的势函数. 在 SH 波作用下, 沿深度方向的位移可通过求解以上边界条件得出, 从而求得隧道周围沿深度方向的位移幅值, 具体求解过程不再赘述.

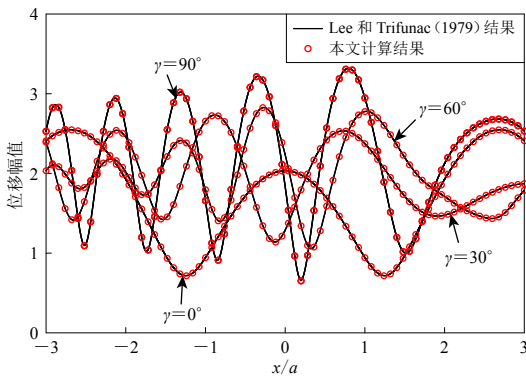


图 3 SH 波入射下的地表位移幅值  
Fig. 3 Surface displacement amplitude for SH waves incidence

### 1.4 解的验证

为便于说明问题, 引入无量纲频率  $\eta$  (梁建文等, 2004), 即  $\eta = 2a/\lambda$ , 式中  $2a$  为衬砌隧道内直径,  $\lambda$  为半空间中 SH 波的波长.

为了验证本文所得地下位移幅值的有效性和正确性, 将本文结果退化为求解地表位移幅值, 并与 Lee 和 Trifunac (1979) 给出的地震波不同入射角度下地表位移幅值解答进行比较, 选取的计算参数为  $\eta = 2$ ,  $D/a = 5$ ,  $t = 0.1$ ,  $\mu_1/\mu_0 = 0.35$ , 结果如图 3 所示. 可以看出, 本文数值计算结果与 Lee 和 Trifunac (1979) 结果完全吻合.

## 2 算例与分析

假设隧道内径  $b = 0.9a$ , 以隧洞中心到地表之间的距离  $D$  与衬砌隧道外半径  $a$  的比值  $D/a$  表示隧道埋深, 衬砌介质与半空间介质的剪切模量的比值  $\mu_1/\mu_0$  表示衬砌刚度  $\delta$ .

取隧道埋深  $D/a = 2$ , 无量纲频率  $\eta = 1$ , 隧道衬砌刚度  $\delta = 1.5$ , 距地表  $6a$  深度范围内隧道两侧的最大地下位移幅值列于表 1. 可以看出, 由于隧道的存在, 在距地表  $6a$  深度范围内隧道左侧  $x/a = -1.5$  和  $-3.0$  处的 SH 波振动幅值明显大于隧道右侧  $x/a = 1.5$  和  $3.0$  处的振动幅

值, 说明在此范围内隧道对 SH 波的传播产生了一定的“屏障作用”. 当 SH 波的入射角  $\gamma$  分别取  $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$  和  $90^\circ$  时, 隧道左右两侧  $x/a = -3.0, -1.5, 1.5$  和  $3.0$  处的地下位移幅值变化曲线如图 4 所示. 可以看出: 地下位移幅值和波动周期随着入射角度  $\gamma$  的增大而增大; 当 SH 波垂直入射即  $\gamma = 0^\circ$  时, 其位移幅值随深度变化最为剧烈, 表现为波动周期最小, 并且两侧的放大谱值对应完全相同; 而当 SH 波掠入射即

表 1 距地表  $6a$  深度范围内隧道左右两侧最大地下位移幅值

Table 1 The maximum amplitude of underground displacement on both sides of tunnel within a depth of  $6a$  from surface

入射角/ $^\circ$	地下位移幅值			
	$x/a=-3.0$	$x/a=-1.5$	$x/a=1.5$	$x/a=3.0$
0	2.66	2.79	2.79	2.66
30	2.90	2.83	2.31	2.45
60	3.30	2.37	2.64	2.61
90	3.31	3.94	3.37	3.01

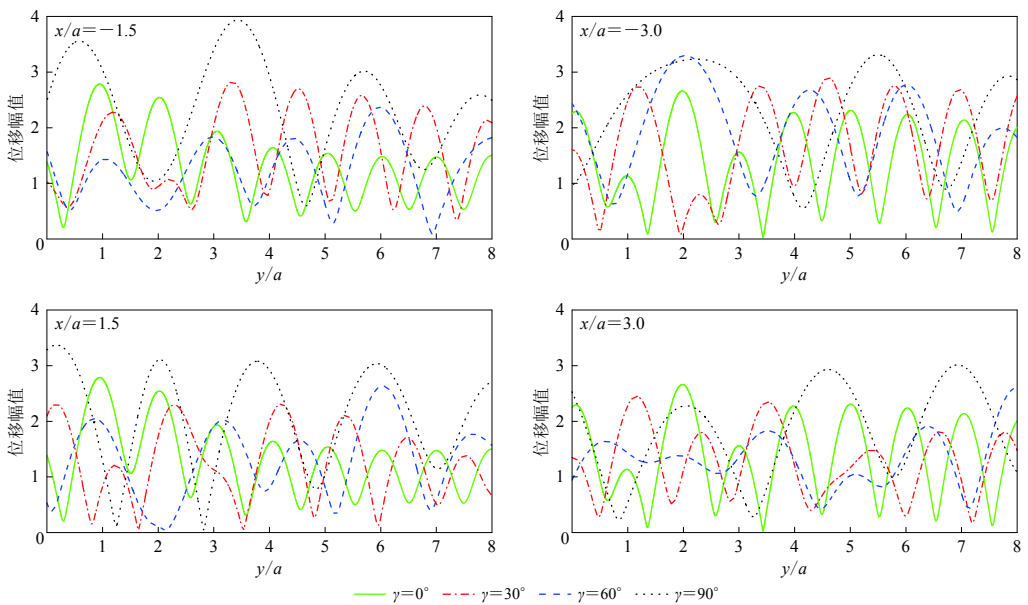


图 4 隧道两侧 SH 波从不同角度入射时的地下位移幅值变化曲线

Fig. 4 Variation of underground displacement amplitude with incidence  $\gamma$  for SH waves on both sides of the tunnel

$\gamma = 90^\circ$  时, 波动周期最大, 地下位移幅值也达到最大.

取 SH 波入射角  $\gamma = 30^\circ$ , 无量纲频率  $\eta = 1$ , 隧道衬砌刚度  $\delta = 1.5$ , 当隧道埋深  $D/a$  分别取为 2, 4, 6 时, 隧道左右两侧  $x/a = -3.0, -1.5, 1.5$  和  $3.0$  处的地下位移幅值变化曲线如图 5 所示, 可以看出, 在不同隧道埋深处, 隧道右侧的地下位移幅值小于左侧的地下位移幅值, 隧道左侧  $x/a$  为  $-1.5$  和  $-3.0$  处的地下位移幅值沿深度几乎无变化, 而在隧道右侧  $x/a$  为  $1.5$  和  $3.0$  处的地下位移幅值沿深度方向存在明显变化. 说明隧道的存在对其周围地震动具有显著的影响.

当 SH 波入射角  $\gamma = 30^\circ$ , 隧道埋深  $D/a = 2$ , 隧道衬砌刚度  $\delta = 1.5$ , 无量纲频率  $\eta$  分别取 0.5, 1.0, 1.5 时, 隧道左右两侧  $x/a = -3.0, -1.5, 1.5$  和  $3.0$  处时的地下位移幅值变化, 如图 6 所示. 可以看出: 随着无量纲频率增大, 地下位移幅值的变化趋于复杂; 在  $x/a = -3.0, 1.5$  和  $3.0$  处地下位移幅值随着无量纲频率的变大而逐渐增大, 但是在  $x/a = -1.5$  处随着频率的增加地下位移幅值逐渐减小, 说明在隧道左侧附近存在异常区.

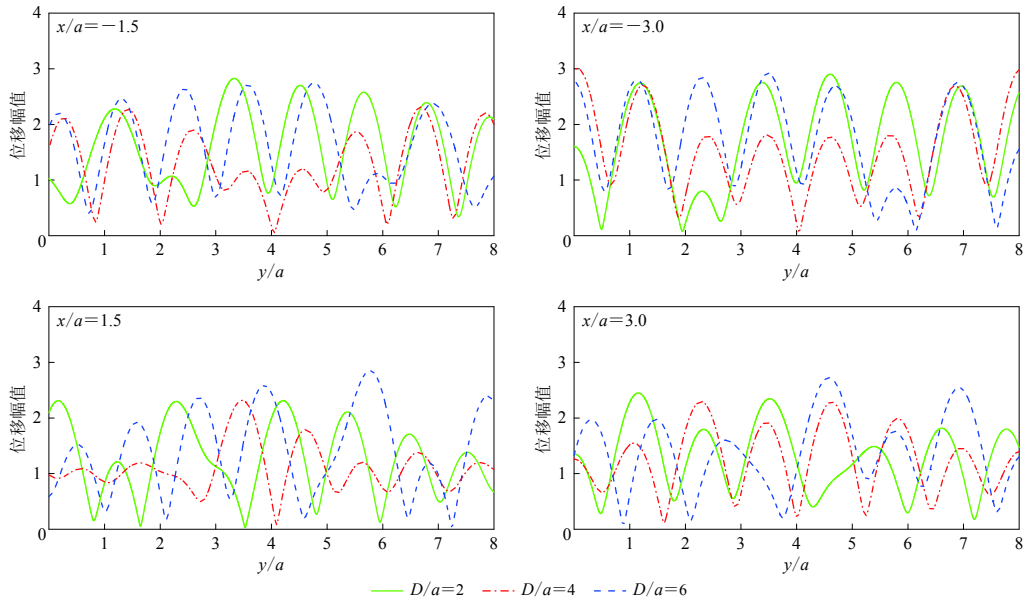


图 5 不同隧道埋深时隧道两侧的 SH 波地下位移幅值变化

Fig. 5 Variation of underground displacement amplitude with  $D/a$  for SH waves on both sides of the tunnel

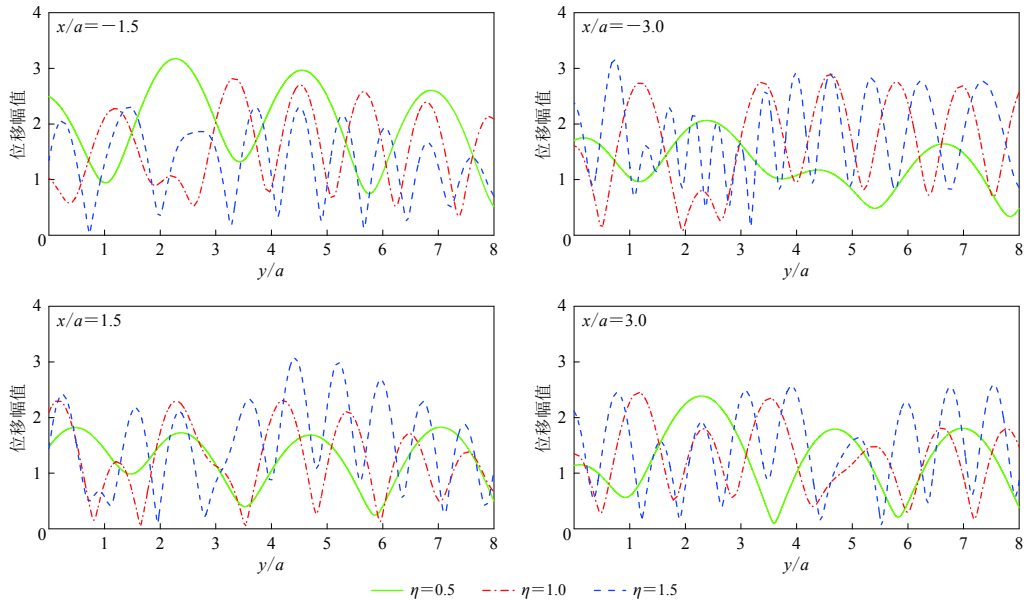


图 6 不同入射频率时隧道两侧的 SH 波地下位移幅值变化曲线

Fig. 6 Variation of underground displacement amplitude with  $\eta$  for SH waves on both sides of the tunnel

当入射角  $\gamma=30^\circ$ ，埋深  $D/a=2$ ，无量纲频率  $\eta=1$ ，隧道衬砌刚度  $\delta$  分别为 0.5, 1.5, 4.5 时，隧道左右两侧  $x/a=-3.0, -1.5, 1.5$  和 3.0 处的地下位移幅值随深度  $y/a$  的变化如图 7 所示。可以看出：地下位移幅值随刚度的增大而逐渐减小；在  $x/a=-3.0$  和 3.0 处，地下位移幅值随着  $\delta$  的增大降幅减小，并且随深度的增加放大谱值趋于相等；而在  $x/a=-1.5$  和 1.5 处， $\delta$  的增大对地下位移幅值的降幅具有显著影响。说明在隧道周围近距离处，刚度的变

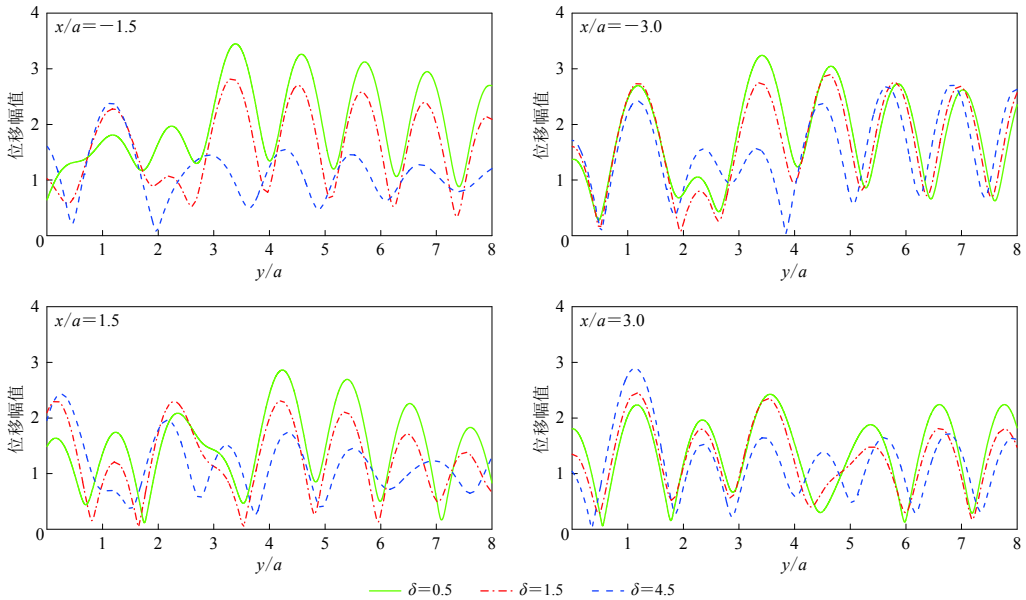


图 7 不同隧道衬砌刚度隧道两侧的 SH 波地下位移幅值变化

Fig. 7 Variations of underground displacement amplitude with lining stiffness for SH waves on both sides of the tunnel

化对放大谱值的影响显著,而在隧道远距离处,刚度对地下位移幅值的影响较弱。

### 3 讨论与结论

本文应用波函数展开法和镜像法,得到了平面 SH 波作用下含圆形衬砌隧道的弹性半空间中散射波场的级数解答.通过数值算例分析,研究了平面 SH 的入射角度、入射频率和隧道埋深、衬砌刚度对沿线地下地震动的影响.结果表明,地下隧道的存在对其周围地震动具有显著的影响,并具有如下规律:

1) 地下圆形衬砌隧道的存在对隧道右侧地下位移振幅存在明显的“屏障作用”.当入射角较小时,波动周期较短,位移振幅值较小;当入射角 $\gamma=90^\circ$ 时,周期最长,位移振幅值也达到最大。

2) 随着入射频率的增加,隧道周围土体的位移幅值有逐渐增大的趋势,但是在隧道左侧近处存在异常区,该区随着频率的增加地下位移振幅逐渐减小。

3) 在隧道周围近距离处,衬砌刚度的变化对地下位移幅值的影响显著,而在隧道远距离处,衬砌刚度对地下位移幅值的影响较弱。

### 参 考 文 献

- 付佳, 梁建文, 杜金金. 2016. 平面 SH 波激励下的土-隧道动力相互作用的解析解[J]. 岩土工程学报, **38**(4): 588-598.
- Fu J, Liang J W, Du J J. 2016. Analytical solution of dynamic soil-tunnel interaction for incident plane SH wave[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **38**(4): 588-598 (in Chinese).
- 梁建文, 张浩, Lee V W. 2004. 地下洞室群对地面运动影响问题的级数解答: P 波入射[J]. *地震学报*, **26**(3): 269-280.
- Liang J W, Zhang H, Lee V W. 2004. A series solution for surface motion amplification due to underground group cavities: Incident P waves[J]. *Acta Seismologica Sinica*, **26**(3): 269-280 (in Chinese).

- 梁建文, 纪晓东, Lee V W. 2005a. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响(I): 级数解[J]. 岩土力学, **26**(4): 520–524.
- Liang J W, Ji X D, Lee V W. 2005a. Effects of an underground lined tunnel on ground motion ( I ): Series solution[J]. *Rock and Soil Mechanics*, **26**(4): 520–524 (in Chinese).
- 梁建文, 纪晓东, Lee V W. 2005b. 地下圆形衬砌隧道对沿线地震动的影响(II): 数值结果[J]. 岩土力学, **26**(5): 687–692.
- Liang J W, Ji X D, Lee V W. 2005b. Effects of an underground lined tunnel on ground motion ( II ): Numerical results[J]. *Rock and Soil Mechanics*, **26**(5): 687–692 (in Chinese).
- Alielahi H, Adampira M. 2016. Effect of twin-parallel tunnels on seismic ground response due to vertically in-plane waves[J]. *Int J Rock Mech Min Sci*, **85**: 67–83.
- de Barros F C P, Luco J E. 2010. Seismic response of a cylindrical shell embedded in a layered viscoelastic half-space. II: Validation and numerical results[J]. *Earthq Eng Struct Dyn*, **23**(5): 569–580.
- Lee V W, Trifunac M D. 1979. Response of tunnels to incident SH-waves[J]. *J Eng Mech Div*, **105**(4): 643–659.
- Lee V W, Karl J. 1992. Diffraction of SV waves by underground, circular, cylindrical cavities[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, **11**(8): 445–456.
- Lee V W, Karl J. 1993. On deformation near a circular underground cavity subjected to incident plane P waves[J]. *Eur J Earthq Eng*, **7**(1): 29–35.
- Liang J W, Zhang H, Lee V W. 2003. A series solution for surface motion amplification due to underground twin tunnels: Incident SV waves[J]. *Earthq Eng Eng Vibrat*, **2**(2): 289–298.
- Liang J W, Chen J Q, Ba Z Y. 2012. 3D scattering of obliquely incident SH waves by a cylindrical cavity in layered elastic half-space ( I ): Methodology and verification[J]. *Earthquake Science*, **34**(6): 785–792.
- Liang J W, Chen J Q, Ba Z Y. 2013. 3D scattering of obliquely incident SH waves by a cylindrical cavity in layered elastic half-space ( II ): Numerical results and analysis[J]. *Earthquake Science*, **35**(2): 173–183.
- Liu Q J, Zhao M J, Wang L H. 2013. Scattering of plane P, SV or Rayleigh waves by a shallow lined tunnel in an elastic half space[J]. *Soil Dyn Earthq Eng*, **49**: 52–63.
- Liu Z X, Liu L. 2015. An IBEM solution to the scattering of plane SH-waves by a lined tunnel in elastic wedge space[J]. *Earthquake Science*, **28**(1): 71–86.
- Liu Z X, Wang Y R, Liang J W. 2016. Dynamic interaction of twin vertically overlapping lined tunnels in an elastic half space subjected to incident plane waves[J]. *Earthquake Science*, **29**(3): 185–201.
- Luco J E, de Barros F C P. 2010. Seismic response of a cylindrical shell embedded in a layered viscoelastic half-space. I: Formulation[J]. *Earthq Eng Struct Dyn*, **23**(5): 553–567.
- Morse P M, Feshbach H, Condon E U. 1954. Methods of theoretical physics, parts I & II[J]. *Phys Today*, **7**(12): 15–16.
- Mow C C, Pao Y H. 1973. The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations[J]. *J Appl Mechan*, **40**(4): 213–219.
- Narayan J P, Kumar D, Sahar D. 2015. Effects of complex interaction of Rayleigh waves with tunnel on the free surface ground motion and the strain across the tunnel-lining[J]. *Nat Hazards*, **79**(1): 479–495.
- Oliaei M, Alitalash M. 2015. Ground motion amplification due to underground cavities subjected to incident SV and P in-plane waves[J]. *Sci Iran*, **22**(5): 1703–1711.
- Parvanova S L, Dineva P S, Manolis G D, Wuttke F. 2014. Seismic response of lined tunnels in the half-plane with surface topography[J]. *Bull Earthq Eng*, **12**(2): 981–1005.
- Xu H, Li T B, Li L Q. 2011. Research on dynamic response of underground circular lining tunnel under the action of P waves[J]. *Appl Mech Mater*, **99/100**: 181–189.