DOI:10.13546/j.cnki.tjyjc.2015.06.023

基于SPA数排序的一种可能度方法

王万军[1],晏　燕[2]

(1.兰州文理学院 信息工程学院,兰州 730000;2.兰州理工大学 电子工程与信息工程学院,兰州 730050)

摘　要:文章给出了集对SPA数比较的一个可能度表达式,并详细研究了该表达式的一些性质,基于可能度表达式,提出了一种基于SPA数的可能度排序方法。最后,进行了算例分析。

关键词:SPA数;可能度;排序

中图分类号:TP301　　**文献标识码:**A　　**文章编号:**1002-6487(2015)06-0079-02

0　引言

1989年中国学者赵克勤在包头会议上首次提出了一种新的不确定信息处理方法集对分析(set pair analysis,简写SPA)[1]理论。它是通过比较两个集合对之间的同(同一)、异(不确定)和反(对立)三者之间的关系,建立一个联系数函数进行信息模糊、不确定及随机性等的处理。SPA方法在现代信息处理中有很重要作用,已经广泛地应用在模糊推理、信息决策、可靠性分析、模式识别及医疗诊断等[2-5]领域,是当今智能信息中"软处理","软计算"的重要研究课题,因此研究SPA集排序择优等问题有重要的实用价值和理论意义。

本文给出了SPA数的一个可能度公式进行SPA数排序,并研究了该公式的一些性质关系。基于SPA数的可能度,提出了一种SPA数可能度排序方法,并将该方法应用到多属性决策方案中。

1　SPA数可能度概念及性质

定义1[5] 设 X 为非空集,则称

$$A=\{<x, a_A(x), b_A(x), c_A(x)> \mid x\in X\}$$

为集对集或SPA集,其中 $a_A(x), b_A(x), c_A(x)$ 分别表示为 X 中元素 x 属于 A 的支持(同一)度,不确定(异)度和对立(反)度,表示为联系度即为:

$$\mu_A(x)=a_A(x)+b_A(x)i+c_A(x)j$$

$a_A(x):x\to[0,1]$,

$b_A(x):x\to[0,1]$,

$c_A(x):x\to[0,1]$,

且满足 $a_A(x)+b_A(x)+c_A(x)=1$ 的归一化条件。其中 $i\in[-1,1]$,称为不确定度系数;j 为对立度系数,通常情况可取 $j=-1$。

定义2 称 $\mu_A=(a_A, b_A, c_A)$ 为SPA数,其中 $a_A, b_A, c_A\in[0,1]$,$a_A+b_A+c_A=1$。

SPA数的含义实际可以通过投票模型理解为:对于某一决策方案,有N人参与投票,投票支持率为 a_A,弃权率为 b_A,反对率为 c_A。

定义3 对于SPA数 $\mu_A=(a_A, b_A, c_A)$,称 $S(\mu_A)=a_A-c_A$ 为记分函数。

定义4[6-7] 当 a, b 为实数,则称

$$p(a>b)=\begin{cases}1 & a>b\\ 0 & a\le b\end{cases}$$

为 $a>b$ 的可能度。

定义5 设 $\mu_1=(a_1, b_1, c_1)$ 与 $\mu_2=(a_2, b_2, c_2)$ 为SPA数,称

$$p(\mu_1\ge\mu_2)=\max\{1-\frac{1}{2}\max(1+\frac{S(\mu_2)-S(\mu_1)}{b_1+b_2}, 0), 0\}$$

为 $\mu_1\ge\mu_2$ 的可能度。

定义6 设 $\mu_1=(a_1, b_1, c_1)$ 与 $\mu_2=(a_2, b_2, c_2)$ 为SPA数,称

$$p(\mu_1\ge\mu_2)=\min\{\frac{1}{2}\max(1+\frac{S(\mu_1)-S(\mu_2)}{b_1+b_2}, 0), 1\}$$

为 $\mu_1\ge\mu_2$ 的可能度。

对定义5与定义6,容易得到如下性质:

(1) $p(\mu_1\ge\mu_2)\in[0,1]$;

(2)若 $p(\mu_1\ge\mu_2)=1$,当且仅当 $S(\mu_1)-S(\mu_2)\ge b_1+b_2$;

(3)若 $p(\mu_1\ge\mu_2)=0$,当且仅当 $S(\mu_2)-S(\mu_1)\ge b_1+b_2$;

(4) $p(\mu_1\ge\mu_1)=0.5$;

(5) $p(\mu_1\ge\mu_2)+p(\mu_2\ge\mu_1)=1$;

(6)若 $p(\mu_1\ge\mu_2)\ge 0.5$,当且仅当 $S(\mu_1)\ge S(\mu_2)$;

(7)对于3个集对SPA数 μ_1,μ_2,μ_3,若有 $p(\mu_1\ge\mu_2)\ge 0.5$,且 $p(\mu_2\ge\mu_3)\ge 0.5$,则 $p(\mu_1\ge\mu_3)\ge 0.5$。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61363078);甘肃省高等学校研究生导师科研项目(1215-04);兰州文理学院科研能力提升计划骨干项目(2012GGTS01)

作者简介:王万军(1974-),男,甘肃天水人,硕士,副教授,研究方向:计算机智能信息处理与信息决策分析技术。

晏　燕(1980-),女,甘肃兰州人,博士研究生,研究方向:信息隐藏技术。

其实定义5与定义6是等价的。

具体证明如下：

由于 $p(\mu_1 \ge \mu_2)+p(\mu_2 \ge \mu_1)=1$，所以

$$p(\mu_1 \ge \mu_2)=1-p(\mu_2 \ge \mu_1)=1-\max\{1-\frac{1}{2}\max(1+\frac{S(\mu_2)-S(\mu_1)}{b_1+b_2},0),0\}$$

$$=\min\{1,\frac{1}{2}\max(1+\frac{S(\mu_2)-S(\mu_1)}{b_1+b_2},0)\}$$

$$=\min\{\frac{1}{2}\max(1+\frac{S(\mu_2)-S(\mu_1)}{b_1+b_2},0),1\}$$ 证毕。

由此证明可知：定义5与定义6等价。

2 SPA数排序的可能度方法

SPA数排序的可能度方法具体步骤如下：

步骤1：将决策信息中对给定的SPA数进行两两比较，利用定义5或定义6可能度公式建立决策信息的可能度矩阵P。此时，SPA数的排序转化为可能度矩阵的向量排序。

步骤2：由SPA数的可能度性质易知矩阵P为一个互补判断矩阵，对矩阵P利用文献[8]给出的排序公式 w_i 进行矩阵P信息集结，得到排序向量 ω。

$$\omega_i=\frac{\sum_{j=1}^{n}P_{ij}+\frac{n}{2}-1}{n(n-1)}$$ 其中 $j=1,2,\dots,n$。

步骤3：根据排序向量 ω 值大小排序择优。

步骤4：结束。

3 算例分析

现要对一个大学的学院进行评估，采用对该学院的教学 G_1、科研 G_2 和服务 G_3 三个属性作为评估对象，对其下属的5个子学院 A_i（$i=1,2,3,4,5$）进行评估。现得到20个专家投票表决的情况，如表1所示。假设对每个评估属性权重 $w=(0.4,0.4,0.2)^T$，试根据上述专家投票信息评估最佳的学院。

表1　专家投票表决信息统计表

	教学 G_1			科研 G_2			服务 G_3		
	支持	犹豫	反对	支持	犹豫	反对	支持	犹豫	反对
A_1	12	3	5	8	6	6	13	4	3
A_2	14	4	2	10	4	6	10	6	4
A_3	10	2	8	12	3	5	9	3	8
A_4	13	3	4	10	5	5	10	4	6
A_5	10	4	6	12	2	6	12	4	4

下面利用本文的方法进行排序择优。

步骤1 把专家投票统计表1归一化处理得到SPA数矩阵R。

$$R=\begin{pmatrix}(0.6,0.15,0.25) & (0.40,0.30,0.30) & (0.65,0.20,0.15)\\(0.70,0.20,0.10) & (0.50,0.20,0.30) & (0.50,0.30,0.20)\\(0.50,0.10,0.40) & (0.60,0.15,0.25) & (0.45,0.15,0.40)\\(0.65,0.15,0.20) & (0.50,0.25,0.25) & (0.50,0.20,0.30)\\(0.50,0.20,0.30) & (0.60,0.10,0.30) & (0.60,0.20,0.20)\end{pmatrix}$$

利用公式 $z_j=\sum_{i=1}^{3}r_{ij}w_i$（$r_{ij}$ 表示第 j 个学院的第 i 个属性值），得到5个子学院 A_i（$i=1,2,3,4,5$）的综合属性SPA数的值为：

$z_i=((0.53,0.22,0.25),\ (0.58,0.22,0.2),\ (0.53,0.13,0.34),\ (0.56,0.2,0.24),)\ (0.56,0.16,0.28))$

其中 $i=1,2,3,4,5$。

由定义5或定义6计算出综合属性SPA数 z_i（$i=1,2,3,4,5$）的可能度矩阵P。

$$P=\begin{pmatrix}0.5 & 0.3864 & 0.6286 & 0.4524 & 0.5\\0.6136 & 0.5 & 0.7714 & 0.5714 & 0.6316\\0.3714 & 0.2286 & 0.5 & 0.3030 & 0.3448\\0.5476 & 0.4286 & 0.6970 & 0.5 & 0.5556\\0.5 & 0.3684 & 0.6552 & 0.4444 & 0.5\end{pmatrix}$$

步骤2 利用文献[8]给出的排序公式 ω_i 进行矩阵P信息集结，得到排序向量 ω。

$\omega=(0.1984,0.2294,0.1624,0.2114,0.1984)^T$

步骤3 根据排序向量 ω 值大小排序择优。

由于 $\omega_2>\omega_4>\omega_1=\omega_5>\omega_3$，从而5个子学院进行排序的结果为：

$A_2>A_4>A_1\approx A_5>A_3$。.

因此子学院 A_2 的评估为最优，子学院 A_3 的评估为最劣。

4 结语

本文把可能度的概念引入到集对数中，提出一种SPA数排序的可能度方法。这为集对分析SPA的排序提供了新思路。SPA数的可能度理论具有良好的应用价值和对信息不确定性决策的实用性，尤其在多属性决策、模式识别、不确定推理及软计算等领域应用前景很广阔。

参考文献：

[1]赵克勤.集对分析及其初步应用[M].杭州：浙江科学技术出版社，2000.

[2]王万军. 基于Vague集相似度量的一种联系数方法[J]. 计算机工程与应用 2012,48(1).

[3]王万军,李恒杰.Vague值转化Fuzzy值的一种偏势方法[J].湖南师范大学学报(自然版) 2012,35(4).

[4]王万军,李恒杰,胡建军,邢玉娟.一种Vague值转化Fuzzy值的偏联系数方法[J].计算机工程与应用 2013,49(1).

[5]王万军,李恒杰,胡建军,邢玉娟.一种SPA集转化Fuzzy集的新方法[J].计算机工程与应用 2013,49(3).

[6]徐泽水,达庆利.区间数的排序方法研究[J].系统工程,2001,19(6).

[7]徐泽水,达庆利.区间数排序的可能度法及其应用[J].系统工程学报,2003,18(1).

[8]徐泽水.模糊互补判断矩阵排序的一种算法[J].系统工程学报,2001,16(4).

（责任编辑/易永生）