

DOI: 10.7641/CTA.2015.40731

纯方位距离参数化概率假设密度和势概率假设密度滤波器

陈 辉^{1,2†}, 韩崇昭¹

(1. 西安交通大学 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 陕西 西安 710049;

2. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 考虑多目标跟踪中量测源的不确定性, 本文提出两个基于随机有限集 (RFS) 的多距离假设纯方位跟踪 (BOT) 滤波器. 首先, 详细推导距离参数化高斯混合概率假设密度 (PHD) 滤波器的递推公式. 然后, 详细推导距离参数化高斯混合势概率假设密度 (CPHD) 滤波器的势分布和强度的递推公式. 此外, 为跟踪随机出现的目标, 提出一种自适应 BOT 新生目标强度的建立方法. 仿真验证了算法的有效性.

关键词: 多目标跟踪; 距离参数化; 随机有限集; 新生强度; 纯方位

中图分类号: TP274 **文献标识码:** A

Bearings-only range-parameterized probability hypothesis density and cardinalized probability hypothesis density filter

CHEN Hui^{1,2†}, HAN Chong-zhao¹

(1. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security Lab, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: Considering the uncertainty of measurement origin in multi-target tracking, we propose a couple of random finite set based multi-range hypothesis filters for bearings-only tracking problem. First, we derive the recursive formula of range-parameterized Gaussian mixture (RPGM) PHD filter. Then, we derive the corresponding RPGM-CPHD filter with the recursive formula of intensity and cardinality distribution. Moreover, in order to track the random newborn target, we propose an adaptive bearings-only birth intensity approach. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: multi-target tracking; range-parameterized; random finite set; newborn intensity; bearings-only

1 引言 (Introduction)

纯方位跟踪 (bearings-only tracking, BOT)^[1-8] 具有较差的状态可观性和量测方程的高度非线性, 所以该问题的求解一直是目标跟踪领域的热点议题. 若再考虑多目标跟踪下的量测源不确定性, 则进一步加剧了 BOT 问题求解的难度. 为了简化问题, 大多数 BOT 集中于研究在忽略杂波、漏检等量测源不确定性因素下的单目标跟踪问题. 同时, 为保证目标状态的可观性, 通常假设观测站自主可控机动运行且跟踪目标无机动. 但即便对这样简化的问题, 也很难构造一个有限维最优贝叶斯滤波器持续稳定地跟踪纯方位目标. 一

些次优非线性滤波技术常常用于解决 BOT 问题^[9-11]. 在目标可观性变差、不具备良好的初始条件时, 这些次优算法应用于 BOT 都不同程度地出现发散, 估计方差时不能产生自主修正, 无法始终保证距离估计的稳定性.

在纯方位递推滤波的研究中, 也涌现出一些适于 BOT 问题求解的滤波器. 首先是基于扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 的伪线性估计器 (pseudo linear estimator, PLE)^[12], 它将非线性项并入噪声项, 直接得出线性测量方程的同时给出相对稳定的性能. 然而, 它的测量矩阵包含的元素是方位噪声的函数,

收稿日期: 2014-08-08; 录用日期: 2015-01-06.

†通信作者. E-mail: huich78@hotmail.com.

国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2013CB329405), 国家自然科学基金创新研究群体项目 (61221063), 国家自然科学基金项目 (61370037, 61473217, 61005026), 甘肃省高等学校科研项目 (2014A-035) 资助.

Supported by National Key Basic Research Program of China (973 Program) (2013CB329405), Foundation for Innovative Research Groups of National Natural Science Foundation of China (61221063), National Natural Science Foundation of China (61370037, 61473217, 61005026) and Foundation of Higher Education of Gansu Province, China (2014A-035).

并且与测量方程的噪声项相关,因此PLE呈现出非常严重的偏差.此外,在非线形函数可修正的前提下,Song和Speyer提出了一种修正增益扩展卡尔曼滤波器(modified gain EKF, MGEKF)^[13],它通过在测量函数的线性化过程中引入观测量,计算一个修正的卡尔曼滤波增益,相对于EKF其性能得到了显著提升.Galkowski等^[14]则直接给出了BOT的MGEKF滤波器的简化算法,保证了数值计算的稳定性.修正的极坐标系(modified polar coordinate, MPC)^[8]下的非线性滤波器则直接应对BOT的可观测问题.这类滤波器将状态可观分量和不可观分量的解耦,防止状态协方差矩阵病态条件的产生,避免了由此带来的滤波器不稳定问题.但新设计的状态变量导致MPC下的状态演化方程具有非常严重的非线性,而且和其他BOT滤波器一样,它严重依赖于状态的初始条件.以文献[15-16]为代表,提出以多个假设距离输入同一滤波器衍生得到多个并行工作的估计模块而构成滤波器组(filter bank, FB),然后利用似然函数评价不同的估计模块,对其结果进行概率加权.在BOT的研究中,习惯上称这些基于多假设距离的滤波器为距离参数化滤波器(range-parameterized filter, RPF)^[17],它在一定程度上保证了距离估计的稳定性.文献[18-19]利用距离的高斯混合(Gaussian mixture, GM)取代简单的FB方式,完善了RPF的理论.一直以来,RPF这类方法主要研究多假设距离测量的模型表达方式和其加权方式,但是传统的RPF在杂波和多目标共存的实际跟踪环境中具有较差的适应度.这是因为:若采用最为传统的RPF形式,即FB方式,组内的每个滤波器单独工作时首先就面临复杂的数据关联问题.更为不利的是,组内每个模块(滤波器)的估计输出在混合加重的过程中还要识别对应的多目标航迹,即航迹关联的问题.这两种数据关联的叠加将使问题的处理变得非常困难和无效.若采用GM方式表达距离,将因为大量的杂波和多目标源量测伴随距离多假设成倍迅速地扩张伪量测.这种显著的虚警扩张也是非常无效的,严重干扰并影响到数据关联的决策质量和算法效率.此外,在多目标随机出现的情况下,由于BOT的量测信息不完备,难以保证跟踪过程中的滤波器收敛,所以BOT滤波器都严重依赖于初始条件.本论文的出发点就是在杂波、漏检和多目标共存时考虑量测源不确定性,研究一种有效的多距离假设跟踪滤波算法(或RPF算法).该算法能够准确发现时空上随机出现的目标,而且能对发现的纯方位目标进行持续稳定地跟踪.

近年来,基于随机有限集(random finite set, RFS)^[20]的多目标跟踪算法受到了国内外众多学者的关注.利用RFS方法建模多目标状态和观测,使多目标跟踪问题在贝叶斯滤波框架下通过递推更新多目标状态的后验分布得到解决.但完成多目标贝叶斯递

推必须考虑到由多目标概率分布的组合特性和有限维多目标状态空间上的多重积分带来的复杂性.鉴于此,Mahler在单目标状态空间上提出了概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)滤波器^[20],而为了解决目标个数(势)估计的不稳定,作为PHD的推广,进而提出势概率假设密度(cardinalized PHD, CPHD)滤波器^[20].基于RFS的多目标跟踪方法的最大优点在于避免了传统多目标跟踪算法中繁冗的关联决策.而该决策的质量和效率一直是传统跟踪方法必须解决的核心问题之一.

本文的主要内容是:考虑量测源的不确定性,详细推导并最终提出两个基于RFS的纯方位滤波器.它们分别是距离参数化高斯混合PHD(range-parameterized Gaussian mixture PHD, RPGM-PHD)滤波器,以及距离参数化高斯混合CPHD(RPGM-CPHD)滤波器.另一个主要工作是考虑时间和空间上随机出现的多目标,研究一种自适应新生强度建立的方法.最后,文章将选取具有代表性的BOT递推滤波器对PHD和CPHD进行扩展,给出修正的极坐标系(MPC)下强度初值的设定方法,对所提滤波器和传统滤波器在RFS框架下进行性能比较,并给出最终的结论.

2 RFS下的纯方位跟踪描述(Bearings-only tracking problem based on RFS)

若 k 时刻有 $N(k)$ 个目标,它们的状态分别表示为 $\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{N(k),k}$,都取值在目标状态空间 $\mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}^{n_x}$.同时,假设传感器在 k 时刻接收到 $M(k)$ 个量测 $z_{1,k}, \dots, z_{M(k),k}$,它们都取值在观测空间 $\mathcal{Z} \subseteq \mathbb{R}^{n_z}$.那么, k 时刻多目标状态 $X_k = \{\mathbf{x}_{1,k}, \dots, \mathbf{x}_{N(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ 和多目标量测 $Z_k = \{z_{1,k}, \dots, z_{M(k),k}\} \in \mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 都分别构成一个RFS^[20],其中: $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ 代表所有 \mathcal{X} 的有限子集组成的集合, $\mathcal{F}(\mathcal{Z})$ 代表所有 \mathcal{Z} 的有限子集组成的集合^[20].考虑到目标的存活、新生和消亡,则 k 时刻的目标数目 $N(k)$ 是时变的.笛卡尔坐标系下的纯方位单目标状态 $\mathbf{x}_k \in X_k$ 可表示为

$$\mathbf{x}_k = [r_{x,k} \ r_{y,k} \ \dot{r}_{x,k} \ \dot{r}_{y,k}]^T. \quad (1)$$

假设 $k-1$ 时刻状态 $\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}$ 的目标以存活概率 $p_{s,k}(\mathbf{x}_{k-1})$ 继续存活在 k 时刻.这里不考虑衍生目标,则多目标动态系统可建模为^[20]

$$X_k = \left\{ \bigcup_{\mathbf{x}_{k-1} \in X_{k-1}} S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1}) \right\} \cup \Gamma_k, \quad (2)$$

其中: $S_{k|k-1}(\mathbf{x}_{k-1})$ 是从 $k-1$ 时刻状态 \mathbf{x}_{k-1} 演化来的 k 时刻存活目标状态RFS, Γ_k 是 k 时刻新生目标状态RFS.假设所有存活和新生目标的状态演变方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = F_k \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_k, \quad (3)$$

其中: F_k 是系统的状态转移矩阵, $\mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$ 是过程噪声向量.

另外,对于 k 时刻的目标状态 $\mathbf{x}_k \in X_k$,单传感器以检测概率 $P_{D,k}(\mathbf{x}_k)$ 检测到它对应的方位角量测 z_k , $z_k \in Z_k$,且

$$z_k = \theta_k + v_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{s,k}) + e_k = \tan^{-1}\left(\frac{r_{x,k} - x_{s,k}}{r_{y,k} - y_{s,k}}\right) + e_k, \quad (4)$$

其中: θ_k 是 k 时刻目标状态 \mathbf{x}_k 对应的目标和传感器之间的方位角, $e_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\theta^2)$ 是标准差为 σ_θ 的零均值高斯白噪声.传感器在 k 时刻的位置 $\mathbf{x}_{s,k} = (x_{s,k}, y_{s,k})$ 是精确可测量的.

则传感器对应目标的伯努利量测构成一个RFS,可表示为 $\Theta_k(\mathbf{x}_k)$.同时,传感器在 k 时刻接收到的杂波可表示为 K_k ,该集合为已知强度为 λ_c 的泊松RFS.那么,单传感器在 k 时刻所接收到的多目标方位角量测就可建模为

$$Z_k = \left\{ \bigcup_{\mathbf{x}_k \in X_k} \Theta_k(\mathbf{x}_k) \right\} \cup K_k. \quad (5)$$

根据直到 k 时刻的方位角量测有限集 $Z_{1:k} = \{Z_1, \dots, Z_k\}$,本文将在 $Z_{1:k}$ 条件下,对未知距离进行分段参数化,利用RFS方法设计滤波器递推估计 k 时刻的目标状态 X_k .

3 纯方位量测转换(Bearings-only converted measurement)

BOT具有高度非线性,且跟踪滤波器必须考虑方位角量测反正切函数的奇异性和周期性.一种有效的规避办法是将角量测转换到笛卡尔坐标系下^[15].

假设距离的观测范围为 $R \in [R_{\min}, R_{\max}]$,若将距离区间分为 C_k 个区间,那么在已知方位角条件下的距离分布可近似表达为高斯和的形式

$$p(R|z_k) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \mathcal{N}(R; \bar{R}_{c,k}, \sigma_{R,k}^{(c)2}). \quad (6)$$

$\bar{R}_{c,k}$ 是分段子区间中心点, $\sigma_{R,k}^{(c)}$ 是子区间距离的标准差, $\mu_{c,k}$ 是子区间的权重,且

$$\sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} = 1, \quad c = 1, \dots, C_k. \quad (7)$$

距离分段可按照几何级数划分^[15-16],即

$$\rho_k \triangleq \frac{R_{c+1,k}}{R_{c,k}} = \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}}\right)^{1/C_k}, \quad (8)$$

其中 $R_{c+1,k}$ 和 $R_{c,k}$ 代表子区间 c 的上下界.几何级数划分的依据是每一个覆盖区域具有等同的方位角变化率,即每一个区域对于方位变化所受的非线性影响是等同的,其张成的误差椭圆具有同样的离心率^[15].子区间 c 的长度 $\Delta R_{c,k} = R_{c+1,k} - R_{c,k}$,子区间标准差 $\sigma_{R,k}^{(c)} = \frac{\Delta R_{c,k}}{2}$,子区间中心 $\bar{R}_{c,k} = \frac{R_{c+1,k} + R_{c,k}}{2}$.

则目标纯方位量测依然

$$g_k(z_k|\mathbf{x}_k) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \mathcal{N}(\hat{z}_{c,k}; H_k \mathbf{x}_k, Q_{\hat{z},k}^{(c)}), \quad (9)$$

其中:距离区间 c 对应的笛卡尔坐标系下的转换量测是 $\hat{z}_{c,k}$,方差 $Q_{\hat{z},k}^{(c)}$ 和转化量测矩阵 H_k 分别为

$$\hat{z}_{c,k} = \mathbf{x}_{s,k} + \bar{R}_{c,k} \begin{bmatrix} \sin z_k \\ \cos z_k \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Q_{\hat{z},k}^{(c)} = T_k \begin{bmatrix} (\bar{R}_{c,k} \sigma_\theta)^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{R,k}^{(c)2} \end{bmatrix} T_k^T, \quad (11)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

T_k 是旋转矩阵,表示为

$$T_k = \begin{bmatrix} \cos z_k & \sin z_k \\ -\sin z_k & \cos z_k \end{bmatrix}. \quad (13)$$

本文考虑 $\mu_{c,k}$ 代表目标量测落入相应子区间(椭圆)的概率,即设定 $\mu_{c,k}$ 正比于椭圆所覆盖的面积^[18-19],即

$$\mu_{c,k} = \frac{\sqrt{\det Q_{\hat{z},k}^{(c)}}}{\sum_{c=1}^{C_k} \sqrt{\det Q_{\hat{z},k}^{(c)}}} = \rho_k^{2c-2} \frac{\rho_k^2 - 1}{\rho_k^{2C_k} - 1}. \quad (14)$$

为表示距离分段参数化的方法,给出图1示例.图中,距离范围 $[R_{\min}, R_{\max}] = [0.5 \text{ km}, 10 \text{ km}]$, $C_k = 5$,方位角 $\theta_k = \pi/4$,量测噪声强度 $\sigma_\theta = 0.05 \text{ rad}$.

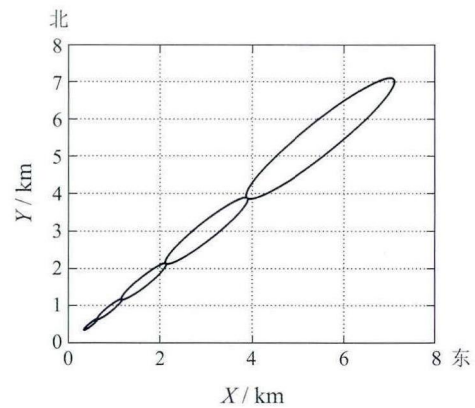


图1 多假设距离下的位置误差椭圆

Fig. 1 Position error ellipse with multi-range hypothesis

4 RPGM-PHD 和 RPGM-CPHD 滤波器的设计(RPGM-PHD and RPGM-CPHD filter design)

Mahler在单目标状态空间上提出了PHD滤波器,在满足相应假设的前提下^[20],其递推形式表示为

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \int p_{s,k}(\zeta) f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\zeta) v_{k-1}(\zeta) d\zeta + \gamma_k(\mathbf{x}), \quad (15)$$

$$v_{k|k}(\mathbf{x}) = [1 - p_{D,k}(\mathbf{x})] v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{p_{D,k}(\mathbf{x}) g_k(z|\mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x})}{\kappa_k(z) + \int p_{D,k}(\xi) g_k(z|\xi) v_{k|k-1}(\xi) d\xi}, \quad (16)$$

其中: $f_{k|k-1}(\cdot|\zeta)$ 表示 k 时刻在给定先前时刻状态 ζ 条件下的单目标状态转移密度, $g_k(\cdot|\mathbf{x})$ 表示在当前状态 \mathbf{x} 条件下的单目标量测似然, $p_{S,k}(\zeta)$ 是在给定先前状态 ζ 下的目标存活概率, $\gamma_k(\mathbf{x})$ 代表新生目标的强度. Z_k 是多目标量测集, $p_{D,k}(\mathbf{x})$ 是目标在当前状态 \mathbf{x} 下的检测概率, $\kappa_k(\cdot)$ 代表杂波强度.

Vo等分别在线性条件下给出了PHD滤波的序贯蒙特卡洛(sequence Monte Carlo, SMC)实现^[21], 在线性高斯条件下给出了PHD滤波的高斯混合(Gaussian mixture, GM)实现^[22]. BOT由于距离不可测, 尤其是目标相对于传感器的径向距离的不确定性要远大于切向距离. 在距离分量的分布存在如此显著差异的情况下, 传统SMC-PHD实现很难利用特定的聚类算法对BOT的PHD采样粒子进行有效聚类. 近年来, 为保证算法稳定性, Ristic等提出了一种免聚类的SMC-PHD实现^[23], 是辅助粒子滤波在PHD应用上的一种推广. 考虑到算法的计算效率, 也为了自然地扩展第3节中量测似然的GM表达, 使BOT问题的解决可以转换到笛卡尔坐标系下进行, 本文以下内容将在多距离假设的意义下, 对RPGM-PHD的递推公式进行推导, 同时对RPGM-CPHD的势分布和强度递推进行详细推导.

4.1 RPGM-PHD滤波器(RPGM-PHD filter)

假设 $k-1$ 时刻目标的后验强度和新生强度都具有高斯混合的表达形式

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(i)}, P_{k-1}^{(i)}), \quad (17)$$

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^{L_{\gamma,k}} w_{\gamma,k}^{(l)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(l)}, P_{\gamma,k}^{(l)}). \quad (18)$$

若存活和检测概率独立于状态, 即 $p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k}$, $p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}$. 那么 k 时刻PHD预测依然可用高斯混合表达

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) + \gamma_k(\mathbf{x}), \quad (19)$$

其中, 依据式(3)的离散时间动态模型

$$v_{S,k|k-1}(\mathbf{x}) = p_{S,k} \sum_{j=1}^{J_{k-1}} w_{k-1}^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)}, P_{S,k|k-1}^{(j)}), \quad (20)$$

$$\mathbf{m}_{S,k|k-1}^{(j)} = F_{k-1} \mathbf{m}_{k-1}^{(j)}, \quad (21)$$

$$P_{S,k|k-1}^{(j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(j)} F_{k-1}^T. \quad (22)$$

根据以上形式, 预测PHD可联合表示为

$$v_{k|k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, P_{k|k-1}^{(j)}). \quad (23)$$

由式(9), 似然 $g_k(z|\mathbf{x})$ 按纯方位分段距离GM描述为

$$g_k(z|\mathbf{x}) \approx \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} g_k(\hat{z}_{c,k}|\mathbf{x}), \quad (24)$$

则式(16)中的分子项

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_k &\triangleq \int p_{D,k}(\boldsymbol{\xi}) g_k(z|\boldsymbol{\xi}) v_{k|k-1}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi} = \\ &p_{D,k} \int \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} g_k(\hat{z}_{c,k}|\boldsymbol{\xi}) v_{k|k-1}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}. \end{aligned} \quad (25)$$

交换积分和累加符号运算次序, 令

$$\tilde{v}_{c,k} \triangleq \int g_k(\hat{z}_{c,k}|\boldsymbol{\xi}) v_{k|k-1}(\boldsymbol{\xi}) d\boldsymbol{\xi}, \quad (26)$$

则

$$\mathcal{V}_k = p_{D,k} \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \tilde{v}_{c,k}. \quad (27)$$

利用相关高斯函数乘积的性质^[24], $\tilde{v}_{c,k}$ 可表示为

$$\tilde{v}_{c,k} = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(c,j)}(\hat{z}), \quad (28)$$

其中:

$$q_k^{(c,j)}(\hat{z}) = \mathcal{N}(\hat{z}_{c,k}; \hat{\mathbf{u}}_k^{(j)}, S_k^{(c,j)}), \quad (29)$$

$$\hat{\mathbf{u}}_k^{(j)} = H_k \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)}, \quad (30)$$

$$S_k^{(c,j)} = H_k P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T + Q_{\hat{z},k}^{(c)}. \quad (31)$$

利用以上结果可推导基于纯方位距离参数化PHD的更新公式为

$$v_k(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k}) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{\hat{z} \in \hat{Z}_{c,k}} v_{D,k}(\mathbf{x}; \hat{z}). \quad (32)$$

这里 $v_{D,k}(\mathbf{x}; \hat{z})$ 代表对应检测到目标的 $J_k = C_k \times J_{k|k-1}$ 个高斯混合分量, 表示为

$$v_{D,k}(\mathbf{x}; \hat{z}) = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \sum_{c=1}^{C_k} w_k^{(c,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^{(c,j)}, P_{k|k}^{(c,j)}), \quad (33)$$

$$w_k^{(c,j)} = \frac{p_{D,k} w_{k|k-1}^{(j)} \mu_{c,k} q_k^{(c,j)}(\hat{z})}{\kappa_k(\hat{z}) + \mathcal{V}_k}, \quad (34)$$

$$\mathbf{m}_{k|k}^{(c,j)} = \mathbf{m}_{k|k-1}^{(j)} + K_k^{(c,j)} (\hat{z}_{c,k} - \hat{\mathbf{u}}_k^{(j)}), \quad (35)$$

$$K_k^{(c,j)} = P_{k|k-1}^{(j)} H_k^T [S_k^{(c,j)}]^{-1}, \quad (36)$$

$$P_{k|k}^{(c,j)} = [I - K_k^{(c,j)} H_k] P_{k|k-1}^{(j)}. \quad (37)$$

注意到, 此时量测已经等效到笛卡尔坐标下, $\kappa_k(\hat{z})$ 表示对应到转换量测空间的杂波强度, 转换以后的杂波分布区域的体积为 $V = \pi(R_{\max}^2 - R_{\min}^2)$.

4.2 RPGM-CPHD滤波器(RPGM-CPHD filter)

令 $k-1$ 时刻多目标后验势的概率分布为 p_{k-1} , 在相应假设条件下^[20], 预测的势分布

$$p_{k|k-1}(n) = \sum_{j=0}^n \rho_{\Gamma,k}(n-j) \sum_{l=j}^{\infty} C_l^j p_{k-1}(l) \frac{\langle P_{S,k}, v_{k-1} \rangle^j \langle 1 - P_{S,k}, v_{k-1} \rangle^{l-j}}{\langle 1, v_{k-1} \rangle^l}. \quad (38)$$

这里: $C_l^j = \frac{l!}{j!(l-j)!}$ 是二项式系数, $p_{\Gamma,k}$ 是 k 时刻新生目标的势分布. k 时刻CPHD的强度预测类似于PHD. 令目标未检测概率 $q_{D,k}(\mathbf{x}) = 1 - P_{D,k}(\mathbf{x})$, $G_{k|k-1}$ 和 G_k 分别代表 $p_{k|k-1}$ 和 p_k 的概率生成函数,

$p_{K,k}$ 是 k 时刻杂波的势分布, $G_{\Gamma,k}$ 和 $G_{K,k}$ 分别代表 $p_{\Gamma,k}$ 和 $p_{K,k}$ 的概率生成函数. $G^{(i)}(\cdot)$ 是 $G(\cdot)$ 的 i 阶导数, $\hat{G}^{(i)}(\cdot) = G^{(i)}(\cdot)/G^{(1)}(1)^i$. 令

$$\psi_{z,k}(\mathbf{x}) = \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} g_k(z|\mathbf{x}) p_{D,k}(\mathbf{x}), \quad (39)$$

$$v_k(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{j=0}^{|Z_k|} G_{K,k}^{(|Z_k|-j)}(0) \cdot \hat{G}_{k|k-1}^{(j+1)}(\langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle) \cdot \sigma_j(Z_k)}{\sum_{i=0}^{|Z_k|} G_{K,k}^{(|Z_k|-i)}(0) \cdot \hat{G}_{k|k-1}^{(i)}(\langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle) \cdot \sigma_i(Z_k)} \cdot q_{D,k}(\mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \frac{p_{D,k}(\mathbf{x}) \sum_{z \in Z_k} \frac{g_k(z|\mathbf{x})}{c_k(z)} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) \cdot \frac{\sum_{j=0}^{|Z_k|-1} G_{K,k}^{(|Z_k|-j-1)}(0) \cdot \hat{G}_{k|k-1}^{(j+1)}(\langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle) \cdot \sigma_j(Z_k \setminus \{z\})}{\sum_{i=0}^{|Z_k|} G_{K,k}^{(|Z_k|-i)}(0) \cdot \hat{G}_{k|k-1}^{(i)}(\langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle) \cdot \sigma_i(Z_k)}}{1}, \quad (41)$$

$$p_k(n) = \frac{\sum_{j=0}^{|Z_k|} G_{K,k}^{(|Z_k|-j)}(0) \cdot \frac{1}{(n-j)!} \hat{G}_{k|k-1}^{(j)}(0)^{(n-j)} \cdot \langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle^{n-j} \cdot \sigma_j(Z_k)}{\sum_{i=0}^{|Z_k|} G_{K,k}^{(|Z_k|-i)}(0) \cdot \hat{G}_{k|k-1}^{(i)}(\langle q_{D,k}, \bar{v}_{k|k-1} \rangle) \cdot \sigma_i(Z_k)}. \quad (42)$$

以上表达形式可约简表达为^[25]

$$p_k(n) = \frac{\mathcal{Y}_k^0[v_{k|k-1}, Z_k](n) p_{k|k-1}(n)}{\langle \mathcal{Y}_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}, \quad (43)$$

$$v_k(\mathbf{x}) = \frac{\langle \mathcal{Y}_k^1[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \mathcal{Y}_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} [1 - p_{D,k}(\mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in Z_k} \frac{\langle \mathcal{Y}_k^1[v_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \mathcal{Y}_k^0[v_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} \psi_{z,k}(\mathbf{x}) v_{k|k-1}(\mathbf{x})], \quad (44)$$

其中

$$\mathcal{Y}_k^u[v, Z](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z|, n)} (|Z| - j)! P_{K,k} \cdot (|Z| - j) \frac{(1 - P_{D,k}, v)^{n-(j+u)}}{\langle 1, v \rangle^n} \cdot P_n^{j+u} e_j(\Xi_k(v, Z)), \quad (45)$$

其中 $P_n^{j+u} = \frac{n!}{(n-j-u)!}$ 是排列系数. 假设存活和检测概率独立于状态, 对于某个特定的方位角量测, 由式(24)和式(39),

$$\langle v_{k|k-1}, \psi_{z,k} \rangle = p_{D,k} \int \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(z)} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) g_k(z|\mathbf{x}) d\mathbf{x} = p_{D,k} \int \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(\hat{z})} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) g_k(\hat{z}_{c,k}|\mathbf{x}) d\mathbf{x}. \quad (46)$$

代入式(27), 有

$$\langle v_{k|k-1}, \psi_{z,k} \rangle = p_{D,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(\hat{z})} \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \tilde{\mathcal{V}}_{c,k}, \quad (47)$$

$$\Xi_k(v, Z) = \{ \langle v, \psi_{z,k} \rangle, z \in Z \}. \quad (40)$$

令 $\sigma_j(Z)$ 代表 $e_j(\Xi_k(v_{k|k-1}, Z))$, $e_j(\cdot)$ 是初等对称函数^[25]. 令 $\bar{v} = v / \langle 1, v \rangle$ 代表强度函数的归一化过程.

则 k 时刻后验势分布和强度递推表示为

其中 $\tilde{\mathcal{V}}_{c,k}$ 的表达见式(28)–(31), 则据式(40),

$$\Xi_k(v_{k|k-1}, Z_k) = \{ \langle v_{k|k-1}, \psi_{z,k} \rangle, z \in Z_k \} \cong \{ p_{D,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(\hat{z})} \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \tilde{\mathcal{V}}_{c,k}, \hat{z} \in \hat{Z}_k \}, \quad (48)$$

其中: \hat{z} 代表纯方位转换量测, \hat{Z}_k 代表 k 时刻量测集合 Z_k 的纯方位转换量测集合. 定义

$$E_k(w_{k|k-1}, Z_k) \triangleq \{ p_{D,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(\hat{z})} \sum_{c=1}^{C_k} \mu_{c,k} \tilde{\mathcal{V}}_{c,k}, \hat{z} \in \hat{Z}_k \} = \{ p_{D,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle}{\kappa_k(\hat{z})} \sum_{c=1}^{C_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \mu_{c,k} w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(c,j)}(\hat{z}), \hat{z} \in \hat{Z}_k \}, \quad (49)$$

其中 $q_k^{(c,j)}(\hat{z})$ 的表达式参考公式(29).

则纯方位RPGM-CPHD更新最终推导为

$$p_k(n) = \frac{T_k^0[w_{k|k-1}, Z_k](n) p_{k|k-1}(n)}{\langle T_k^0[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}, \quad (50)$$

$$v_k(\mathbf{x}) = \frac{\langle T_k^1[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}{\langle T_k^0[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} [1 - p_{D,k} v_{k|k-1}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in Z_k} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}} \sum_{c=1}^{C_k} \tilde{w}_k^{(c,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k|k}^{(c,j)}, P_{k|k}^{(c,j)})], \quad (51)$$

其中

$$T_k^u[w_{k|k-1}, Z_k](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z_k|, n)} (|Z_k| - j)! p_{K,k} (|Z_k| - j) \cdot$$

$$\frac{(1 - P_{D,k})^{n-(j+u)}}{\langle 1, w_{k|k-1} \rangle^{j+u}} P_n^{j+u} e_j(E_k(w_{k|k-1}, Z_k)), \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{w}_k^{(c,j)} = & \\ & p_{D,k} \frac{\langle 1, \kappa_k \rangle \langle E_k^1[w_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z\}], p_{k|k-1} \rangle}{\kappa_k(\hat{z}) \langle E_k^0[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} \cdot \\ & w_{k|k-1}^{(j)} q_k^{(c,j)}(\hat{z}), \quad (53) \end{aligned}$$

$m_{k|k}^{(c,j)}$ 和 $P_{k|k}^{(c,j)}$ 见式(35)和式(37).

4.3 多距离假设高斯分量的合并(The merging of Gaussian component with multi-range hypothesis)

距离多假设将加剧高斯分量随时间扩张的趋势. 在滤波器输出端, 本文将同一角量测对应的不同距离假设的更新分量进行合并. 合并规则为

$$w_k^{(j)} = \sum_{c=1}^{C_k} w_k^{(c,j)}, \quad (54)$$

$$m_{k|k}^{(j)} = \sum_{c=1}^{C_k} w_k^{(c,j)} m_{k|k}^{(c,j)}, \quad (55)$$

$$\begin{aligned} P_{k|k}^{(j)} = & \sum_{c=1}^{C_k} w_k^{(c,j)} (P_{k|k}^{(c,j)} + m_{k|k}^{(c,j)} (m_{k|k}^{(c,j)})^T) - \\ & m_{k|k}^{(j)} (m_{k|k}^{(j)})^T. \quad (56) \end{aligned}$$

同属一个角量测的分量合并完成后, 再次利用常规GM-PHD的删减规则^[22]对分量进行限制, 其目的是要删除权重小的高斯分量, 并同时强度空间上接近的高斯分量进行最终合并.

5 自适应纯方位新生目标强度(An adaptive bearings-only newborn intensity)

传统PHD和CPHD滤波器实现都需要给出目标新生的先验信息, 但这显然无法适用于时间和空间上目标随机新生的实际跟踪环境. 新量测集到状态空间的映射是新生强度建立的一个行之有效的手段^[26-27]. 由于在缺失距离测量的情况下很难建立有效的新生强度, 这对严重依赖于初始条件的BOT算法是非常不利的. 另外, 杂波、它目标量测共存的环境下, 新生分量必将随着距离多假设而急剧扩张, 这对RPF滤波器的后续处理带来很大的困难. 本文考虑新生目标的建立类似于传统关联跟踪方法中的航迹初始化决策, 那么自然可将每个初始决策确立成一个可能的新生强度分量. 以下将根据这个思路提出一种纯方位自适应新生目标强度的建立方法.

首先, 为减少新生强度的高斯分量, 利用门技术分离已有强度分量附近的量测. 假设对应第 j ($j = 1, \dots, J_{k-1}$) 个GM分量的预报观测值 $z_{P,k|k-1}^{(j)} = h(m_{S,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{x}_{s,k})$, $m_{S,k|k-1}^{(j)}$ 是第 j 个GM强度分量

的均值预测, 则对应分量相对于第 i 个量测的滤波残差为 $\tilde{z}_{k|k-1}^{(i,j)} = z_{P,k|k-1}^{(j)} - z_{i,k}$, $i = 1, \dots, M(k)$ 是量测索引, 定义如下约束条件:

$$\begin{aligned} \|\tilde{z}_{k|k-1}^{(i,j)}\| = & \|z_{P,k|k-1}^{(j)} - z_{i,k}\| = \\ \|h(m_{S,k|k-1}^{(j)}, \mathbf{x}_{s,k}) - z_{i,k}\| < & K_G \cdot \sigma_{\hat{\theta},k}^j. \quad (57) \end{aligned}$$

这里: $\sigma_{\hat{\theta},k}^j$ 是第 j 个GM强度分量预测方位角的标准差, K_G 是门系数, 它的值取决于观测密度、检测概率以及状态矢量的维数.

根据式(57)遍历 k 时刻所有量测, 产生用于PHD更新的 J_{k-1} 个集合 $Z_k^{(j)}$ 和用于生成新生强度 $\gamma_{k+1}(\mathbf{x})$ 的量测集合 $Z_{\gamma,k}$, 其中集合 $Z_k^{(j)}$ 满足式(57), 用于 k 时刻第 j 个强度分量的更新. 而对所有强度分量均不满足式(57)的量测构成集合 $Z_{\gamma,k}$. 设 l 表示集合 $Z_{\gamma,k}$ 的量测索引, 新生强度可以表达为

$$\begin{aligned} \gamma_{k+1}(\mathbf{x}) = & \\ & \sum_{z \in Z_{\gamma,k}} \sum_{c=1}^{C_k} p_{S,k} w_{\gamma,k} \mu_{k,c} \cdot \mathcal{N}(\mathbf{x}; m_{\gamma,k+1}^{(c,l)}, P_{\gamma,k+1}^{(c,l)}), \quad (58) \end{aligned}$$

其中 $w_{\gamma,k}$ 是 k 时刻新生强度分量的权值. 设目标的最大速率为 v_{\max} , 对于 k 时刻方位角量测 $z_k \in Z_{\gamma,k}$, 它的转换量测的均值 $\hat{z}_{c,k}$ 和方差 $Q_{\hat{z},k}^{(c)}$ 可根据式(10)-(11)计算, 则

$$m_{\gamma,k+1}^{(c,j)} = F_k \begin{bmatrix} \hat{z}_{c,k} \\ v_{\gamma,k} \end{bmatrix}, \quad (59)$$

$$P_{\gamma,k+1}^{(c,j)} = Q_k + F_k \begin{bmatrix} Q_{\hat{z},k}^{(c)} & \mathbf{0}_2 \\ \mathbf{0}_2 & P_{v,k} \end{bmatrix} F_k^T, \quad (60)$$

$$v_{\gamma,k} = v_{\max} [\sin(z_k - \pi) \quad \cos(z_k - \pi)]^T, \quad (61)$$

$$P_{v,k} = \text{diag}([v_{\max}^2 \quad v_{\max}^2]), \quad (62)$$

其中 $\mathbf{0}_n$ 是 $n \times n$ 的零矩阵. 特别注意的是, 对于目标航向角 $z_k - \pi$ 的初始化设定是考虑到BOT应对威胁目标的设计, 主要假想目标直接沿着方位角(径向)向传感器运动, 用于锁定径向来袭的威胁目标.

6 仿真验证(Simulation)

6.1 场景(Scenario)

本文采用OSPA(optimal subpattern assignment)距离^[28]评估多目标跟踪的性能, 给出OSPA的定义: 设多目标状态的真值集合为 $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$, 相应的状态估计集合 $\hat{X} = \{\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_n\}$, 若 $m \leq n$, 则OSPA距离为

$$\begin{aligned} \bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = & \\ & \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, \hat{x}_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (63) \end{aligned}$$

其中: $\bar{d}^{(c)}(x, \hat{x}) := \min(c, \|x - \hat{x}\|)$, Π_n 表示所有

$\{1, \dots, k\}$ 的排列构成的集合, 距离阶次 $p \geq 1$, 截断系数 $c > 0$. 如果 $m > n$, 则 $\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \bar{d}_p^{(c)}(\hat{X}, X)$. 考虑到BOT跟踪的不稳定和估计误差的特性, 选取 $c = 4 \text{ km}$, $p = 1$.

为验证RPGM-PHD和RPGM-CPHD滤波器的性能, 考虑杂波、传感器漏检、多目标等因素引起的量测源不确定性, 构造相应场景进行Monte Carlo仿真. 设置场景参数如下: 传感器的采样时间为 $T = 1.5 \text{ s}$, 总共采样 $N = 100$ 步, 角量测噪声标准差 $\sigma_\theta = 10 \text{ mrad}$ ($\text{mrad} = 10^{-3} \text{ rad}$). 传感器的观测距离范围为 $R \in [R_{\min}, R_{\max}] = [0.5 \text{ km}, 10 \text{ km}]$, 方位角 $\theta \in [0, 2\pi)$. 传感器平台的初始位置设为坐标原点, 运行速率为 20 kn , 并在运行过程中经历几个航向的变化产生机动, 用于保证纯方位目标跟踪的可观性. 目标的最大运行速率 v_{\max} 是 35 kn . 杂波是一个泊松RFS, 且在 $[0, 2\pi)$ 内均匀分布. 新生强度分量的权值 $w_{\gamma,k} = 0.01$. 目标的存活概率为 $p_{S,k} = 0.98$. 设置检测概率 $p_{D,k} = 0.95$, 用于高斯分量删除的阈值 $w_T = 10^{-5}$, 高斯分量合并的马氏距离阈值 $U_T = 4$. 新生目标量测生成的门系数 $K_G = 1.5$. CPHD的势分布的计算上限 $N_{\max} = 50$. 仿真硬软件环境为: MATLAB R2010a, Win7 SP1 64-bit, Intel(R) Core(TM) i5-4570 CPU @3.20GHz, RAM 4.00GB.

场景中伴随着目标的新生和消亡, 总计出现10个目标, 既有近距离也有远距离目标, 且目标初始航向角存在显著差异, 目标分布在以传感器为中心的各个象限. 多目标轨迹均建模为接近常速模型(NCVM)模型^[29], 转态转移矩阵和噪声协方差矩阵分别为

$$F_k = \begin{bmatrix} I_2 & TI_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}, Q_k = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} I_2 & \frac{T^3}{2} I_2 \\ \frac{T^3}{2} I_2 & T^2 I_2 \end{bmatrix},$$

其中: I_n 代表 $n \times n$ 的单位阵, $\sigma_v = 5 \text{ m/s}^2$.

传感器平台和实际目标的运行轨迹如图2所示, 场景中各目标运行参数的描述见表1.

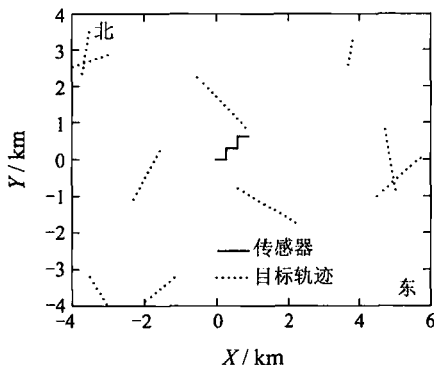


图2 传感器和目标轨迹

Fig. 2 Sensor and target trajectories

表1 目标的初始参数

Table 1 The initial parameter of target

目标	初始位置/km	速度/kn	航向/rad	出现	消失
1	$t_\gamma^{(1)} = [0.8 \ 0.9]^T$	v_{\max}	$7\pi/4$	1	70
2	$t_\gamma^{(2)} = [-1.5 \ 0.3]^T$	v_{\max}	$7\pi/6$	1	60
3	$t_\gamma^{(3)} = [-3.5 \ 3.5]^T$	23	$19\pi/18$	30	—
4	$t_\gamma^{(4)} = [5 \ -0.8]^T$	v_{\max}	$35\pi/18$	20	80
5	$t_\gamma^{(5)} = [4.5 \ -1]^T$	v_{\max}	$5\pi/18$	20	80
6	$t_\gamma^{(6)} = [-3 \ -4]^T$	18	$11\pi/6$	30	—
7	$t_\gamma^{(7)} = [0.6 \ -0.8]^T$	v_{\max}	$2\pi/3$	1	70
8	$t_\gamma^{(8)} = [-4 \ 2.5]^T$	18	$7\pi/18$	20	—
9	$t_\gamma^{(9)} = [3.8 \ 3.2]^T$	12	$19\pi/18$	30	—
10	$t_\gamma^{(10)} = [-1.1 \ -3.2]^T$	18	$13\pi/10$	20	—

6.2 仿真分析(Simulation analysis)

实验1 滤波器自身跟踪性能的比较(不考虑随机新生).

因为初始条件对BOT性能的影响很大, 为了评价在同等初始条件下各滤波器自身的跟踪估计性能, 在目标先验位置已知的情况下, 对传统BOT经典算法进行PHD和CPHD扩展(选取EKF, MGEKF, MPCEKF). 以在同等处理量测源不确定性的方法(基于RFS)基础上平等考查传统滤波器和本文所提滤波器的性能. Vo等已给出EKF-(C)PHD滤波器的形式^[22,25], 对于MGEKF-(C)PHD和MPCEKF-(C)PHD的推导过程类似, 本文不再赘述. 根据式(18), 新生强度为高斯混合的形式

$$\gamma_k(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^{10} w_{\gamma,k}^{(l)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k}^{(l)}, P_{\gamma,k}^{(l)}).$$

笛卡尔坐标系(Cartesian coordinate, CC)下 $\mathbf{m}_{\gamma,k}^{(l)} = [t_\gamma^{(l)} \ 0 \ 0]^T$, $t_\gamma^{(l)}$ 是第 l 个目标的初始位置, $P_{\gamma,k}^{(l)} = \text{diag}([100, 100, v_{\max}^2, v_{\max}^2])$. 而修正的极坐标系(MPC)下目标状态为

$$\xi = [\dot{\theta} \ \dot{R}/R \ \theta \ 1/R]^T, \quad (64)$$

则MPC下新生强度分量的均值设计为

$$\mathbf{m}_{\gamma,k}^{(l)} = [0 \ 0 \ \theta_\gamma \ 1/R_\gamma]^T, \quad (65)$$

其中: θ_γ 和 R_γ 是目标和传感器之间的初始方位角和初始距离, 而分量协方差

$$P_{\gamma,k}^{(l)} = \text{diag}([(v_{\text{MPC},k}^T, v_{\text{MPC},k}^R)/R_\gamma, \sigma_\theta, 1/R_{\min}]^2), \quad (66)$$

其中: $v_{\text{MPC},k}^T = v_{\max} + v_{s,k}^T$, $v_{\text{MPC},k}^R = v_{\max} + v_{s,k}^R$, $v_{s,k}^T$ 和 $v_{s,k}^R$ 分别为传感器在 k 时刻的切向和径向速率.

在 $C_k = 5$, 杂波密度 $\lambda_c = 3.1831 \text{ rad}^{-1}$ 时做100次蒙特卡洛仿真, 不同滤波器的OSPA跟踪效果如图3所示, 势估计的效果如图4-5所示, 各滤波器计算时间如图6所示. 同时, 在不同杂波水平 λ_c 下分别计算蒙特卡洛仿真的位置OSPA距离均值, 如图7所示, 以验证本文算法随杂波变化的适应性.

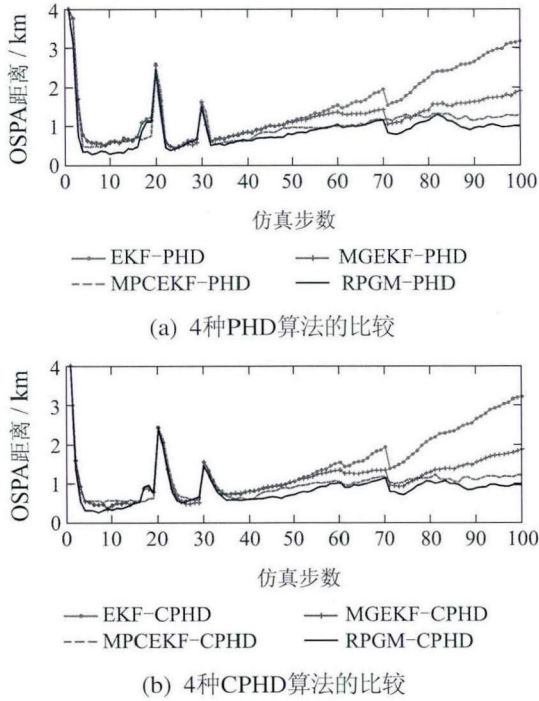


图3 位置OSPA跟踪性能比较

Fig. 3 Tracking performance comparison for position OSPA

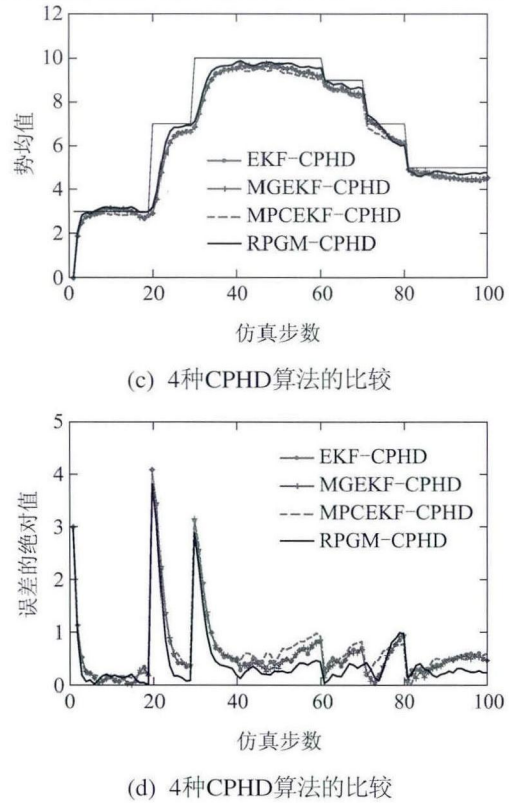
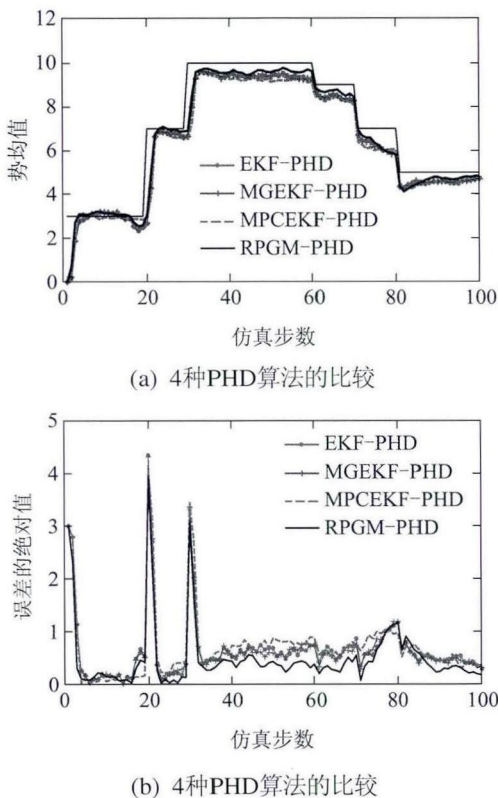


图4 目标个数跟踪性能

Fig. 4 Tracking performances of target number estimates

图3中可以看到, 由于滤波器都具备良好的初始条件, 所以它们的OSPA距离在跟踪初段和中段都不大, 而随着时间的推移, EKF-(C)PHD还是出现较明显的跟踪发散, MGEKF-(C)PHD和MPCEKF-(C)PHD则能在一定程度上改善纯方位目标的跟踪性能, 而本文算法(RPGM-PHD和RPGM-CPHD)的OSPA在整体上还是要低于其他传统算法, 在面对杂波、传感器漏检和多目标共存的场景时显示出较强的适应性. 同时, 本文算法的势估计(图4)和其标准差(图5)也要优于其他滤波器, 具有较准确和稳定的目标个数(势)估计的性能. 由于滤波器自身结构利用了距离分段化技术, 本文所提的两个滤波器能够在对应分段区间更新距离信息, 所以状态估计的精度得到提高, 相应的滤波器距离估计的稳定性得以加强.

因为多假设距离的强度分量最终得到合并, 所以从图6来看, 本文算法的计算时间相对于同类滤波器的计算开销仅略有增长. MPCEKF-(C)PHD因为要计算维数更高且形式更为复杂的状态演化方程的雅可比矩阵, 所以它的计算量相对于EKF-(C)PHD和MGEKF-(C)PHD滤波器略有增长. 相比之下, 4种CPHD算法主导了计算运行的时间, CPHD相对PHD要花费大量的计算开销, 但得到比PHD更为平稳和精确的势估计.

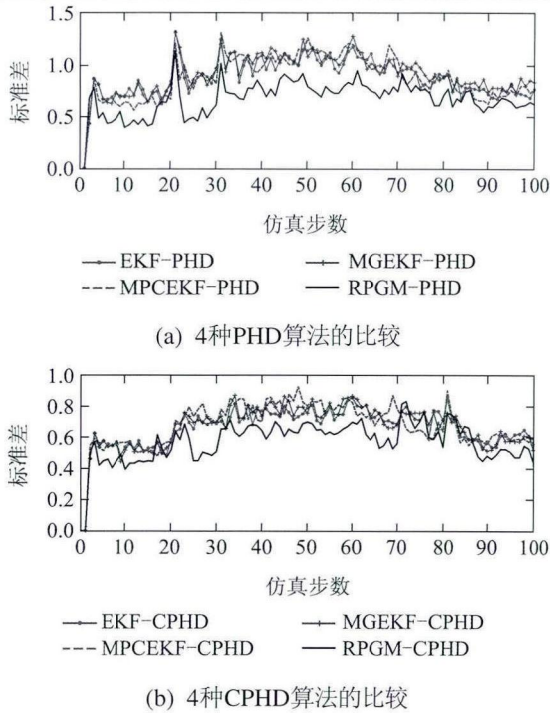


图 5 目标个数估计的标准差

Fig. 5 Standard deviations of target number estimates

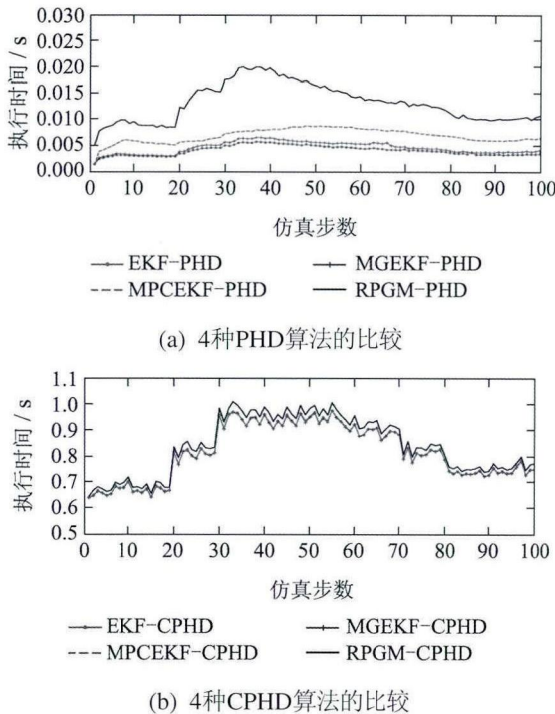


图 6 算法的平均执行时间

Fig. 6 Average algorithm execution time

从图7不同杂波水平下位置OSPA距离均值来看各滤波器整体跟踪性能和预期的一致,各滤波器随着杂波水平的增加都会带来跟踪质量的降低,但本文滤波器在不同的杂波水平下,整体性能还是要优于其他滤波器,并没有因为杂波的增加而出现性能的显著下降,算法适应性得到了验证.

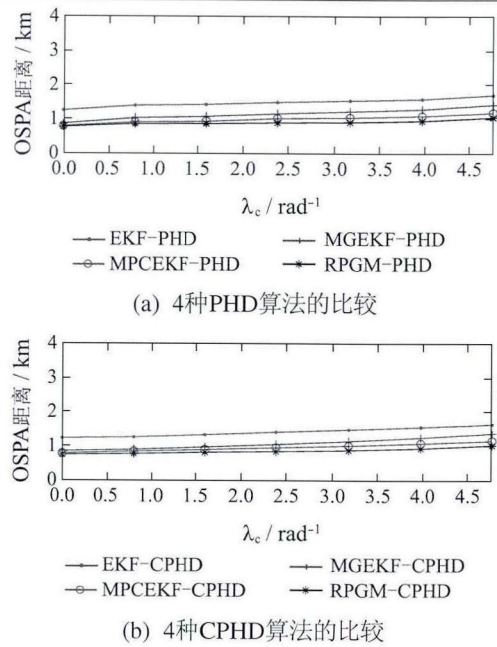


图 7 不同杂波下的位置OSPA距离均值

Fig. 7 Time-averaged position OSPA distances for varying clutter intensity

实验 2 自适应新生强度下的滤波器跟踪性能.

各滤波器对目标先验位置和新生时刻完全未知,利用第5节的自适应新生强度方法发现并跟踪新生目标. EKF-(C)PHD, MGEKF-(C)PHD和本文所提算法均由式(58)在笛卡尔坐标系下建立新生强度. 对于MPCEKF-(C)PHD,方法类似,不同在于由角度测量 z_k 决定的状态初值和协方差. 对MPC下新生的初值设计为

$$m_{\gamma,k}^{(c,j)} = [0 \ 0 \ z_k \ 1/\bar{R}_{c,k}]^T, \tag{67}$$

$$P_{\gamma,k}^{(c,j)} = \text{diag}([\sigma_{\theta}^2, \sigma_{\dot{R}/R}^2, \sigma_{\theta}^2, \sigma_{1/R}^2]), \tag{68}$$

其中:

$$\sigma_{\theta} = (v_{\max} + v_{s,k}^T)/\bar{R}_{c,k}, \tag{69}$$

$$\sigma_{\dot{R}/R} = (v_{\max} + v_{s,k}^R)/\bar{R}_{c,k}, \tag{70}$$

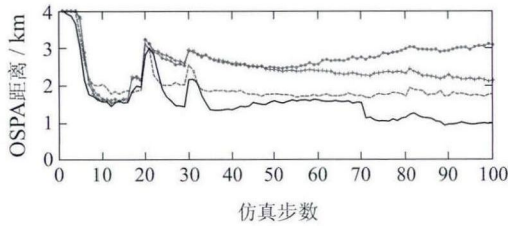
$$\sigma_{1/R} = \sigma_{R,k}^{(c)}/\bar{R}_{c,k}^2. \tag{71}$$

针对所有滤波器在 $C_k = 5$ 、杂波密度 $\lambda_c = 3.1831 \text{ rad}^{-1}$ 时做 100 次蒙特卡洛仿真,滤波器的 OSPA跟踪效果如图8所示,势估计的效果如图9和图10所示,各滤波器的计算时间如图11所示. 同时,在不同杂波水平 λ_c 下计算蒙特卡洛仿真的位置 OSPA距离均值,如图12所示.

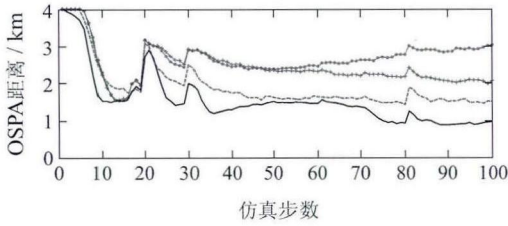
若考虑目标新生的随机性和量测源的不确定性,传统BOT方法很难在缺失距离的情况下有效建立目标精确的初始估计. 但从图8和图9联合来看,无论目标距离传感器的远近程度,无论各个目标初始航向角的差异,利用文中设计的自适应新生强度的方法,所有滤波器均能有效发现目标并进行持续稳定

的状态估计,区别只是在于整体估计精度的不同.这对目标时空上随机出现,但却严重依赖于初始条件的多目标纯方位实际跟踪提供了一种有效的解决方法.仅就提出的新生强度方法而言,除了它能够自适应目标出生以外,按照距离多假设衍生的新生强度分量,使得滤波器已经具备了RPF的特性.当BOT在区间内的纯方位滤波效果变差时,相应区间内的新生强度分量也会在一定程度上修正目标的跟踪效果.而滤波器本身基于多距离假设的强度递推,进一步加快了目标确认的速度和估计收敛的速度,显著加强了多目标估计的整体质量(图8),势估计的精度和稳定性得到提高(图9和图10).

同样因为MPCEKF-(C)PHD要计算维数更高且形式更为复杂的雅可比矩阵,所以它的计算量(图11)相对于EKF-(C)PHD和MGEKF-(C)PHD滤波器略有增长.另外,即便是在新生阶段和滤波器的强度更新阶段都采用了多距离假设,采用本文的多层分量删减技术后,时间消耗的增量仍然很有限.



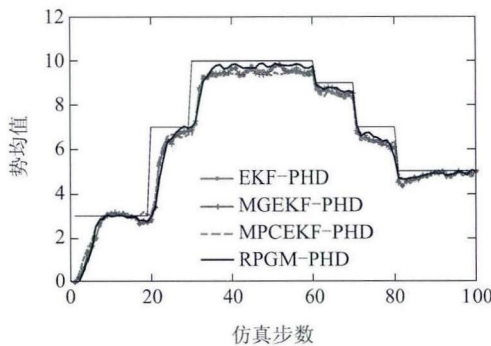
(a) 4种PHD算法的比较



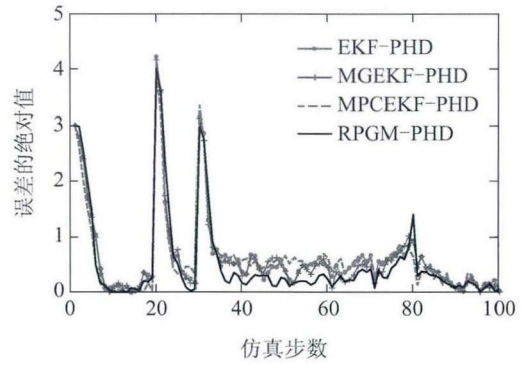
(b) 4种CPHD算法的比较

图8 位置OSPA跟踪性能比较

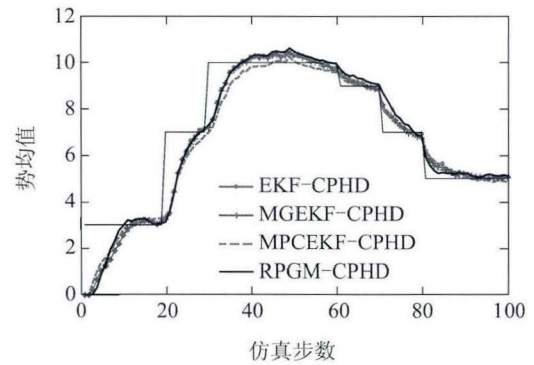
Fig. 8 Tracking performance comparison for position OSPA



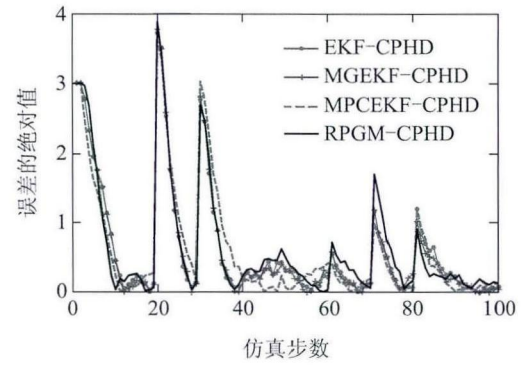
(a) 4种PHD算法的比较



(b) 4种PHD算法的比较



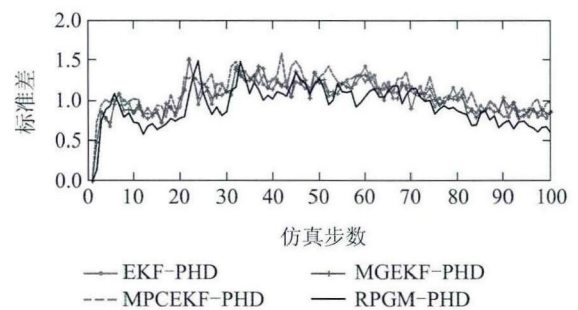
(c) 4种CPHD算法的比较



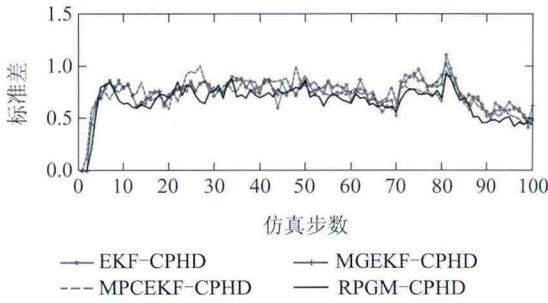
(d) 4种CPHD算法的比较

图9 目标个数跟踪性能

Fig. 9 Tracking performances of target number estimates



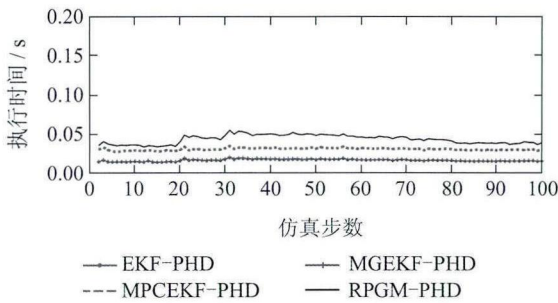
(a) 4种PHD算法的比较



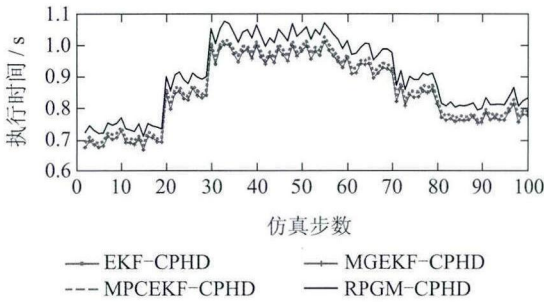
(b) 4种CPHD算法的比较

图 10 目标个数估计的标准差

Fig. 10 Standard deviations of target number estimates



(a) 4种PHD算法的比较

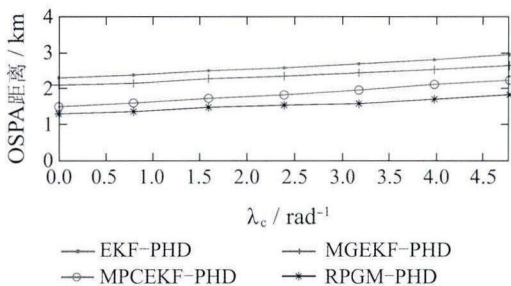


(b) 4种CPHD算法的比较

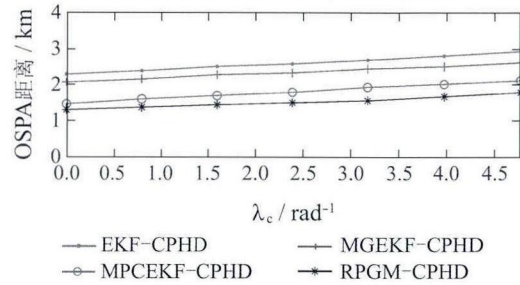
图 11 算法的平均执行时间

Fig. 11 Average algorithm execution time

从图12在不同杂波水平下位置OSPA距离均值来看,各滤波器随着杂波水平的增加,跟踪质量的降低同样可以预期,但本文滤波器在不同的杂波水平下的OSPA整体性能要优于其他滤波器,也的确说明无论是提出的自适应新生强度的使用,还是联合运用具有多距离假设结构的RFS滤波器,在不同杂波水平下对于多目标BOT都有较好的适应性。



(a) 4种PHD算法的比较



(b) 4种CPHD算法的比较

图 12 不同杂波下的位置OSPA距离均值

Fig. 12 Time-averaged position OSPA distances for varying clutter intensity

7 结论(Conclusions)

本文的主要内容是提出了RPGM-PHD滤波器和RPGM-CPHD滤波器,以及提出了一种自适应新生目标强度的新方法.本文算法提高了距离参数化方法在杂波、传感器漏检以及多目标环境下的适应性.其中,所提的自适应新生强度的算法不需要目标出生位置的先验信息,仅依靠纯方位量测就能够自适应建立随机新生目标的初始状态估计,在传感器检测域内能够及时发现并持续稳定地跟踪目标,这对严重依赖于初始条件的BOT具有十分重要的意义.另外,本文算法在滤波器自身结构上使得高斯分量的更新过程按距离分段区间加权,明显提高了跟踪过程中距离估计的稳定性,改善了纯方位滤波器的整体跟踪效果.本文给出的对于推导滤波器和传统滤波器在RFS框架下跟踪性能的对比,也构成了一个相对比较完整的基于RFS纯方位跟踪方法的研究。

参考文献(References):

- [1] RAO S K, KUMAR D, RAJU K P. Combination of Pseudo linear estimator and modified gain bearings-only extended Kalman filter for passive target tracking in abnormal conditions [C] // *Proceedings of Ocean Electronics (SYMPOL)*. Kochi: IEEE, 2013, 10: 3 – 8.
- [2] YUN J Z, GUO Z X. Bearings-only target motion analysis via instrumental variable estimation [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(11): 5523 – 5533.
- [3] BEARD M, ARULAMPALAM S. Performance of PHD and CPHD filtering versus JIPDA for bearings-only multi-target tracking [C] // *Proceedings of 2012 15th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Singapore: IEEE, 2012, 7: 542 – 549.
- [4] WONG S J, VO B T. Square root Gaussian mixture PHD filter for multi-target bearings only tracking [C] // *Proceedings of 2011 Seventh International Conference on Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing (ISSNIP)*. Adelaide, SA: IEEE, 2011, 12: 520 – 525.
- [5] SHARMA R, BEARD R W, TAYLOR C N, et al. Graph-based observability analysis of bearing-only cooperative localization [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2012, 28(2): 522 – 529.
- [6] 郭云飞. 纯方位角目标跟踪理论与应用研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2007.

- (GUO Yunfei. *Theory and application research on bearing only target tracking* [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007.)
- [7] 张俊根, 姬红兵. 高斯混合粒子Cardinalized概率假设密度滤波被动测角多目标跟踪 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(1): 46 – 52.
(ZHANG Jungeng, JI Hongbing. Gaussian mixture particle Cardinalized probability hypothesis density based passive bearings-only multi-target tracking [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 46 – 52.)
- [8] AIDALA V J, HAMMEL S E. Utilization of modified polar coordinates for bearings-only tracking [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1983, 28(3): 283 – 294
- [9] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. *Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory Algorithms and Software* [M]. New York: John Wiley & Sons, 2004.
- [10] JULIER S J, UHLMANN J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92(3): 401 – 422.
- [11] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, 1993, 140(2): 107 – 113.
- [12] LINGREN A G, GONG K F. Position and velocity estimation via bearing observations [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1978, 14(4): 564 – 577.
- [13] SONG T L, SPEYER J L. A stochastic analysis of a modified gain extended Kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1985, 30(10): 940 – 949.
- [14] GALKOWSKI P J, ISLAM M A. An alternative derivation of the modified gain function of Song and Speyer [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1323 – 1326.
- [15] KRONHAMN T R. Bearings-only target motion analysis based on a multihypothesis Kalman filter and adaptive ownship motion control [J]. *IEE Proceedings—Radar Sonar And Navigation*, 1998, 145(4): 247 – 252.
- [16] PEACH N. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters [J]. *IEE Proceedings—Control Theory and Applications*, 1995, 142(1): 73 – 80.
- [17] ARULAMPALAM S, RISTIC B. Comparison of the particle filter with range-parameterized and modified polar EKF for angle-only tracking [C] // *Proceedings of SPIE 4048, Signal and Data Processing of Small Targets*. Orlando, FL: SPIE, 2000, 4: 288 – 299.
- [18] MUŠICKI D. Bearings only multi-sensor maneuvering target tracking [J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(3): 216 – 221.
- [19] MUŠICKI D. Bearings only single-sensor target tracking using Gaussian mixtures [J]. *Automatica*, 2009, 45(9): 2088 – 2092.
- [20] MAHLER R. *Statistical Multisource Multitarget Information Fusion* [M]. Norwood, MA: Artech House, 2007.
- [21] VO B N, SINGH S, DOUCET A. Sequential Monte Carlo implementation of the PHD filter for multitarget tracking [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1224 – 1245.
- [22] VO B N, MA W K. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(11): 4091 – 4104.
- [23] RISTIC B, CLARK D, VO B N. Improved SMC implementation of the PHD filter [C] // *The 2010 13th Conference on Information Fusion (FUSION)*. Edinburgh, UK: IEEE, 2010, 7: 1 – 8.
- [24] HO Y C, LEE R. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1964, 9(4): 333 – 339.
- [25] VO B T, VO B N, CANTONI A. Analytic implementations of the cardinalized probability hypothesis density filter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(7): 3553 – 3567.
- [26] HOUSSEINEAU J, LANEUVILLE D. PHD filter with diffuse spatial prior on the birth process with applications to GM-PHD filter [C] // *2010 13th Conference on Information Fusion (FUSION)*. Edinburgh, UK: IEEE, 2010, 7: 1 – 8.
- [27] BEARD M, BA-TUONG V, BA-NGU V, et al. Gaussian mixture PHD and CPHD filtering with partially uniform target birth [C] // *2012 15th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Singapore: IEEE, 2012, 7: 535 – 541.
- [28] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447 – 3457.
- [29] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking, part I: dynamic models [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333 – 1364.

作者简介:

陈辉 (1978–), 男, 副教授, 主要研究方向为被动传感器的目标跟踪, E-mail: huich78@hotmail.com;

韩崇昭 (1943–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多源信息融合、随机控制与自适应控制、非线性频谱分析, E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn.