

# 基于广义非线性统一强度理论的隧道塌落拱分析

周凤玺<sup>1,2</sup> 邵彦平<sup>1</sup> 甘东彪<sup>1</sup>

(1 河西学院 土木工程学院 734000 张掖; 2 兰州理工大学 土木工程学院 730050 兰州)

**摘要:** 基于广义非线性统一强度的剪切破坏理论, 在平面应变状态下, 根据极限上限定理和隧道顶部的围岩塌落机制, 在耗散能中引入了包含曲线型破裂面方程的目标函数, 建立了围岩中任意断面的隧道顶部围岩的塌落机制。基于塑性位势理论, 考虑塑性应变增量与塑性势函数的应力梯度成正比, 由此得出了在速度间断线上任意点内能的耗散率; 再运用虚功原理, 建立内能耗散率和外力做功相等的关系式, 从而通过变分原理得出了隧道顶部塌落面的解析表达式, 由该表达式计算出隧道顶部塌落面的形状。以圆形断面隧道为例, 对影响塌落拱形状的隧道半径和中间主剪应力系数等相关参数进行了讨论分析。由此得出: 在平面应变状态下, 隧道顶部围岩塌落体的宽度和高度随着中间主剪应力系数的不断增大而减小; 塌落面的高度随着广义非线性统一强度参数的不断增大而增大, 而塌落面的宽度则不断减小; 塌落宽度和塌落高度随隧道半径的增大而增大。

**关键词:** 广义非线性统一强度理论; 极限上限定理; 变分法; 隧道顶部塌落

**中图分类号:** TU451 **文献标识码:** A **DOI:** 10.11776/cjam.37.02.B154

## 1 引言

极限平衡法、滑移线法、极限分析法等经典理论在隧道的稳定性分析中应用最广, 同时, 数值解析方法和室内模型实验也比较常见。这些方法不仅为解决各类隧道工程的稳定性问题提供了理论依据, 还为隧道工程设计中参数的选择提供了依据。

极限平衡法和滑移线法起初在边坡稳定性分析中使用较为广泛, 随着隧道稳定性理论的发展, 越来越多的学者利用理论分析结合数值模拟来研究隧道的稳定性<sup>[1-4]</sup>。文献[5]利用极限平衡理论, 在塌落拱理论的基础上, 得到了岩体的抗滑力, 并将得到的结果与数值模拟结果进行对比, 验证了极限平衡法计算得到的解析解的正确性。文献[6]通过变分

原理和极限平衡法的研究方法, 在自由边界条件下, 将浅埋隧道三种破裂面的稳定分析方法与数值模拟相比较, 研究讨论了浅埋隧道破裂面的分布形式和稳定性的影响参数。文献[7]利用楔形体破坏模式, 计算了地下水渗流作用下土压盾构隧道的有效支护力。文献[8]以施工过程中围岩稳定性和安全性为研究目的, 基于三维弹塑性有限单元法, 建立了在施工过程中隧道Ⅲ类围岩段的空间计算模型并进行分析研究。文献[9-10]研究了不同类型的支护对隧道稳定性的影响, 利用离散单元法对不同支护方案下砂土隧道进行数值模拟, 对其力学性能进行探究。但由于实际工程中破坏形式的复杂性, 及数值模拟的计算精度在很大程度上受到极限平衡状态的判别标准的影响, 因此利用数值模拟来分析隧道稳定性问题较复杂, 很少在实际的隧道工程中应用。

基金项目: 国家自然科学基金(51978320); 甘肃省陇原青年创新创业人才资助项目 收稿日期: 2018-12-11 修回日期: 2019-12-20

第一作者简介: 周凤玺, 男, 1979 年生, 博士, 兰州理工大学, 教授; 研究方向——土动力学、岩土力学。E-mail: geolut@163.com

通讯作者: 邵彦平, 男, 1991 年生, 硕士生; 研究方向——隧道工程。E-mail: 2273457121@qq.com

另外, 模型实验在隧道稳定性分析中也有着较广泛的应用。文献[11]选取开挖浅埋隧道的工程阶段, 研究修建地下连续墙对地表变形的影响。文献[12]在模型实验的基础上, 对隧道围岩稳定性如何受断层和溶洞的影响进行研究。文献[13]为探究补偿性注浆对隧道地表发生形变的影响, 利用离心实验对砂土隧道补偿性注浆进行模拟。文献[14]在离心实验的基础上, 研究了评估改进的抗震技术对已有液化砂土隧道的作用, 离心机启动和制动时的误差对精度的影响较为严重。此外, 对于边界约束不同的模型箱, 实验效果也不同, 使得该方法存在一定的局限性。

综上所述, 尽管极限平衡法、滑移线法等解析法与数值模拟及实验相结合的方法在隧道应用中较多, 但仍具有一定的局限性。文献[15]利用 Hoek-Brown 破坏准则对矩形断面隧道的塌落进行研究, 本文在此基础上, 以广义非线性统一强度的剪切破坏理论为基础, 通过变分法和极限分析上限定理<sup>[16]</sup>, 在平面应变状态下, 根据隧道顶部围岩的破坏特征及塑性理论, 建立了岩质围岩中任意断面的隧道顶部围岩的二维曲线形塌落机制, 对任意截面隧道顶部围岩的塌落面进行研究。通过分析各参数对围岩塌落面形状的影响, 为隧道施工方法的选择和支护结构的优化提供依据。

## 2 塌落拱分析

选取关于  $y$  轴对称的截面, 如图 1 所示, 从而对隧道顶部围岩破坏时塌落面的形状进行计算。沿机动许可速度场的内部能量耗散率和外力做功功率, 首先对塌落块的有效形状起决定作用, 能量的耗散率满足速度边界条件和应变率与速度的相容性条件, 同时与未知问题最小化结果的泛函有关, 以这种方式可以得到最小的实际塌落在机动许可速度场中的总耗散函数, 然后通过最小化未知量函数的方法使这个问题得以解决。

以隧道的横截面为研究对象, 将隧道的拱顶塌落看作平面应变问题, 塌落区域的有效形状是未知的, 采用极限分析的上限定理这一理论来解决此问题, 该理论假定几何体的变化是微小的(刚塑性), 反映了块状材料的相对移动。

考虑平面应变条件下岩体破坏面的正应力和剪应力分别为  $\sigma$  和  $\tau$ , 破坏时的莫尔应力圆如图 2 所示, 平面应变状态下广义非线性统一强度理论的

剪切破坏方程为<sup>[16]</sup>

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = D \left\{ \frac{\left[ \frac{m(bt+1)}{b+1} - \frac{b(1-t)}{b+1} DE \right] \frac{\sigma}{\sigma_c} + s}{1-CDE} \right\}^a - \frac{b(1-t)}{b+1} D \frac{\sigma}{\sigma_c} \quad (1)$$

式中:  $\sigma_c$  为抗压强度;  $b$  为中间主剪应力的影响系数;  $t$  为平面应变状态下中间主应力系数;  $m$ 、 $s$ 、 $a$  为反映岩体特征的参数, 与统一强度理论有关且量纲为一。

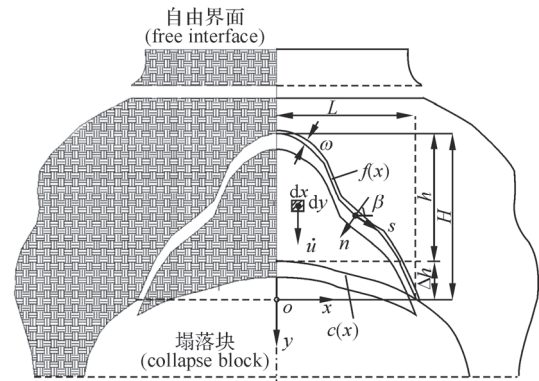


图1 隧道拱顶的塌落示意图  
Fig.1 Schematic diagram of the collapse of the tunnel vault

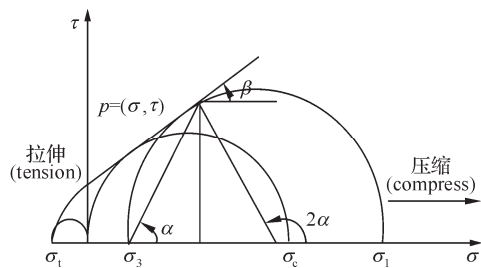


图2 破坏时应力状态的图解法  
Fig.2 Graphical method of stress state at failure

在平面应变状态下, 可根据分析或者实验得到中间主应力参数  $t$  ( $0 \leq t \leq 1$ )。各单元的中间主应力参数  $t$  在弹性状态下均小于 1; 在进入塑性状态时趋近于 1, 在小变形状态下,  $t=1$ , 故式(1)可表示为

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{D}{(1-CDE)^a} \left( m \frac{\sigma}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (2)$$

式中

$$C = \frac{(b+2)\sin\beta}{ma(b+1-\sin\beta)}, \quad D = \frac{(b+1)\cos\beta}{b+2}, \quad E = \frac{m(b+1)\sin\beta - m}{(b+1)\cos\beta} \quad (3)$$

式中  $\beta$  为莫尔圆包络线的切线与水平方向的夹角。

### 3 理论推导

令  $K = \frac{D}{(1-CDE)^a}$ ，则有

$$\frac{\tau}{\sigma_c} = K \left( m \frac{\sigma}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (4)$$

因此，将广义非线性统一强度的剪切破坏理论放在莫尔圆的  $\sigma_n - \tau_n$  平面得

$$\tau_n = \pm K \sigma_c \left( m \frac{\sigma_n}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (5)$$

式中  $n$  为破坏面的法线方向。

在主应力空间上，假定塑性势面与屈服面重合，则此时的岩体处于关联塑性状态。以半平面为例， $\tau_n$  为正，则广义非线性统一强度下的塑性势函数为

$$\xi = \tau_n - K \sigma_c \left( m \frac{\sigma_n}{\sigma_c} + s \right)^a \quad (6)$$

根据弹塑性理论，塑性应变增量和塑性势函数的应力梯度成正比，得

$$\dot{\varepsilon}_n = \lambda \frac{\partial \xi}{\partial \sigma} = -\lambda maK \left( m \frac{\sigma}{\sigma_c} + s \right)^{a-1} \quad (7a)$$

$$\dot{\gamma}_n = \lambda \frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \lambda \quad (7b)$$

建立沿  $y$  轴方向的竖直机动许可速度场，如图1所示，其中， $\dot{u}$  表示刚性塌落块的速率。在直角坐标系  $x-y$  中，塌落块的速度间断线的方程用表达式  $y=f(x)$  来表示。并且根据几何关系，由三角函数变换，通过在速度间断线上任意一点处切线的斜率  $f'(x)$  可得到该点的法向速度和切向速度，因而可得出法向塑性应变增量和切向塑性应变增量，如下式所示。

$$\dot{\varepsilon}_n = (\dot{u}/\omega) \left[ 1 + f'(x)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (8a)$$

$$\dot{\gamma}_n = -(\dot{u}/\omega) f'(x) \left[ 1 + f'(x)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (8b)$$

式中： $\omega$  为塑性间断面的微小厚度；对  $t$  的求导和对  $x$  的求导可表示为

$$\dot{u} = \partial u / \partial t, \quad f'(x) = \partial f(x) / \partial x \quad (9)$$

由式(7)和式(8)可得

$$\lambda = -(\dot{u}/\omega) f'(x) \left[ 1 + f'(x)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (10)$$

则正应力可表示为

$$\sigma_n = \frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} f'(x)^{\frac{1}{1-a}} - \frac{\sigma_c}{m} s \quad (11)$$

将式(11)代入式(5)可得

$$\tau_n = K \sigma_c (maK)^{\frac{a}{1-a}} f'(x)^{\frac{a}{1-a}} \quad (12)$$

根据极限分析上限定理，在满足机动许可的任意速度场中，由外力功率与内能耗散构成的虚功方程的极限求解可得出最接近真实解的上限解。通过虚功方程确定的荷载必大于等于真实荷载。而整个破坏机制是关于  $y$  轴对称的，故总耗散  $\dot{\eta}$  可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\eta} [f(x), f'(x), x] &= \int_0^L \left( \dot{D}_i \omega \sqrt{1 + f'(x)^2} - \dot{W}_c \right) dx \\ &= \int_0^L \Lambda [f(x), f'(x), x] dx \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $L$  为塌落块的宽度。在分离体的薄变形层上，可由切向应力和法向应力产生的耗散功率叠加得到单位体积的内能耗散率  $\dot{D}_i$ ， $\dot{W}_c$  表示单位长度的外力做功的功率，其可表示为

$$\begin{aligned} \dot{D}_i &= \sigma_n \dot{\varepsilon}_n + \tau_n \dot{\gamma}_n \\ &= \frac{-\sigma_c s + \frac{\sigma_c}{m} (1-a^{-1}) [maK f'(x)]^{\frac{1}{1-a}}}{\omega [1 + f'(x)^2]^{\frac{1}{2}}} \dot{u} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{W}_c = \left\{ \rho [f(x) - c(x)] \right\} \dot{u} \quad (15)$$

式中： $\rho$  为岩体的重度； $c(x)$  为描述隧道截面形状的函数。当  $c(x) = 0$  时，为矩形断面隧道。

将式(11)、式(12)代入式(14)和式(15)可得

$$\begin{aligned} \Lambda [f(x), f'(x), x] &= \dot{u} \left\{ \rho [f(x) - c(x)] - \frac{\sigma_c s}{m} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\sigma_c}{m} (1-a^{-1}) [maK f'(x)]^{\frac{1}{1-a}} \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)中目标函数  $f(x)$  通过极限分析法计算可得，并且满足泛函的条件，既是一个函数也是自变量，求此  $f(x)$  的极值也就是所研究问题的上限解。此外， $f(x=L)=0$  可以看作是一个隐含的边界条件。

总耗散  $\dot{\eta}$  的第一次变分如下。

$$\delta \dot{\eta} = \delta \dot{\eta} [f(x), f'(x), x] = 0$$

由上式可得

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial f(x)} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial f'(x)} \right) = 0 \quad (17)$$

由式(16)可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Lambda}{\partial f(x)} &= -\rho \dot{u}, \quad \frac{\partial \Lambda}{\partial f'(x)} = -\frac{\sigma_c}{m} a^{-1} (maK)^{\frac{1}{1-a}} f'(x)^{\frac{a}{1-a}} \dot{u}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial f'(x)} \right) &= -\frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} (1-a)^{-1} f'(x)^{\frac{2a-1}{1-a}} f''(x) \dot{u} \end{aligned} \quad (18)$$

将式(18)代入式(17), 由  $\delta\dot{\eta} = 0$  可得

$$\left[ \frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} (1-a)^{-1} f'(x)^{\frac{2a-1}{1-a}} f''(x) - \rho \right] \cdot \dot{u} = 0, \forall \dot{u} \in V \quad (19)$$

式中  $V$  为允许重力的速度场。

式(19)是关于  $f(x)$  的二阶非线性微分方程, 对方程的两边积分得

$$\frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} a^{-1} f'(x)^{\frac{a}{1-a}} - \rho x - \tau_0 = 0 \quad (20)$$

式中  $\tau_0$  是已知的常数。由式(20)得

$$f'(x=0) = \left( \frac{\sigma_c}{m} \right)^{\frac{1-a}{a}} (maK)^{\frac{1}{a}} a^{\frac{1-a}{a}} \tau_0^{\frac{1-a}{a}} \quad (21)$$

令  $\psi = \frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} a^{-1}$ , 可得

$$f'(x) = [\psi^{-1}(\rho x + \tau_0)]^{\frac{1-a}{a}} \quad (22)$$

对式(22)积分可得速度间断线的方程为

$$f(x) = k(x + \rho^{-1}\tau_0)^{\frac{1}{a}} \quad (23)$$

式中  $k = \rho^{-1} \left( \frac{\sigma_c}{m} \right)^{\frac{1-a}{a}} \left( \frac{\rho}{mK} \right)^{\frac{1}{a}} > 0$ 。

式(23)中各参数在解决实际物理问题的情况下, 也必须使式(5)和式(10)满足分离曲面上的平衡方程。式(23)可以表示成  $\{n, s\}$  的形式, 即

$$\frac{\partial \sigma_n}{\partial n} + \frac{\partial \tau_n}{\partial s} = b_n = \rho \sin \beta \quad (24a)$$

$$\frac{\partial \tau_n}{\partial s} = b_s = \rho \cos \beta \quad (24b)$$

式中  $n$  和  $s$  分别为沿  $y=f(x)$  曲线的正应力方向和剪应力方向。其中,  $\cot \beta = f'(x)$ ,  $\mathbf{b} = [b_n, b_s]^T$  为应力向量。

将式(11)和式(23)代入式(5), 考虑单位法向量的分量  $\mathbf{n} = [\cos \beta, -\sin \beta]^T$  可以得出沿  $y=f(x)$  曲线的切线方向满足

$$\frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} a^{-1} f'(x)^{\frac{a}{1-a}} = \tau_n = \rho x + \tau_0 \quad (25)$$

由此可得

$$\frac{\partial \tau_n}{\partial n} = \nabla \tau_n \cdot \mathbf{n} = \rho \cos \beta \quad (26)$$

式中  $\nabla \tau_n = [\partial \tau_n / \partial x, \partial \tau_n / \partial y]^T$ 。

此外, 通过所讨论问题具有对称性可得  $\{x=0, y=-H\}$ 。并且, 因为分离曲线  $y=f(x)$  是关于

$y$  轴对称的, 由  $x=0$  对称平面上的应力平衡可得剪应力在此平面为 0, 即

$$\tau_{xy}(x=0, y=-H) = 0 \quad (27)$$

因此, 由应力分量之间的关系式可以得出

$$\tau_{xy} = \tau_n \cos 2\beta - \frac{1}{2} \sigma_n \sin 2\beta \quad (28)$$

并且考虑到  $\cot \beta = f'(x)$ , 即

$$\cos 2\beta = \frac{f'(x)^2 - 1}{f'(x)^2 + 1}, \quad \frac{1}{2} \sin 2\beta = \frac{f'(x)}{f'(x)^2 + 1} \quad (29)$$

$$\cot \beta|_{x=0} = f'(x=0) = (\psi^{-1}\tau_0)^{\frac{1-a}{a}} \quad (30)$$

由式(28)可以得出

$$\tau_0 \left[ (\psi^{-1}\tau_0)^{\frac{2(1-a)}{a}} + 1 \right]^{-1} \left[ (\psi^{-1}\tau_0)^{\frac{2(1-a)}{a}} - 1 \right] + \left[ (\psi^{-1}\tau_0)^{\frac{2(1-a)}{a}} + 1 \right]^{-1} \left[ \frac{\sigma_c}{m} - \frac{\sigma_c}{m} (maK)^{\frac{1}{1-a}} \psi^{\frac{1}{1-a}} \tau_0^{\frac{1}{a}} \right] \cdot (\psi^{-1}\tau_0)^{\frac{1-a}{a}} = 0 \quad (31)$$

由式(31)可以得出  $\tau_0 = 0$ , 故

$$f(x) = kx^{\frac{1}{a}} - H = 0 \Rightarrow \left\{ H = kL^{\frac{1}{a}}, L = k^{-a}H^a \right\} \quad (32)$$

将式(23)代入式(16)可得

$$\mathbf{A} = \left[ \rho c(x) + \alpha - \delta x^{\frac{1}{a}} \right] \dot{u} \quad (33)$$

式中

$$\alpha = \rho H - \frac{\sigma_c}{m} s, \quad \delta = a^{-1} \left( \frac{\sigma_c}{m} \right)^{\frac{1-a}{a}} \left( \frac{\rho}{mK} \right)^{\frac{1}{a}} = k\rho a^{-1} \quad (34)$$

因此, 对总耗散积分得

$$\dot{\eta} = \int_0^L \mathbf{A} dx = \dot{u} L \left\{ p + \alpha - \delta a(1+a)^{-1} L^{\frac{1}{a}} \right\} \quad (35)$$

式中

$$p \equiv \frac{1}{L} \int_0^L \rho c(x) dx \quad (36)$$

令式(35)的总耗散等于 0 可得

$$p + \alpha - \delta a(1+a)^{-1} L^{\frac{1}{a}} = 0 \quad (37)$$

由式(32)可得

$$L = \left( \frac{\sigma_c}{m} s - p \right)^a (mK) \left( \frac{\sigma_c}{m} \right)^{1-a} \rho^{-a} a^{-a} (1+a)^a \quad (38a)$$

$$H = \left( \frac{\sigma_c}{m} s - p \right) \rho^{-1} a^{-1} (1+a) \quad (38b)$$

隧道拱顶可能的塌落形状由式(38)的几何参

数  $L$  和  $H$  决定。当满足  $(\sigma_c/m)s > p$ 、 $f(x=0) < c$  ( $x=0$ ) 时，不会发生塌落。而且不等式中隐含了  $(\sigma_c/m)s > p$ ，即  $L > 0$ 、 $H > 0$  时，不等式  $f(x=0) < c$  ( $x=0$ )，则  $h > \Delta h$ 。由式(36)和式(38)可以明确塌落体物理、几何和力学参数。截面形状主要影响  $p$ ；广义非线性统一强度理论参数和力学特性主要影响  $\sigma_c$ 。对于圆形断面  $c(x) = 0$ ，可得  $\{p = 0, \Delta h = 0\}$ ，因此式(33)可简化为

$$\begin{cases} L = \left(\frac{\sigma_c}{m}s - p\right)^a (mK) \left(\frac{\sigma_c}{m}\right)^{1-a} \rho^{-a} a^{-a} (1+a)^a \\ H = \left(\frac{\sigma_c}{m}s - p\right) \rho^{-1} a^{-1} (1+a) \end{cases} \quad (39)$$

考虑到式(23)，则速度间断线的方程为

$$f(x) = kx^{\frac{1}{a}} - H = \rho^{-1} \left(\frac{\sigma_c}{m}\right)^{\frac{1-a}{a}} \left(\frac{\rho}{mK}\right)^{\frac{1}{a}} x^{\frac{1}{a}} - \left(\frac{\sigma_c}{m}s - p\right) \rho^{-1} a^{-1} (1+a) \quad (40)$$

式(40)可以看作是在  $x-y$  平面内广义非线性统一强度的屈服面旋转了  $\pi/2$ 。将此方程表示到  $\sigma-\tau$  平面内为

$$\tau^* = x, \quad \sigma^* = f(x) \quad (41a)$$

$$\sigma_c^* = \rho^{-1} \sigma_c, \quad \frac{\sigma_c^*}{m} s = \left(\frac{\sigma_c}{m}s - p\right) \rho^{-1} a^{-1} (1+a) \quad (41b)$$

从而可得

$$\tau^* = K \sigma_c^* \left(m \frac{\sigma_c^*}{\sigma_c} + s\right)^a \quad (42)$$

式(42)表明，塌落块的形状满足广义非线性统一强度理论。

### 4 计算分析及结果验证

以圆形隧洞为例，对单一参数变化时圆形隧道塌落面的形状进行分析，继而基于广义非线性统一强度岩体理论，研究隧道顶部的塌落机制参数对不同参数的响应。

如图3所示， $R$  表示圆形隧道的半径，则式(36)可写为

$$p = \int_0^L \rho c(x) dx = \frac{1}{2L} \rho R^2 \left[ \arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} \right] \quad (43)$$

因此，由式(26)和式(27)可得

$$\rho L - Km^a (1+a)^a \sigma_c^{(1-a)} \frac{s}{m} \sigma_c - \frac{1}{2L} R^2 \cdot \left[ \arcsin \frac{L}{R} - \frac{L}{R} \sqrt{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2} \right] Km^a (1+a)^a \sigma_c^{(1-a)} = 0 \quad (44)$$

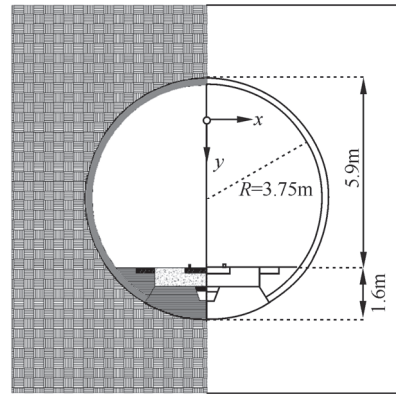


图3 圆形隧道示意图  
Fig.3 Schematic diagram of a circular tunnel

根据式(24)的条件，由式(38)和式(44)联立求解就可得出  $L$  和  $H$ 。当  $b=0$  时为 Hoek-Brown 强度准则，曲线特征与文献[15]中所示的结果完全吻合。

为了讨论广义非线性统一强度参数  $a$  和中间主剪应力影响系数  $b$  对隧道断面形状的影响，分别将各参数取值为： $m=5$ ； $s=0.035$ ； $\sigma_c=10\text{MPa}$ ； $R=3.75\text{m}$ ； $\rho=25\text{kN/m}^3$ 。广义非线性统一强度参数  $a=3/4, 4/5, 5/6, 1$ ，当中间主剪应力影响系数  $b=0, 0.3, 0.6, 1$  时，随着  $b$  值和  $a$  值的变化，隧道塌落面的形状变化如图4所示。

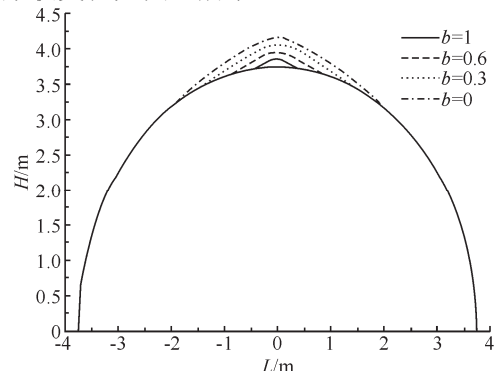


图4(a)  $a=3/4$

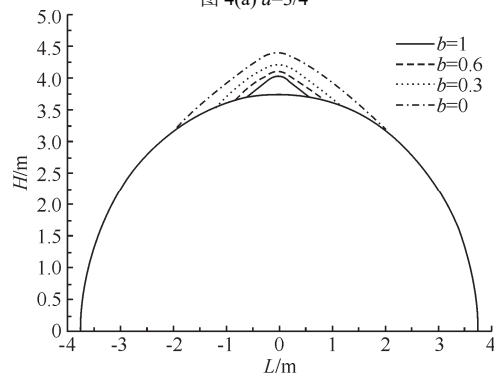


图4(b)  $a=4/5$



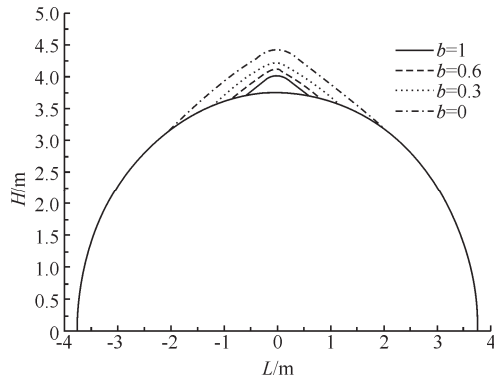


图4(c)  $a=5/6$

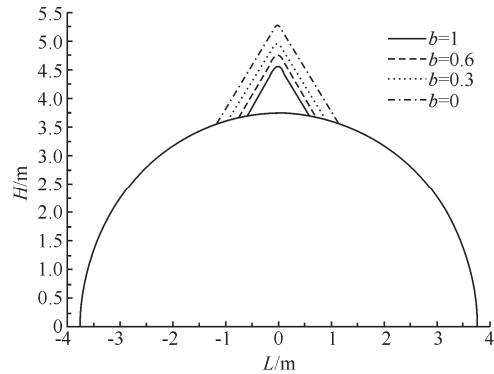


图4(d)  $a=1$

图4 不同  $b$  和  $a$  值下的圆形隧道顶部塌落面形状

Fig.4 The shape of the top collapse surface of a circular tunnel with different  $b$  and  $a$  values

从图4中可得,对于圆形隧道,在广义非线性统一强度参数  $a$  一定的情况下,塌落体高度和宽度会随着中间主剪应力影响系数  $b$  的不断增大而减小;在中间主剪应力影响系数  $b$  保持不变的情况下,塌落面高度  $H$  会随着广义非线性统一强度参数  $a$  的增大而不断增大,但塌落面宽度  $L$  会随之不断减小。这一规律符合文献[15]中塌落面宽度和高度在不考虑中间主剪应力影响系数  $b$  的情况下随  $a$  的变化规律。

为了分析不同半径  $R$  对隧道断面形状的影响,取各参数分别为  $a=3/4$ ,  $m=5$ ,  $\sigma_c=10\text{MPa}$ ,  $s=0.035$ ,  $b=0.3$ ,  $\rho=25\text{kN/m}^3$ , 半径  $R$  分别为 3.75m、5m、6.25m、7m 时,隧道塌落面形状随  $R$  值的变化情况如图5所示。由图5可以得出,塌落面的大小明显受到隧道半径的影响,当其他参数都相同时,塌落宽度  $L$  和塌落高度  $H$  随着隧道半径  $R$  的增大而增大,当半径  $R$  加倍,塌落的宽度呈现出大约 18% 的增幅,同理,随着轮廓半径的增加,塌落块的重量(内层的线性压力)也急剧增加。文献[15]基于 Hoew-Brown 破坏准则,对塌落面的宽度和高度随  $R$  的变化规律进行研究,本文得出的规律与前者的研究结果一致;另外,此规律也与文献[17]隧道塌落机理的研究中的结论相符。

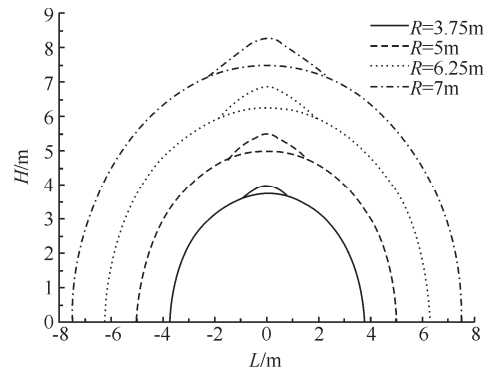


图5 不同  $R$  值下的圆形隧道顶部塌落面

Fig.5 The top collapse surface of a circular tunnel with different  $R$  values

## 5 结 论

本文以广义非线性统一强度的剪切破坏理论为基础,基于极限分析上限定理<sup>[18]</sup>,在平面应变状态下,根据隧道顶部围岩的破坏特征,建立了任意断面隧道顶部围岩的二维曲线形塌落机制;通过引入包含速度间断线方程的目标函数,以该塌落机制中内能耗散率和外力做功功率建立等式关系,运用变分法求此目标函数的极值,以此求得任意截面隧道顶部围岩塌落面的解析解表达式;以圆形隧道为例,讨论了不同参数对隧道顶部塌落面形状的影响。其主要结论如下。

- 1) 中间主剪应力影响系数  $b$  对隧道断面形状的影响较明显。以圆形隧道为例,当其他参数都不变时,塌落体的宽度和高度都随着系数  $b$  的不断增大而减小。当  $b=0$  时为 Hoew-Brown 强度准则,曲线特征与文献[15]的结果完全吻合。通过岩石真三轴实验结果可知,中间主剪应力系数  $b$  与岩石的强度有关,  $b$  越大,岩石的强度越大<sup>[16]</sup>,即岩石强度越大,塌落体的高度和宽度越小,与本文的结论一致。此结论对研究岩质隧道的剪切破坏理论和实际工程的参数选择具有重要意义。
- 2) 由广义非线性统一强度参数  $a$  对隧道断面形状影响的参数分析可得,当其他参数都不变时,塌落面的高度  $H$  随着参数  $a$  的不断增大而增大,而塌落面的宽度  $L$  则随着参数  $a$  的不断增大而减小。 $a$  对剪切强度的影响实质上是提高剪胀角,因此它反映了剪切破坏时的剪胀特性<sup>[19]</sup>。结果表明提高剪胀角,塌落块的高度增加,宽度减小,符合应力分布规律。
- 3) 隧道半径  $R$  的不同对隧道断面形状的影响也比较明显,当其他参数都不变的情况下,随着隧道半

径  $R$  的增大, 塌落宽度  $L$  和塌落高度  $H$  均增大。当半径  $R$  加倍, 塌落的宽度增加幅度较大, 塌落块的重量(内层的线性压力)随着轮廓半径的增加而急剧增加。此规律与  $b=0$  时文献[15]基于 Hoew-Brown 破坏准则下塌落面的变化规律, 和文献[17]隧道塌落机理的研究中锚杆的破坏规律相一致。

## 参 考 文 献 (References)

- [1] CHEN R H, CHAMEAU J L. Discussion: three-dimensional limit equilibrium analysis of slopes[J]. *Geotechnique*, 2015, 32(1): 31-40.
- [2] MAGNAN J P, JIANG G L. Stability analysis of embankments: comparison of limit analysis with method of slices[J]. *Gotechnique*, 2015, 52(4): 305-306.
- [3] BISHOP A W. The use of the slip circle in stability analysis of slope[J]. *Geotechnique*, 2015, 5(1): 7-17.
- [4] HUNGR O, AMANN F. Limit equilibrium of asymmetric laterally constrained rockslides[J]. *International journal of rock mechanics & mining sciences*, 2011, 48(5): 748-758.
- [5] NOMIKOS P P, SOFIANOS A I, TSOUTRELIS C E. Symmetric wedge in the roof of a tunnel excavated in an inclined stress field[J]. *International journal of rock mechanics & mining sciences*, 2002, 39(1): 59-67.
- [6] 郭子红, 刘新荣, 朱占元. 浅埋隧道围岩破裂面的极限平衡分析[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2016, 47(9): 3217-3224. (GUO Zihong, LIU Xinrong, ZHU Zhanyuan. Limit equilibrium analysis for shallow tunnel's surrounding rock sliding surface[J]. *Journal of central south university(science and technology)*, 2016, 47(9): 3217-3224(in Chinese)).
- [7] ANAGNOSTOU G, KOVÁRI K. Face stability conditions with earth-pressure-balanced shields[J]. *Tunnelling & underground space technology*, 1996, 11(2): 165-173.
- [8] 李军, 刘瑞, 侯庆军. 大跨度公路隧道动态施工围岩稳定性数值分析[J]. *盐城工学院学报(自然科学版)*, 2008, 21(2): 70-73. (LI Jun, LU Rui, HOU Qingjun. Numerical analysis of the stability for the surrounding rock during dynamic construction process of large-span tunnel[J]. *Journal of Yancheng institute of technology(nature science edition)*, 2008, 21(2): 70-73(in Chinese)).
- [9] MAYNAR M J, RODRÍGUEZ L E. Discrete numerical model for analysis of earth pressure balance tunnel excavation[J]. *Journal of geotechnical & geoenvironmental engineering*, 2005, 131(10): 1234-1242.
- [10] FUNATSU T, HOSHINO T, SAWAE H. Numerical analysis to better understand the mechanism of the effects of ground supports and reinforcements on the stability of tunnels using the distinct element method[J]. *Tunnelling & underground space technology*, 2008, 23(5): 561-573.
- [11] BILOTTA E, TAYLOR R N. Centrifuge modelling of tunneling close to a diaphragm wall[J]. *International journal of physical modeling in geotechnics*, 2005, 5(1): 27-41.
- [12] 张楠. 大窑沟二号隧道围岩稳定性模型实验研究及数值分析[D]. 沈阳: 东北大学, 2008. (ZHANG Nan. Model test and numerical analysis on surrounding rocks stability of Dayaogou 2nd tunnel[D]. Shenyang: Dongbei University, 2008(in Chinese)).
- [13] LEE S W, BOLTON M D, MAIR R J, et al. Centrifuge modelling of injection near tunnel lining[J]. *International journal of physical modeling in geotechnics*, 2001, 1(1): 9-24.
- [14] ADALIER K, ABDOUN T, DOBRY R, et al. Centrifuge modelling for seismic retrofit design of an immersed tube tunnel[J]. *International journal of physical modeling in geotechnics*, 2003, 3(2): 23-35.
- [15] FRALDI M, GUARRACINO F. Analytical solutions for collapse mechanisms in tunnels with arbitrary cross sections[J]. *International journal of solids & structures*, 2009, 47(2): 216-223.
- [16] 周凤玺, 甘东彪, 乔雄. 平面应变状态下广义非线性统一强度理论研究[J]. *应用力学学报*, 2019, 36(1): 190-195. (ZHOU Fengxi, GAN Dongbiao, QIAO Xiong. Study of generalized nonlinear unified strength theory under plane strain state[J]. *Chinese journal of applied mechanics*, 2019, 36(1): 190-195(in Chinese)).
- [17] 黄阜. 隧道围岩塌落机理与锚杆支护结构的上限分析研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012. (HUANG Fu. Upper bound analysis of collapsing mechanism of surrounding rock and rock bolt supporting structures for tunnels[D]. Changsha: Central South University, 2012(in Chinese)).
- [18] 甘东彪. 基于广义非线性统一强度理论的隧道顶部塌落研究[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2018. (GAN Dongbiao. Research on tunnel collapse based on generalized nonlinear unified strength theory[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2018(in Chinese)).

structures and arch structure parameters affect the original arch bridge key section internal forces, deflections and buckling coefficients, and the parameters are fitted to several expressions. Based on the analysis of the fitted data, the relative regularity of the structural mechanical characteristics of the arch bridge strengthened with inverted arch are obtained. Also a case of 100m arch bridge is analyzed, results show that the proposed method increases the overall rigidity and stability of the bridge, and also effectively reduces the internal force of the key section of the main arch.

**Keywords:** *anti arch structure, arch bridge reinforcement, overall stability, arch bridge mechanical properties, parameter analysis.*

## Superharmonic resonance and stability analysis of orthotropic plates with axial motion

Hu Yuda<sup>1,2</sup> Zhang Xiaoyu<sup>1,2</sup>

(1 School of Civil Engineering and Mechanics, Yanshan University, 066004, Qinhuangdao, China;  
2 Key Laboratory of Mechanical Reliability for Heavy Equipment and Large Structures of Hebei Province,  
Yanshan University, 066004, Qinhuangdao, China)

**Abstract:** Study on the superharmonic resonance of orthotropic strip-shaped thin plates under axial linear load is presented. The nonlinear vibration equation of orthotropic strips under geometric nonlinearity is derived by the Hamiltonian principle. Based on the Galerkin method, the non-dimensional nonlinear differential equations with time variables are derived. The multi-scale method is used to solve the first-three order superharmonic resonance differential equations and achieve the common amplitude response equations of the first-three orders resonance forms of steady-state motions. The stability discriminant for the steady solutions of the first-three order modes are deduced by using the Liapunov method, which can be used to analyze the effects of different parameters on the stability of systems. The amplitude characteristic curves and the corresponding critical point curves of the excited resonance are plotted, where the influence of parameters on resonance is analyzed, and the critical conditions of entry of nonlinear resonance regions are predicted. Results show that, with the increase of the tuning parameters, the amplitude of superharmonic resonance increases and the jump phenomenon occurs in the multi-value solutions. In addition, superharmonic resonance can be excited in specific regions of the excitation force position, where, as the excitation amplitude increases, the stable upper solution branch of the resonant amplitudes decreases, however, the lower stable solution branch increases. Moreover, the first-order modal amplitude is larger than the second-order and third-order amplitudes.

**Keywords:** *hyperharmonic resonance, orthotropic plate, axial movement, linear load, multiple scales method.*

## Tunnel collapse arch analysis based on generalized nonlinear unified strength theory

Zhou Fengxi<sup>1,2</sup> Shao Yanping<sup>1</sup> Gan Dongbiao<sup>1</sup>

(1 School of Civil Engineering, Hexi University of Technology, 734000, Zhangye, China;  
2 School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, 730050, Lanzhou, China)

**Abstract:** Based on the shear failure theory of generalized nonlinear unified strength, under the plane strain state, according to the collapsing mechanism of surrounding rock and the upper bound theorem, the collapse mechanisms



in tunnels with arbitrary cross sections are studied. Firstly, the objective function including the equation of curvilinear fracture surface is introduced, and the collapse mechanism of tunnel top surrounding rock with arbitrary cross section in surrounding rock is established. Based on the plastic potential theory, the increment of plastic strain is proportional to the stress gradient of the plastic potential function, and the dissipation rate of energy consumption at any point on the discontinuous line of velocity can be obtained. By using the principle of virtual work, the relationship between the power of external force and the dissipation rate of internal energy consumption can be established. Then the variational method is used to calculate the extreme value and the analytical expression of the collapse surface of tunnel top is calculated. The shape of the collapsed arch can be obtained by using the expression. Finally, taking circular section tunnel as an example, the parameters affecting the shape of collapsed arch, such as the coefficient of intermediate principal shear stress and the radius of tunnel, are analyzed and discussed.

**Keywords:** *generalized nonlinear unified strength theory, upper bound theorem, variational method, tunnel collapse.*

## Investigation on nonlinear viscoelasto-plastic creep model of rocks

*Wang Yanyan Sheng Dongfa*

(Civil Engineering Institute, Southwest Forestry University, 650224, Kunming, China)

**Abstract:** In order to describe the whole process of a rock creep comprehensively, a new nonlinear visco-elasto-plastic creep model of six elements is constructed by combining the nonlinear visco-plastic model with the Burgers model. In the case that the creep variables of the visco-plastic model are power-function with time, the creep model can fully reflect the accelerated creep characteristics of the rock. Based on the uniaxial compression creep test results of Changshan Salt Mine by related literatures, the six creep parameters of the nonlinear visco-elasto-plastic creep model are identified, and the fitting degree of model and test is over 0.959, which indicates that the nonlinear visco-elasto-plastic creep model established in this paper is correct and reasonable.

**Keywords:** *the whole process of creep, nonlinear, power-function relation, viscoelasto-plastic creep mode.*

## Influence of characteristics of drilling fluid on the performance of downhole turbine

*Jin Fanyao<sup>1</sup> Song Chaohui<sup>2</sup> Wang Xingming<sup>1,3</sup> Xiao Yang<sup>1</sup> Wang Yi<sup>1</sup>*

(1 School of Mechanical and Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, 610500, Chengdu, China;

2 SINOPEC Research Institute of Petroleum Engineer, 100101, Beijing, China;

3 School of Resources and Environment, University of Electronic Science and Technology of China, 611731, Chengdu, China)

**Abstract:** Turbine structures are widely used in downhole drilling tools. Analysis of turbine structures usually adopts water as medium, but this method can not accurately reflect the actual working characteristics of the turbine structures in the well. Aiming at this problem, a type of turbine blade parameter modeling, meshing with TurboGrid software is adopted and influence of the grid number on the calculation results is analyzed to determine the reasonable grid parameters. The turbine structures are analyzed using Herschel-Bulkley rheological model and reasonable parameter range is set up to obtain turbine structure performance indicators, such as torque and