

Rao-Blackwellized 粒子势均衡多目标多伯努利滤波器

陈 辉^{1,2†}, 韩崇昭¹

(1. 西安交通大学 智能网络与网络安全教育部重点实验室, 陕西 西安 710049;

2. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 由于多伯努利滤波器直接近似递推了多目标状态的后验概率密度, 使得多目标跟踪问题在基于随机有限集理论框架下的求解及目标状态的估计显得更为直观. 本文针对一个状态可分解(线性/非线性)的状态空间模型, 分析基于 Rao-Blackwell 定理的滤波估计方法, 结合噪声的去相关构造线性状态的滤波方程. 文中详细推导并提出 Rao-Blackwellized 粒子势均衡多目标多伯努利滤波器的一般实现形式, 包括给出多伯努利非线性状态粒子滤波的实现形式, 并结合非线性滤波结果给出多伯努利线性状态的递推滤波公式. 本文提出的滤波器实现方法能够在更低维的状态空间上进行采样, 滤波器的整体跟踪性能得到提高. 多目标跟踪的仿真实验结果验证了该算法的有效性.

关键词: 多目标跟踪; 多伯努利; 随机有限集; 粒子滤波; Rao-Blackwell

中图分类号: TP274 文献标识码: A

Rao-Blackwellized particle cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter

CHEN Hui^{1,2†}, HAN Chong-zhao¹

(1. Ministry of Education Key Lab for Intelligent Networks and Network Security,

Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710049, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: The multi-Bernoulli filter propagates approximately the multi-target posterior density so that solving target tracking problem and extracting target state based on random finite set are more tractable. Considering a state space model whose state can be divided into linear and nonlinear part, this paper analyzes the Rao-Blackwell theorem based filtering algorithm. Then, using the corresponding algorithm of decorrelation of state noises, we presents the filtering formula for linear state. Moreover, this paper proposes a Rao-Blackwellized particle cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter. This algorithm firstly implements the particle filtering for multi-Bernoulli nonlinear state, and the filtering formula of multi-Bernoulli linear state is derived afterwards based on the nonlinear filtering result. The proposed filter can sample particle in a lower dimensional state space and improve the overall target tracking performance. The simulation results of the multi-target tracking show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: multi-target tracking; multi-Bernoulli; random finite set; particle filter; Rao-Blackwell

1 引言(Introduction)

不同于传统基于数据关联的多目标跟踪(multi-target tracking, MTT), 基于随机有限集(random finite set, RFS)的多目标跟踪算法提供了一种无需作数据关联解决 MTT 问题的理论框架, 避免了将该问题求解的过多精力着眼于得到最有效的关联决策. 这种方法将

多目标状态和量测利用 RFS 进行建模, 使 MTT 问题在贝叶斯滤波框架下通过递推更新多目标状态的后验分布得到解决, 即可推广得到多目标贝叶斯滤波器(multi-target Bayes filter, MTBF)^[1], 它的建立为多目标融合、检测、跟踪和识别提供了 RFS 框架下的理论基础. 但是, MTBF 的求解必须考虑到由多目标状态

收稿日期: 2015-07-05; 录用日期: 2015-10-09.

†通信作者. E-mail: huich78@hotmail.com.

本文责任编辑: 周杰.

国家重点基础研究发展计划(“973”计划)(2013CB329405), 国家自然科学基金创新研究群体项目(61221063), 国家自然科学基金项目(61370037, 61005026, 61473217), 甘肃省高等学校科研项目(2014A-035), 甘肃省自然科学基金(1506RJZA090)资助.

Supported by National Key Basic Research Program of China (“973” Program) (2013CB329405), Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (61221063), National Natural Science Foundation of China (61370037, 61005026, 61473217), Foundation of Higher Education of Gansu Province (2014A-035) and Natural Science Foundation of Gansu Province of China (1506RJZA090).

的联合概率分布和有限维多目标状态空间上的多重积分带来的复杂性. 为了解决MTBF的计算复杂性, Mahler近似给出了多目标的矩递推滤波器, 即提出了多目标一阶矩滤波器^[2]——概率假设密度(probability hypothesis density, PHD)滤波器; 同时提出了多目标偏二阶矩滤波器^[3]——势概率假设密度(cardinalized PHD, CPHD)滤波器, 相对于PHD, CPHD增加递推了目标个数(势)分布. 此外, 近些年Mahler又提出了多目标多伯努利(multi-target multi-Bernoulli, MeMber)滤波器^[4], 不同于PHD和CPHD递推多目标矩滤波器, MeMber滤波器直接近似递推了多目标状态的后验概率密度, 使得多目标跟踪问题的求解及其状态的递推估计显得更为直观. Ba-Tuong Vo等^[5]证明MeMber滤波器存在势的过估计, 且基于后验多目标密度的概率生成泛函(probability generating functional, PGFI)给出一种势修正策略, 提出势均衡多目标多伯努利(cardinality balanced MeMber, CBMeMber)滤波器, 并给出了它的高斯混合(Gaussian mixture, GM)实现和序贯蒙特卡罗(sequential Monte Carlo, SMC)实现. 而相对于传统的SMC-PHD滤波器和传统的SMC-CPHD滤波器, SMC-CBMeMber滤波器可以更方便可靠地进行状态的提取和估计. 近几年, 对于CBMeMber滤波器的研究已出现一些相关成果^[6-10], 在目标跟踪领域越来越受到关注.

事实上, 很多非线性系统可以分解成非线性/线性子系统. 在这种情况下, 可利用Rao-Blackwell定理, 借助所谓的Rao-Blackwellized粒子滤波(Rao-Blackwellized particle filtering, RBPF)^[11-14]对状态进行估计, RBPF又被称之为边缘化粒子滤波^[15-16]. 本文的主要内容是详细推导RBPF-CBMeMber滤波器的一般形式. 在第2节, 详细研究系统的RB滤波特性, 基于可分解(线性/非线性)状态空间系统的一般形式, 利用Gram-Schmidt方法进行噪声去相关, 并基于非线性状态构造线性状态的伪测量方程, 从而给出线性滤波具体的求解步骤. 第3节是文章的主要内容, 依据第2节的分析详细推导RBPF-CBMeMber滤波器的一般实现形式. 第4节设置多目标场景对所提算法进行仿真验证和分析. 第5节将给出最终的研究结论和一些有意义的研究展望.

2 Rao-Blackwellized 粒子滤波(Rao-Blackwellized particle filtering)

非线性滤波器的求解在于准确估计状态的后验概率密度 $p(\mathbf{x}_k | z_{0:k})$, 假设目标的状态向量 \mathbf{x} 能够分解成线性分量 \mathbf{x}^l 和非线性分量 \mathbf{x}^n , 即 $\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_k^n \\ \mathbf{x}_k^l \end{bmatrix}$, 而RBPF基于如下分解:

$$p(\mathbf{x}_k^l, \mathbf{x}_{0:k}^n | z_{0:k}) = p(\mathbf{x}_{0:k}^n | z_{0:k}) \times p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k}^n, z_{0:k}). \quad (1)$$

上面方程左边的第1项可用常规PF去求解, 然后可利用 $\mathbf{x}_{0:k}^n$ 的估计, 即基于上面方程左边的第2项, 在线性高斯条件下利用常规的卡尔曼滤波(KF)去求解. 显然RBPF能够在更低维的状态空间上进行采样. 根据RB定理, PF估计的方差要大于RBPF, 证明的详细过程可以参考文献[17]. 所以, RBPF的估计效果显然要相对好一些.

状态可分解(线性/非线性)系统的动态模型一般可表示为

$$\mathbf{x}_{k+1}^n = f_k^n(\mathbf{x}_k^n) + F_k^n(\mathbf{x}_k^n)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{w}_k^n, \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_{k+1}^l = f_k^l(\mathbf{x}_k^n) + F_k^l(\mathbf{x}_k^n)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{w}_k^l, \quad (3)$$

$$\mathbf{z}_k = h_k(\mathbf{x}_k^n) + \mathbf{v}_k, \quad (4)$$

其中 \mathbf{v}_k 是满足分布 $\mathcal{N}(\cdot; 0, R_k)$ 的量测噪声, 并独立于 \mathbf{w}_k^n 和 \mathbf{w}_k^l . 在大多数情况下, 非线性过程噪声 \mathbf{w}_k^n 和线性过程噪声 \mathbf{w}_k^l 是相关的, 假设它们之间有如下分布

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_k^n \\ \mathbf{w}_k^l \end{bmatrix} \sim \mathcal{N} \left(\cdot; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q_k^n & (Q_k^n)^T \\ Q_k^{nl} & Q_k^l \end{bmatrix} \right). \quad (5)$$

首先, 来关注线性状态的滤波过程. 假设 \mathbf{z}_{k+1}^n 表示由非线性状态构造的伪量测, 并且

$$\mathbf{z}_{k+1}^n = \mathbf{x}_{k+1}^n - f_k^n(\mathbf{x}_k^n). \quad (6)$$

利用式(2)和式(6)构成伪测量方程如下

$$\mathbf{z}_{k+1}^n = F_k^n(\mathbf{x}_k^n)\mathbf{x}_k^l + \mathbf{w}_k^n. \quad (7)$$

可根据上式对线性状态进行更新. 但是, 由于噪声 \mathbf{w}_k^n 和 \mathbf{w}_k^l 之间存在相关性, 所以在对线性状态利用KF更新前必须进行去相关操作. 根据文[18], 利用Gram-Schmidt方法对相关噪声进行去相关操作, 即

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{w}}_k^l &= \mathbf{w}_k^l - E[\mathbf{w}_k^l(\mathbf{w}_k^n)^T] \cdot (E[\mathbf{w}_k^n(\mathbf{w}_k^n)^T])^{-1} \mathbf{w}_k^n = \\ &= \mathbf{w}_k^l - Q_k^{nl}(Q_k^n)^{-1} \mathbf{w}_k^n. \end{aligned} \quad (8)$$

显然, $E[\tilde{\mathbf{w}}_k^l(\mathbf{w}_k^n)^T] = 0$, 而

$$\tilde{Q}_k^l = E[\tilde{\mathbf{w}}_k^l(\tilde{\mathbf{w}}_k^l)^T] = Q_k^l - Q_k^{nl}(Q_k^n)^{-1}Q_k^{nl}. \quad (9)$$

那么, 式(3)在去相关操作后有如下形式

$$\mathbf{x}_{k+1}^l = f_k^l(\mathbf{x}_k^n) + A_k \mathbf{x}_k^l + Q_k^{nl}(Q_k^n)^{-1} \mathbf{z}_{k+1}^n + \tilde{\mathbf{w}}_k^l, \quad (10)$$

其中

$$A_k = F_k^l(\mathbf{x}_k^n) - Q_k^{nl}(Q_k^n)^{-1}F_k^n(\mathbf{x}_k^n). \quad (11)$$

根据以上分析, 可依次根据式(7)(10)对线性状态进行滤波, 具体步骤详细说明如下:

第1步 根据非线性滤波得到 \mathbf{x}_{k+1}^n 的求解后, 利用以下Bayes公式更新线性状态, 即

$$p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k+1}^n, z_{0:k}) = \frac{p(\mathbf{x}_{k+1}^n | \mathbf{x}_k^n, \mathbf{x}_k^l) p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k}^n, z_{0:k})}{\int p(\mathbf{x}_{k+1}^n | \mathbf{x}_k^n, \mathbf{x}_k^l) p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k}^n, z_{0:k}) d\mathbf{x}_k^l}. \quad (12)$$

使用伪测量方程(7)可得到高斯分布 $p(\mathbf{x}_{k+1}^n | \mathbf{x}_k^n, \mathbf{x}_k^l)$, 继而, 可由式(12)利用KF对 \mathbf{x}_k^l 进行更新.

第2步 对线性状态进行预测. 有预测公式

$$p(\mathbf{x}_{k+1}^l | \mathbf{x}_{0:k+1}^n, z_{0:k}) = \int p(\mathbf{x}_{k+1}^l | \mathbf{x}_{k+1}^n, \mathbf{x}_k^n, \mathbf{x}_k^l) p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k+1}^n, z_{0:k}) d\mathbf{x}_k^l, \quad (13)$$

其中 $p(\mathbf{x}_k^l | \mathbf{x}_{0:k+1}^n, z_{0:k})$ 可以通过步骤1得到, 同时可根据式(10)得到 $p(\mathbf{x}_{k+1}^l | \mathbf{x}_{k+1}^n, \mathbf{x}_k^n, \mathbf{x}_k^l)$, 且这两个概率密度都是高斯分布, 根据高斯乘积积分的引理^[19]依据上式得到线性状态的高斯预测分布 \mathbf{x}_{k+1}^l .

3 Rao-Blackwellized 粒子 CBMeMber 滤波器(Rao-Blackwellized particle CBMeMber filter)

3.1 CBMeMber 滤波器(CBMeMber filter)

若 X 是状态空间 \mathcal{X} 上的(单)伯努利RFS, 它可用单目标存在概率 r 和单目标状态分布 p 来联合表示, 而 X 的势分布是一个参数为 r 的伯努利分布. 若 \emptyset 表示空集, 伯努利RFS的概率密度为^[4]

$$\pi(X) = \begin{cases} 1 - r, & X = \emptyset, \\ r \cdot p(\mathbf{x}), & X = \{\mathbf{x}\}. \end{cases} \quad (14)$$

若 X 是状态空间 \mathcal{X} 上的多伯努利RFS, 它是一个确定数目且相互独立的伯努利RFS的集合. 组成 X 的第 i 个伯努利RFS表示为 $X^{(i)}$, 它的存在概率为 $r^{(i)}$, 概率密度为 $p^{(i)}$, $i = 1, \dots, M$ 是伯努利RFS的索引, 那么 $X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}$. 显然, 它的势平均为 $\sum_{i=1}^M r^{(i)}$. 则 X 的概率密度 π 可表示为 $\pi(\emptyset) = \prod_{j=1}^M (1 - r^{(j)})$, 并有

$$\pi(\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}) = \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(\mathbf{x}_j)}{1 - r^{(i_j)}}. \quad (15)$$

为描述方便, 可以将上述密度表达简写为参数集表达形式^[4], 即 $\pi = \{(r^{(i)}, p^{(i)})\}_{i=1}^M$.

Ba-Tuong Vo等在文献[5]中通过理论和实验已论证MeMber滤波器会产生明显的势偏差, 进而提出了CBMeMber, 以下给出它的递推公式.

1) 预测步.

假设 $k-1$ 时刻后验多目标多伯努利密度表示为

$$\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}. \quad (16)$$

则预测的多目标密度也是一个多伯努利密度

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}, \quad (17)$$

其中 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 是 k 时刻新生多伯努利密度的

参数集. 而存活目标预测伯努利密度参数

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle, \quad (18)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \frac{\langle f_{k|k-1}(\mathbf{x}|\cdot), p_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \rangle}{\langle p_{k-1}^{(i)}, p_{S,k} \rangle}, \quad (19)$$

$f_{k|k-1}(\cdot|\zeta) = k$ 时刻在先前状态为 ζ 条件下的单目标状态转移密度; $p_{S,k}(\zeta) = k$ 时刻在先前状态为 ζ 条件下的目标存活概率.

2) 更新步.

令CBMeMber预测多目标多伯努利密度为

$$\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}, \quad (20)$$

那么后验多目标密度可用多伯努利密度近似如下

$$\pi_k \approx \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}))\}_{\mathbf{z} \in Z_k}, \quad (21)$$

其中: Z_k 是 k 时刻量测集, $\{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$ 是继承航迹(漏检)的多伯努利密度参数集, 若检测概率表示为 $p_{D,k}(\mathbf{x})$, 有

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (22)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \frac{1 - p_{D,k}(\mathbf{x})}{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}, \quad (23)$$

$\{(r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}))\}_{\mathbf{z} \in Z_k}$ 是量测更新的多伯努利密度的参数集, 有

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle)^2}}{\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, p_{D,k} \rangle}}, \quad (24)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \psi_{k,z}(\mathbf{x})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \psi_{k,z} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}}, \quad (25)$$

$$\psi_{k,z}(\mathbf{x}) = g_k(\mathbf{z}|\mathbf{x}) p_{D,k}(\mathbf{x}). \quad (26)$$

3.2 Rao-Blackwellized 粒子 CBMeMber 滤波器(Rao-Blackwellized particle CBMeMber filter)

$k-1$ 时刻后验多目标多伯努利密度可描述为参数集 $\pi_{k-1} = \{(r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 若目标状态可分解, 目标的动态模型满足式(2)-(5), 那么密度 $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x})$ 可由RB滤波原理表示为

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}^n, \mathbf{x}^l) = p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}^n) \times p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}^l | \mathbf{x}^n), \quad (27)$$

其中 $p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}^l|\mathbf{x}^n)$ 是高斯分布.

若非线性状态密度可用粒子集表达为

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}^n) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \delta_{\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n), \quad (28)$$

其中 $\delta_{\mathbf{x}}(\cdot)$ 是关于状态 \mathbf{x} 的狄拉克 δ 函数. 则概率密度可以表示为

$$p_{k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}^l; m_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}, P_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}) \delta_{\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n). \quad (29)$$

其中 $m_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}$ 和 $P_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}$ 是由非线性粒子 $\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}$ 采样条件下, 对应线性状态高斯分布的均值和协方差. 而式(29)也是RBP进行递推滤波时, 状态的后验概率密度所呈现的一般形式.

以下假设目标的存活概率和检测概率只依赖于非线性状态, 即

$$p_{S,k}(\mathbf{x}) = p_{S,k}(\mathbf{x}^n), p_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}(\mathbf{x}^n).$$

1) 预测步.

知道了 $k-1$ 时刻的多伯努利密度(29), 将它代入式(2)–(3)所描述的状态方程, 同时表示 k 时刻新生多伯努利密度为 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$, 则预测步的多目标多伯努利密度为

$$\pi_k = \{(r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}. \quad (30)$$

其中将式(29)代入式(18)很容易求解伯努利RFS的存活概率的预测

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}). \quad (31)$$

而将式(29)代入式(19), 通过推导得到预测密度

$$p_{P,k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{P,k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^n; m_{P,k|k-1}^{n,(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{n,(i,j)}) \times \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^l; m_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}), \quad (32)$$

$$w_{P,k|k-1}^{(i,j)} = \frac{w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)})}{\sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} p_{S,k}(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)})}. \quad (33)$$

为表示形式上的简洁, 以下令

$$\begin{aligned} F_{k-1}^{l,(i,j)} &\triangleq F_{k-1}^l(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}), \\ F_{k-1}^{n,(i,j)} &\triangleq F_{k-1}^n(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}), \\ f_{k-1}^{l,(i,j)} &\triangleq f_{k-1}^l(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}), \\ f_{k-1}^{n,(i,j)} &\triangleq f_{k-1}^n(\mathbf{x}_{k-1}^{n,(i,j)}). \end{aligned}$$

式(32)中的非线性状态的预测密度 $\mathcal{N}(\mathbf{x}_k^n; m_{P,k|k-1}^{n,(i,j)},$

$P_{P,k|k-1}^{n,(i,j)})$, 由(2)得到, 均值和协方差分别为

$$m_{P,k|k-1}^{n,(i,j)} = f_{k-1}^{n,(i,j)} + F_{k-1}^{n,(i,j)} \cdot m_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}, \quad (34)$$

$$P_{P,k|k-1}^{n,(i,j)} = Q_{k-1}^n + F_{k-1}^{n,(i,j)} P_{k-1|k-1}^{l,(i,j)} (F_{k-1}^{n,(i,j)})^T. \quad (35)$$

在 \mathbf{x}_k^n 的条件下, 根据之前给出的式(13)可推导线性部分预测分布的均值和协方差, 它们分别为

$$m_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} = A_{k-1}^{(i,j)} \tilde{m}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} + f_{k-1}^{l,(i,j)} + Q_{k-1}^{nl} (Q_{k-1}^n)^{-1} (\mathbf{x}_k^n - f_{k-1}^{n,(i,j)}), \quad (36)$$

$$P_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} = Q_{k-1}^l - Q_{k-1}^{nl} (Q_{k-1}^n)^{-1} (Q_{k-1}^{nl})^T + A_{k-1}^{(i,j)} \tilde{P}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} (A_{k-1}^{(i,j)})^T, \quad (37)$$

其中 $A_{k-1}^{(i,j)}$ 可参考式(11), $\tilde{m}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}$ 和 $\tilde{P}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}$ 的计算可根据式(12), 即利用KF更新得到

$$\begin{aligned} \tilde{m}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} &= \\ m_{k-1|k-1}^{l,(i,j)} + K_{P,k}^{(i,j)} [\mathbf{x}_k^n - f_{k-1}^{n,(i,j)} - F_{k-1}^{n,(i,j)} m_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}], \end{aligned} \quad (38)$$

$$\tilde{P}_{P,k|k-1}^{l,(i,j)} = [I - K_{P,k}^{(i,j)} F_{k-1}^{n,(i,j)}] P_{k-1|k-1}^{l,(i,j)}, \quad (39)$$

其中滤波增益

$$K_{P,k}^{(i,j)} = P_{k-1|k-1}^{l,(i,j)} (F_{k-1}^{n,(i,j)})^T (P_{P,k|k-1}^{n,(i,j)})^{-1}. \quad (40)$$

按照RB滤波原理, 对于公式(32), 先对 $p_{P,k|k-1}^{(i)}$ 中的非线性状态进行粒子采样, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{P,k|k-1}^{n,(i,j)} &\sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^n; m_{P,k|k-1}^{n,(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{n,(i,j)}), \\ i &= 1, \dots, L_{k-1}^{(i)}, \end{aligned} \quad (41)$$

则

$$p_{P,k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k-1}^{(i)}} w_{P,k|k-1}^{(i,j)} \times \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^l; m_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{l,(i,j)}) \delta_{\mathbf{x}_{P,k|k-1}^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n). \quad (42)$$

同时, 对于式(17)中的新生伯努利密度 $p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x})$, 假设其可表示为

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = p_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x}^n) \mathcal{N}(\mathbf{x}^l; m_{\Gamma,k}^{l,(i)}, P_{\Gamma,k}^{l,(i)}), \quad (43)$$

其中: $p_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x}^n)$ 是新生非线性状态的概率密度, $\mathcal{N}(\mathbf{x}^l; m_{\Gamma,k}^{l,(i)}, P_{\Gamma,k}^{l,(i)})$ 是线性状态分布. 选择新生非线性状态密度的建议分布 $q_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x})$, 采样新生粒子 $\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{n,(i,j)} \sim q_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x})$, $j = 1, \dots, L_{\Gamma,k}^{(i)}$; 粒子权重

$$w_{\Gamma,k}^{(i,j)} = \frac{p_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{n,(i,j)})}{q_{\Gamma,k}^{n,(i)}(\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{n,(i,j)})}. \quad (44)$$

同时, 在 $\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{n,(i,j)}$ 条件下, 初始化线性状态的高斯分量 $\mathcal{N}(\mathbf{x}^l; m_{\Gamma,k}^{l,(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{l,(i,j)})$, 那么新生伯努利密度

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) =$$

$$\sum_{j=1}^{L_{\Gamma,k}^{(i)}} \tilde{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} \times \mathcal{N}(\mathbf{x}^l; \mathbf{m}_{\Gamma,k}^{l,(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{l,(i,j)}) \delta_{\mathbf{x}_{\Gamma,k}^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n), \quad (45)$$

$$\tilde{w}_{\Gamma,k}^{(i,j)} = w_{\Gamma,k}^{(i,j)} / \sum_{j=1}^{L_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)}. \quad (46)$$

2) 更新步.

假设 k 时刻联合预测和新生的多伯努利密度 $\pi_{k|k-1} = \{(r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 则每一个 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 根据前面结果可联合表示为

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^l; \mathbf{m}_{k|k-1}^{l,(i,j)}, P_{k|k-1}^{l,(i,j)}) \times \delta_{\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n). \quad (47)$$

更新后的多目标密度可表示为参数形式

$$\pi_k = \{(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \{(r_{U,k}(\mathbf{z}), p_{U,k}(\cdot; \mathbf{z}))\}_{\mathbf{z} \in \mathcal{Z}_k}. \quad (48)$$

将式(47)代入式(22)和式(23), 继承航迹(漏检部分)所对应的多伯努利密度的参数形式

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \varrho_{L,k}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \varrho_{L,k}^{(i)}}, \quad (49)$$

$$p_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \tilde{w}_{L,k}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^l; \mathbf{m}_{k|k-1}^{l,(i,j)}, P_{k|k-1}^{l,(i,j)}) \delta_{\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n), \quad (50)$$

其中:

$$\varrho_{L,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} p_{D,k}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}), \quad (51)$$

$$\tilde{w}_{L,k}^{(i,j)} = w_{L,k}^{(i,j)} / \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{L,k}^{(i,j)}, \quad (52)$$

$$w_{L,k}^{(i,j)} = w_{k|k-1}^{(i,j)} (1 - p_{D,k}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)})). \quad (53)$$

量测更新航迹的伯努利RFS的参数

$$r_{U,k}(\mathbf{z}) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{k|k-1}^i (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \varrho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{\kappa_k(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \varrho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \varrho_{L,k}^{(i)}}}, \quad (54)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} \tilde{w}_{U,k}^{*(i,j)}(\mathbf{z}) \times \mathcal{N}(\mathbf{x}_k^l; \mathbf{m}_{k|k-1}^{l,(i,j)}, P_{k|k-1}^{l,(i,j)}) \delta_{\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}}(\mathbf{x}^n), \quad (55)$$

其中

$$\varrho_{U,k}^{(i)}(\mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \psi_{k,z}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}), \quad (56)$$

$$\tilde{w}_{U,k}^{*(i,j)}(\mathbf{z}) = w_{U,k}^{*(i,j)}(\mathbf{z}) / \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{L_{k|k-1}^{(i)}} w_{U,k}^{*(i,j)}(\mathbf{z}), \quad (57)$$

$$w_{U,k}^{*(i,j)}(\mathbf{z}) = w_{k|k-1}^{(i,j)} \frac{r_{k|k-1}^{(i)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}} \psi_{k,z}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}), \quad (58)$$

$$\psi_{k,z}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}) = g_k(\mathbf{z} | \mathbf{x}_k^{n,(i,j)}) p_{D,k}(\mathbf{x}_k^{n,(i,j)}). \quad (59)$$

3) 重采样.

为减少粒子蜕化对滤波器估计性能的影响, 对每一个假设航迹的粒子集进行重采样. 新粒子按照更新后的粒子权重的大小进行采样, 对应航迹的重采样规模 $L_k^{(i)} = L_k \times r_k^{(i)}$, L_k 是单目标平均采样个数, $r_k^{(i)}$ 是更新后的第 i 个航迹的存在概率. 注意到, 为保证每个假设航迹的粒子个数, 可设置每个航迹的粒子采样规模 $L_k^{(i)}$ 不小于 L_{\min} .

4 仿真验证(Simulation)

1) 评价指标.

为了能联合评价多目标势估计和多目标状态估计的效果, 采用OSPA(optimal subpattern assignment)距离^[20]评估多目标跟踪的性能, 首先给出OSPA的定义如下:

设多目标状态的真值集合为 $X = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\}$, 相应的状态估计集合 $\hat{X} = \{\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_n\}$, 若 $m \leq n$, 则OSPA距离为

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{x}}_{\pi(i)})^p + c^p (n - m) \right) \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (60)$$

其中: $\bar{d}^{(c)}(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) := \min(c, \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|)$, Π_k 表示所有 $\{1, \dots, k\}$ 的排列构成的集合, 距离阶次 $p \geq 1$, 截断系数 $c > 0$. 如果 $m > n$, 则 $\bar{d}_p^{(c)}(X, \hat{X}) = \bar{d}_p^{(c)}(\hat{X}, X)$.

2) 场景参数说明.

假设传感器的观测区域为半径 $R = 4000$ m 的球面(图1所示), 在观测域内伴随着目标的新生和消亡, 对应着可变的数目(势). 考虑距离方位跟踪, 传感器位于极坐标原点. 仿真中量测模型为

$$\mathbf{z}_k = [R \ \theta]^T = \begin{bmatrix} \sqrt{x_k^2 + y_k^2} \\ \tan^{-1}(y_k/x_k) \end{bmatrix} + \boldsymbol{\varepsilon}_k, \quad (61)$$

其中: $\boldsymbol{\varepsilon}_k$ 是分布为 $\mathcal{N}(\cdot, 0, R_k)$ 的量测噪声, $R_k = \text{diag}\{\sigma_r^2, \sigma_\theta^2\}^T$, $\sigma_r = 5$ m, $\sigma_\theta = (\pi/180)$ rad.

量测采样周期 $T = 1$ s, 总共采样50次. 杂波是一个泊松RFS, 且在观测区域 $[0, 2\pi] \times [0, 4000]$ m 内均匀分布, 每周期的杂波平均数为20个, 对应杂波密度 $\lambda_c = 7.96 \times 10^{-4} (\text{rad} \cdot \text{m})^{-1}$. 目标的存活概率为 $p_{S,k} = 0.98$, 检测概率 $p_{D,k} = 0.95$. 选取OSPA的截断系数 $c = 50$ m, 距离阶次 $p = 1$. 单航迹平均粒子采样规模为 $L_k^{(i)} = \max\{L_{\min}, L_k \times r_k^{(i)}\}$. 试验中选取

$L_k = 500, L_{\min} = 100$. 确认目标的阈值是 $r_k^{(i)} = 0.5$, 设置删除航迹的阈值 $r_k^{(i)} = 10^{-3}$. 仿真硬软件环境为: MATLAB R2010a, Win7 SP1 64-bit, Intel(R) Core (TM) i5-4570 CPU @3.20GHz, RAM 4.00GB.

跟踪场景中的最大目标数为 $N = 8$. 目标轨迹如图1所示, 它们均为近常速模型(nearly constant velocity model, NCVM)模型^[21], 状态向量表示为 $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$. 其状态转移密度

$$f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_k; F_k \mathbf{x}_{k-1}, Q_k), \quad (62)$$

其中

$$F_k = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \otimes I_2, \quad Q_k = \sigma_v^2 \begin{bmatrix} \frac{T^4}{4} & \frac{T^3}{2} \\ \frac{T^3}{2} & T^2 \end{bmatrix} \otimes I_2; \quad (63)$$

其中: \otimes 是Kronecker积, I_n 代表 $n \times n$ 的单位阵, $\sigma_v = 5 \text{ m/s}^2$.

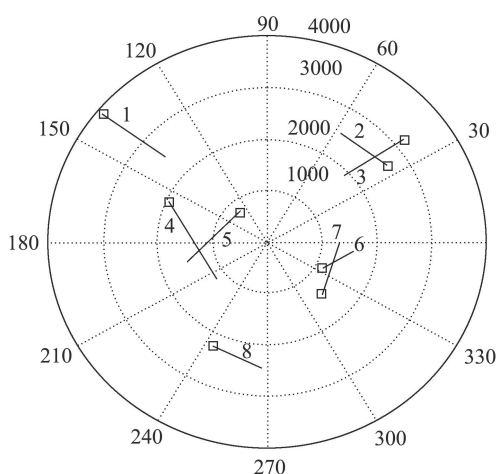


图1 目标实际轨迹

Fig. 1 Actual target trajectories

分解状态为非线性和线性部分, 非线性状态 $\mathbf{x}_k^n = [x_k, y_k]^T$, 线性状态 $\mathbf{x}_k^l = [\dot{x}_k, \dot{y}_k]^T$. 目标新生多伯努利密度可表示为参数集 $\pi_\Gamma = \{(r_\Gamma^{(i)}, p_\Gamma^{(i)})\}_{i=1}^8$, 其中 $r_\Gamma^{(i)} = 0.01$, 参照式(43), 非线性

$$\begin{aligned} p_{\Gamma,k}^{n,(i)} &= \mathcal{N}(x; m_\gamma^{n,(i)}, P_\gamma^n), m_\gamma^{n,(1)} = [-3000, 2500]^T, \\ m_\gamma^{n,(2)} &= [2200, 1500]^T, m_\gamma^{n,(3)} = [2500, 2000]^T, \\ m_\gamma^{n,(4)} &= [-1800, 800]^T, m_\gamma^{n,(5)} = [-500, 600]^T, \\ m_\gamma^{n,(6)} &= [1000, -1000]^T, m_\gamma^{n,(7)} = [1000, -500]^T, \\ m_\gamma^{n,(8)} &= [-1000, -2000]^T, P_\gamma^n = \text{diag}\{[50, 50]^T\}^2. \end{aligned}$$

对应线性状态的分布 $\mathcal{N}(\mathbf{x}^l; m_{\Gamma,k}^{l,(i)}, P_{\Gamma,k}^{l,(i)}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}; m_\gamma^l, P_\gamma^l)$, $m_\gamma^l = 0_{2 \times 1}$. $P_\gamma^l = \text{diag}\{[50, 50]^T\}^2$. 按照以上分布采样非线性状态, 并确定在非线性和线性新生粒子下的线性状态分布.

3) 仿真分析.

对比PF-CBMeMBer和RBPF-CBMeMBer滤波器的性能, 为清晰显示跟踪结果, 分别罗列各目标的跟踪结果在图2-6. 从仿真图直观上看, RBPF-CBMeMBer对各个目标的跟踪效果总体要好, 在有些目标(例如目标5)的跟踪上也要比PF-CBMeMBer更为连续. 同时, 为了更加客观评价滤波器多目标跟踪的整体性能, 对所设场景进行200次蒙特卡洛(Monte Carlo, MC)仿真, MC中目标位置的OSPA距离均值如图7所示, 势估计均值及其标准差如图8所示. 显然, RBPF-CBMeMBer滤波器的OSPA距离评价要优于PF-CBMeMBer, 因为OSPA能够联合评测多目标势和多目标状态估计的性能, 所以RBPF-CBMeMBer滤波器显然具有更加优越的多目标跟踪性能. 从目标个数估计的效果来看, 两种滤波器都具有较好的势估计均值, 但从势估计误差上看, RBPF-CBMeMBer滤波器的势估计还是要相对准确一些, 而且它还具有更低的势估计标准差. 所以, RBPF-CBMeMBer具有更加稳定的势估计性能, 说明该滤波器能够相对持续稳定地跟踪多目标. RBPF-CBMeMBer滤波器仅需要对非线性状态进行粒子滤波, 状态采样的维度得到降低, 而利用非线性滤波结果构造量测方程对线性状态进行卡尔曼滤波, 最终得到近似的后验多伯努利密度. RBPF-CBMeMBer滤波器的非线性粒子滤波维数的降低也使得PF算法部分的计算复杂度得到相应的降低. 所以, 对于包含线性子系统的非线性多目标跟踪系统, 利用基于RFS的RBPF-CBMeMBer滤波器进行多目标跟踪是行之有效的.

再来比较两种算法在MC仿真中的CPU执行时间. 实际上, 根据笔者的统计, 在单目标平均粒子规模 $L_k = 500$ 的同等条件下, 对比单周期平均运算时间, RBPF-CBMeMBer滤波器和PF-CBMeMBer滤波器几乎相当. 虽然RBPF-CBMeMBer在更低维的状态空间上(仅对非线性状态)进行采样, 降低了PF算法部分的计算复杂度, 但是在线性滤波部分却引入了额外的计算. RBPF-CBMeMBer的实现还是有别于传统的单目标RBPF, 注意到更新航迹的伯努利密度的表达式和所有预测航迹的密度都有关, 所以滤波器后续要对每一个非线性粒子所对应的线性部分都要进行式(36)-(40)的滤波计算. 另外, 笔者也统计了不同粒子采样规模下MC仿真的算法平均运算时间和OSPA均值. 实验中发现, 传统PF-CBMeMBer在粒子采样规模扩大至接近2倍的情况下($L_k = 1000$)才与RBPF-CBMeMBer的OSPA均值统计相当, 而所耗费的时间却显著增加. 这也就意味着, PF-CBMeMBer要利用更多的CPU运算时间才能达到和RBPF-CBMeMBer相近的跟踪精度. 所以, RBPF-CBMeMBer滤波器的整体性能的提高是非常明确的.

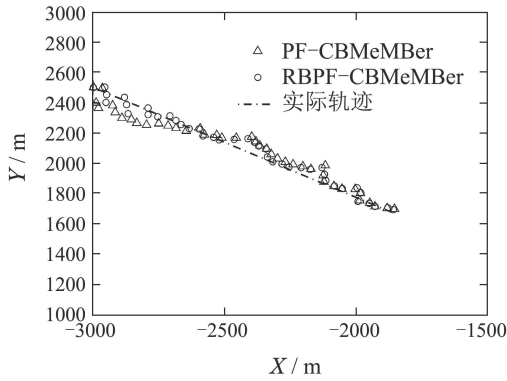


图2 目标1的跟踪效果
Fig. 2 Tracking effect of target 1

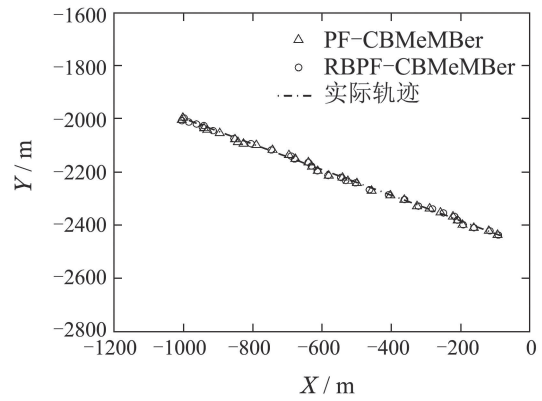


图6 目标8的跟踪效果
Fig. 6 Tracking effect of target 8

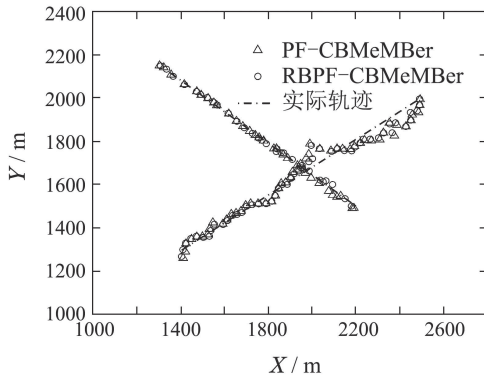


图3 目标2和目标3的跟踪效果
Fig. 3 Tracking effect of target 2 and target 3

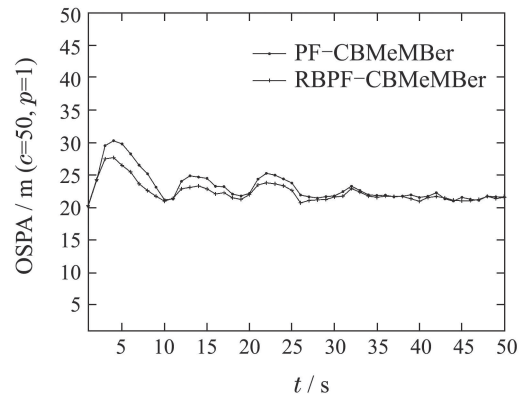


图7 多目标位置估计OSPA的比较
Fig. 7 Tracking performance comparison for position OSPA

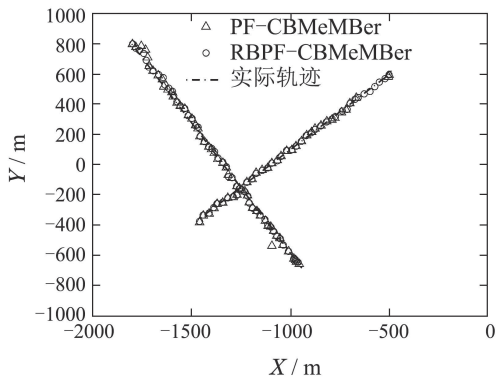
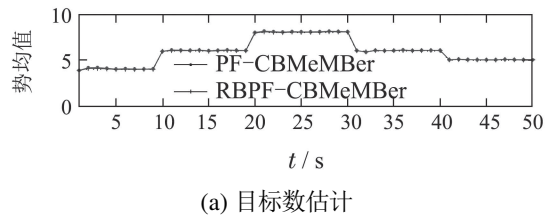
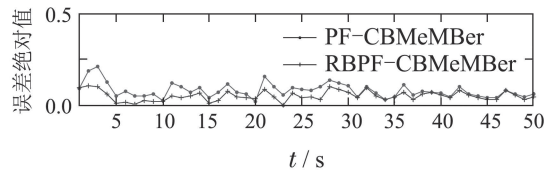


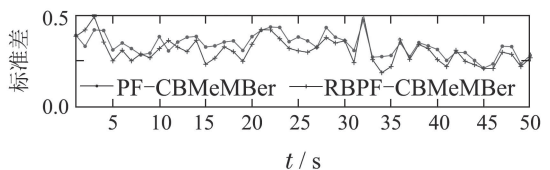
图4 目标4和目标5的跟踪效果
Fig. 4 Tracking effect of target 4 and target 5



(a) 目标数估计



(b) 目标数估计的误差



(c) 目标数估计的标准差

图8 目标个数估计的效果

Fig. 8 Estimation effect of target number

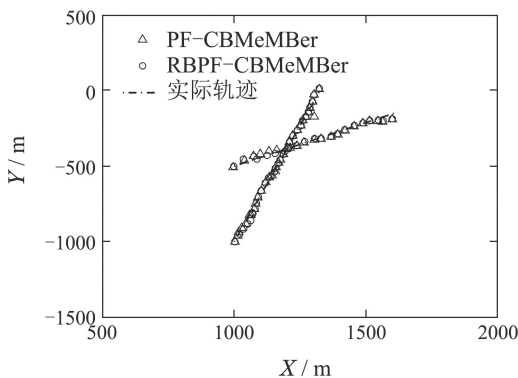


图5 目标6和目标7的跟踪效果
Fig. 5 Tracking effect of target 6 and target 7

5 结论和展望(Conclusions and future work)

对于可分解(线性/非线性)的状态空间系统, 本文

详细分析了系统的分解过程及RB滤波原理, 以此为基础提出了RBPF-CBMeMber滤波器. 通过多目标跟踪的仿真实验结果, 所提算法提高了多目标跟踪的整体跟踪性能, 算法有效性得到验证. 作为本文的扩展, 在今后的工作中, 可通过简单变形扩展给出RB核粒子滤波器(kernel particle filter, KPF)实现. 同时, 自然可结合各类改进的PF算法给出改进的RBPF-CBMeMber滤波器的实现形式. 在具体的跟踪应用中, 也可研究利用RBPF-CBMeMber滤波器对群目标(group targets, GT)和扩展(extended targets, ET)目标^[22]进行跟踪.

参考文献(References):

- [1] MAHLER R P S. *Advances in Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion* [M]. Norwood, MA: Artech House, 2014: 120 – 122.
- [2] MAHLER R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1152 – 1178.
- [3] MAHLER R P S. PHD filters of higher order in target number [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, 43(4): 1523 – 1543.
- [4] MAHLER R P S. *Statistical Multisource Multitarget Information Fusion* [M]. Norwood, MA: Artech House, 2007: 655 – 667.
- [5] VO B T, VO B N, CANTONIA. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(2): 409 – 423.
- [6] CHONG N, WONG S, VO B T, et al. Multiple moving speaker tracking via degenerate unmixing estimation technique and cardinality balanced multi-target multi-bernoulli filter (duet-cbmember)[C] // *Proceedings of the 9th Intelligent Sensors, Sensor Networks and Information Processing (ISSNIP)*. Singapore: IEEE, 2014, 4: 1 – 6.
- [7] HOSEINNEZHAD R, VO B N, VO B T, et al. Bayesian integration of audio and visual information for multi-target tracking using a CB-MeMber filter [C] // *Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. Melbourne: IEEE, 2011, 5: 2300 – 2303.
- [8] YANG J L, GE H W. An improved multi-target tracking algorithm based on CBMeMber filter and variational Bayesian approximation [J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9): 2510 – 2515.
- [9] ZHANG G, LIAN F, HAN C. CBMeMber filters for nonstandard targets, I: Extended targets [C] // *Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Salamanca: IEEE, 2014, 7: 1 – 6.
- [10] ZHANG G, LIAN F, HAN C. CBMeMber filters for nonstandard targets, II: Unresolved targets [C] // *Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion (FUSION)*. Salamanca: IEEE, 2014, 7: 1 – 6.
- [11] SARKKA S, VEHTARI A, LAMPINEN J. Rao-Blackwellized particle filter for multiple target tracking [J]. *Information Fusion*, 2007, 8(1): 2 – 15.
- [12] LI B. Multiple-model Rao-Blackwellized particle CPHD filter for multitarget tracking [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(3): 2133 – 2143.
- [13] LEE S M, JUNG J, KIM S, et al. DV-SLAM (dual-sensor-based vector-field SLAM) and observability analysis [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2015, 62(2): 1101 – 1112.
- [14] DOUCET A, FREITAS N D, MURPHY K P, et al. Rao-blackwellised particle filtering for dynamic bayesian networks [C] // *Proceedings of the 16th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence*. San Francisco, CA: 2000, 43(2): 499 – 515.
- [15] NORDLUND P J, GUSTAFSSON F. Marginalized particle filter for accurate and reliable terrain-aided navigation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 2009, 45(4): 1385 – 1399.
- [16] KARLSSON R, SCHNÖ T, GUSTAFSSON F. Complexity analysis of the marginalized particle filter [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2005, 53(11): 4408 – 4411.
- [17] DOUCET A, GORDON N J, KROSHNAMURTHY V. Particle filters for state estimation of jump Markov linear systems [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(3): 613 – 624.
- [18] GUSTAFSSON F. *Adaptive Filtering and Change Detection* [M]. New York: Wiley, 2000: 451 – 460.
- [19] HO Y C, LEE R. A Bayesian approach to problems in stochastic estimation and control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1964, 9(4): 333 – 339.
- [20] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3447 – 3457.
- [21] LI X R, JILKOV V P. Survey of maneuvering target tracking. Part I: Dynamic models [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1333 – 1364.
- [22] LI Cuiyun, WANG Rong, JI Hongbing. Multiple extended-target tracking based on variational Bayesian cardinality-balanced multi-target multi-Bernoulli [J]. *Control Theory & Applications*, 2015, 32(2): 187 – 195.
(李翠芸, 王荣, 姬红兵. 基于变分贝叶斯势均衡多目标多伯努利滤波的多扩展目标跟踪算法 [J]. *控制理论与应用*, 2015, 32(2): 187 – 195.)

作者简介:

陈辉 (1978–), 男, 副教授, 主要研究方向为目标跟踪和传感器管理, E-mail: huich78@hotmail.com;

韩崇昭 (1943–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为多源信息融合、随机控制与自适应控制、非线性频谱分析, E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn.