

# 弯曲螺线管超导线圈的线型研究

□ 张辰翔 □ 姚运萍

兰州理工大学 机电工程学院 兰州 730050

**摘要:**利用微分几何知识对弯曲螺线管超导线圈线型进行研究。结合弯曲螺线管超导线圈的几何模型,给出其稳定缠绕条件,研究其绕线架空情况。针对弯曲螺线管的几何特性,研究弯曲螺线管超导线圈的线型设计方法,提出了最小缠绕角的确定方法。最后利用软件对绕线线型实例进行分析计算,验证了稳定缠绕线型设计方法的可行性。

**关键词:**弯曲螺线管 超导线圈 线型

中图分类号:TH164

文献标志码:A

文章编号:1000-4998(2016)09-0033-03

## 1 概述

医用加速器是生物医学领域用于对肿瘤进行放射治疗的粒子加速器装置。粒子加速器用人工方法借助不同形态的电场,将各种不同种类的带电粒子加速到更高能量。螺线管超导磁体系统是加速器的重要组成部分。

在研制超导磁体系统过程中,超导线圈的绕制工艺直接影响超导磁体的性能。如果导线在电磁力的作用下产生机械位移,线匝之间发生相对移动,将有可能导致导体失超或温度过热<sup>[1-2]</sup>,因此线圈绕制必须保证紧密,层间和匝间间隙尽量小,并且均匀分布,绕制后填充适当的材料,不留空隙,防止导体移动。只有在绕制过程中精确控制绕线的运动轨迹,才能保证线圈的绕制工艺达到超导磁体系统的设计要求。

弯曲螺线管超导磁体线圈缠绕的复杂性在于其为非对称形体,并且在弯曲螺线管内侧,线圈绕制过程中会产生绕线架空的问题<sup>[3]</sup>。为了满足弯曲螺线管线圈缠绕成型的工艺要求,需要计算机控制技术的辅助,并采用多轴数控绕线机来进行绕制加工。为满足弯曲螺线管绕线机控制系统的设计研发,需要明确弯曲螺线管线圈的线型设计问题。相比直螺线管线圈,弯曲螺线管线圈的轴线不是一条直线,无法简单地通过管径、横向坐标及线圈螺距设计线圈的线型。

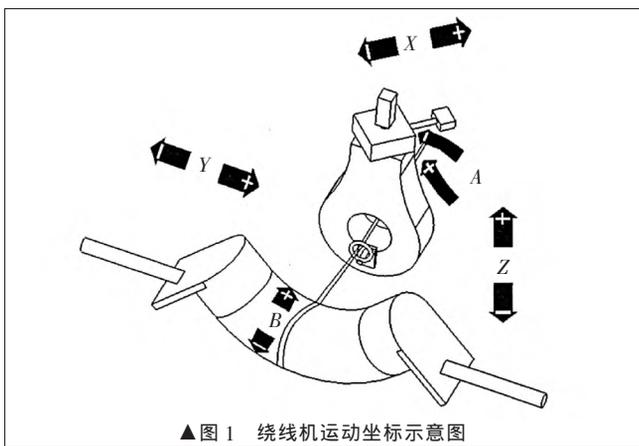
笔者旨在设计一种适合于弯曲螺线管线圈的线型,在满足生产要求的条件下,明确线圈缠绕角的限制要求,保证绕线时稳定缠绕。

## 2 机械结构

对于卧式数控弯管绕线机而言,每个轴的运动都

可由一个电机来实现。现有的绕线机大多只有放线小车和芯模骨架回转两个运动,只能绕制回转体线圈,如直管、板架型线圈。若要绕制加工诸如弯曲螺线管线圈之类的异形非回转体线圈,就必须增加绕线机的运动自由度。

绕制弯曲螺线管线圈的绕线机,其运动过程中各运动方向的关系如图1所示。设弯管芯模的回转运动方向为 $B$ ,出线嘴偏转运动方向为 $A$ ,小车横向直线运动方向为 $Y$ ,纵向进给运动方向为 $X$ ,上下竖直运动方向为 $Z$ 。



▲图1 绕线机运动坐标示意图

对于绕制弯曲螺线管线圈的绕线机,芯模骨架的回转运动和放线小车的横向运动可作为两个基本运动。在线圈绕制过程中,出线嘴的旋转运动既可以防止绕线发生扭曲,又可以防止绕线从芯模骨架上滑落,从而使绕线紧贴在弯曲螺线管上。放线小车的纵向运动确保出线嘴能够接近芯模,使出线嘴和芯模之间绕线的悬线长度缩短,在避免出线嘴与回转中的芯模骨架发生碰撞的前提下,出线嘴越靠近芯模,绕线铺放的位置就越精确,这对于非对称弯管缠绕有重要的意义。弯

收稿日期:2016年3月

管不具有对称性,芯模骨架的回转运动使弯曲螺线管线圈在绕制过程中呈纺锤型,线圈绕制过程中出线嘴需要实时沿X、Z方向往返运动,在避免碰撞的同时,保证落线点与出线嘴间绕线的悬线长度恒定,以达到线圈绕制的工艺要求。

本文叙述的绕线机所要绕制的是用于医用加速器的弯曲螺线管线圈,具体参数为:偏转角度60°,偏转半径833 mm,线圈孔径150 mm。绕线机的原始设计参数为:主轴转速*n*最高50 r/min,绕线张力*T*调节范围100~300 N,误差要求±10 N,绕线直径1 mm,绕线误差±0.1 mm。

### 3 绕线张力与成型压力分析

对于超导磁体系统而言,线圈的成型压力由绕线张力在芯模骨架成型面上产生的正压力提供。

为使分析具有一般性,取任一曲面*S*上的一个微元面,如图2所示。曲面上的主曲率线分别为*u*和*v*。*u*为经线、*v*为纬线。设曲面*S*(*u*,*v*)上*P*点处的绕线微段为*ds*,*n*为*P*点在曲面上的单位法向量(方向向外), $\alpha$ 为绕线在*P*点的缠绕角。绕线微段在成型表面上由于绕线缠绕张力*T*而产生的成型压力<sup>[3-4]</sup>为:

$$F_r = T k_n ds n \quad (1)$$

式中: $k_n$ 为*P*点的法曲率。

根据欧拉公式,可得:

$$k_n = k_u \cos^2 \alpha + k_v \sin^2 \alpha \quad (2)$$

式中: $k_u$ 、 $k_v$ 为曲面*S*(*u*,*v*)在参数曲线方向的主曲率。

分析上述公式可知,成型压力是曲面特性、绕线张力和缠绕角等变量的相关函数。

### 4 绕线架空的一般判据

凹曲面回转体或凸凹曲面共同构成母线的回转体,以及弯管曲面内侧,绕线缠绕时会在缠绕张力作用下脱离芯模表面而悬空,此现象通常称为搭桥或架空<sup>[5]</sup>。出现架空现象,不仅会影响产品成型,而且会影响产品的性能。

绕线架空,从几何上讲是绕线不再与骨架成型表面紧密贴合,从力学上讲则是绕线受到成型压力牵引,进而偏离曲面表面。可见,只有当成型压力的方向与绕线微段所在微元面的法向量相反,即架空段绕线对曲面的成型压力值大于0时,才不会产生架空现象,故绕线不架空的

条件为 $k_n \leq 0$ ,即:

$$k_n = k_u \cos^2 \alpha + k_v \sin^2 \alpha \leq 0 \quad (3)$$

为充分理解绕线架空现象,考察如图3所示的高斯曲面,主曲率线*u*的曲率 $k_u$ 和主曲率线*v*的曲率 $k_v$ 符号相反,即 $k_u \cdot k_v < 0$ ,此时如果缠绕角很小,绕线将架空在芯模的表面,缠绕张力无法产生成型压力<sup>[5]</sup>。



▲图3 负高斯曲面绕线架空示意图

针对弯曲螺线管线圈,需要考察弯管曲面内侧绕线情况,避免因缠绕角过小造成绕线架空。记*R*为弯曲螺线管曲率半径,*r*为管身半径,则有 $k_u = r$ , $k_v = R - r$ ,由力学分析可得弯曲螺线管线圈绕线避免架空的缠绕角限制条件为:

$$\alpha \geq \arctan \sqrt{\frac{r}{R-r}} \quad (4)$$

### 5 弯曲螺线管线圈线型设计

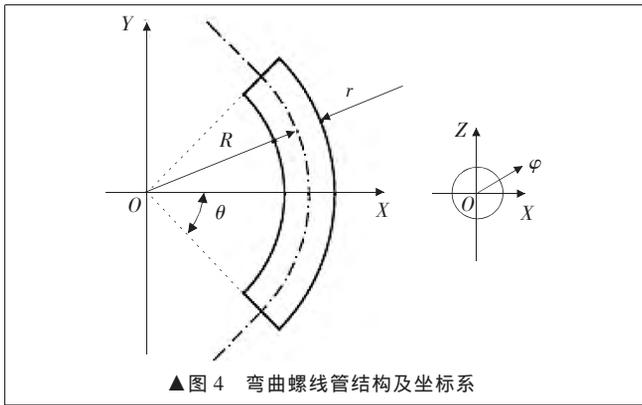
为了满足工艺要求,应根据弯曲螺线管线圈结构、形状及尺寸来研究绕线在芯模骨架表面上的排布规律,以及绕线机出线嘴所在放线小车与回转芯模骨架的相对运动关系。在确定弯曲螺线管线圈绕制缠绕角、绕线落线点位置、悬线长度后,就可以在弯曲螺线管线圈稳定缠绕的线型分布基础上解出绕线机的运动轨迹坐标和芯模骨架转角,这其中的基本问题就是弯曲螺线管线圈的线型设计。

如图4所示,弯曲螺线管的几何结构可视为一弯管曲面,设曲面方程为:

$$S(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} (R+r\cos\varphi)\cos\theta \\ (R+r\cos\varphi)\sin\theta \\ r\sin\varphi \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\theta$ 为弯曲螺线管结构张角, $\theta \in [-\theta_0, \theta_0]$ ;  $\varphi$ 为线圈绕线线型转角, $\varphi \in [0, 2\pi]$ 。

由微分几何<sup>[6]</sup>可知,弯管的曲面第一基本形式因



▲图4 弯曲螺线管结构及坐标系

数为  $E=(R+r\cos\varphi)^2$ , 从而对于弯管曲面, 有:

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\cos\alpha}{\sqrt{E}} = \frac{\cos\alpha}{R+r\cos\varphi} \quad (6)$$

设  $G=r^2$ , 可得:

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{G}} = \frac{\sin\alpha}{r} \quad (7)$$

对于弯曲螺旋线管, 线圈的缠绕角  $\alpha$  为弯管曲面上绕线与  $u$  曲线沿正方向的夹角, 由测地曲率的刘维尔公式可得弯曲螺旋线管测地曲率<sup>[6-9]</sup>:

$$k_g = \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin\varphi}{R+r\cos\varphi} \cos\alpha \quad (8)$$

弯曲螺旋线管法曲率为:

$$k_n = \frac{\cos\varphi}{R+r\cos\varphi} \cos^2\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{r} \quad (9)$$

令  $k_g=0$ , 可得:

$$\frac{d\alpha}{ds} = -\frac{\sin\varphi}{R+r\cos\varphi} \cos\alpha \quad (10)$$

联立式(7)、式(10), 可得:

$$\frac{d\alpha}{d\varphi} = -\frac{r\sin\varphi}{R+r\cos\varphi} \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \quad (11)$$

联立(6)、式(7), 可得:

$$\frac{d\theta}{d\varphi} = \frac{r}{R+r\cos\varphi} \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \quad (12)$$

对式(11)积分, 可解得弯曲螺旋线管的测地线缠绕方程:

$$(R+r\cos\varphi)\cos\alpha=C \quad (13)$$

式中:  $C$  为由初始缠绕角  $\alpha_0$  决定的常数。

从而, 由测地线的克莱罗公式可得:

$$\alpha(\varphi) = \arccos\left(\frac{R+r}{R+r\cos\varphi} \cos\alpha_0\right) \quad (14)$$

弯管曲面的缠绕成型其初始缠绕角限制条件为<sup>[10]</sup>:

$$\alpha_0 \geq \arccos\left(\frac{R-r}{R+r} \sqrt{\frac{R-r}{R}}\right) \quad (15)$$

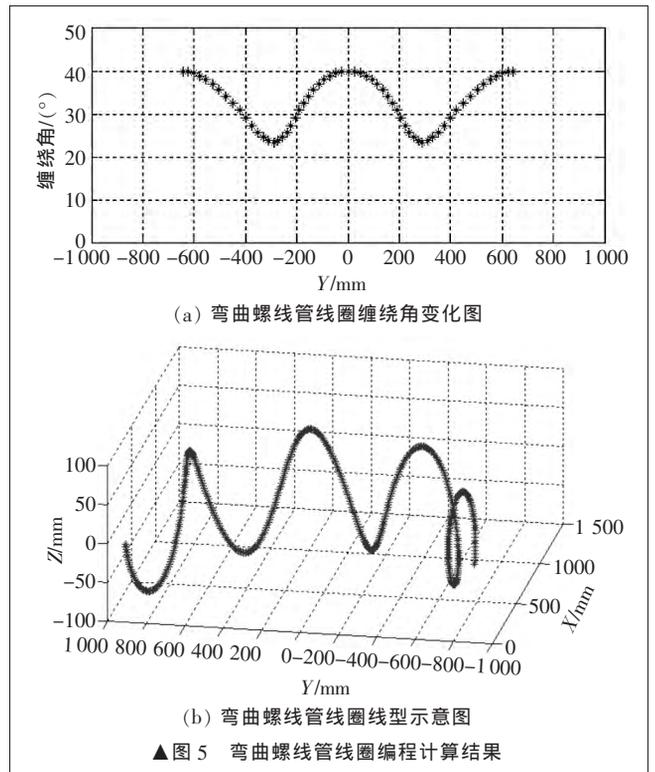
对于非测地线缠绕, 则需将式(8)、式(9)代入  $k_g/k_n=\lambda$ ,  $\lambda$  为绕线偏移因数, 可由实验测定。如此得到一个一阶常微分方程, 可采用龙格-库塔法求解。

## 6 计算仿真结果

基于上述理论推导, 可进行编程计算。为方便计算, 取参数  $R=833$ 、 $r=75$  (各参数均为比例尺寸, 单位 mm), 根据数学模型, 在 MATLAB 中编程, 可得弯曲螺旋线管线圈线型分布, 如图 5 所示。

## 7 结束语

笔者利用微分几何知识, 确定了弯曲螺旋线管绕制过程中的绕线架空条件, 给出了加工弯曲螺旋线管线圈时缠绕角的确定方法和线圈线型设计方法, 并用 MATLAB 进行了验证。在确定缠绕角、弯曲螺旋管回



转半径、弯管轴向半径、结构张角和线型转角等参数的情况下, 可以得到弯曲螺旋线管线圈线型分布模型, 保证绕制稳定。

## 参考文献

- [1] 王晓磊. 一种超导线圈专用绕线机的研究与设计 [D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2010.
- [2] 王晓磊, 许皆平, 崔健. 一种基于矢量变频技术的超导线圈专用恒张力绕线机 [J]. 低温与超导, 2010, 38(4): 25-29.
- [3] 韩振宇, 富宏亚, 付云忠, 等. 凹回转曲面纤维缠绕架空分析及应用 [J]. 推进技术, 2004, 25(3): 286-288.
- [4] 罗珊. 纤维缠绕弯管线型及装备的研究 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2011.
- [5] 李勇, 肖军. 纤维缠绕的曲面架空分析及其应用 [J]. 宇航材料工艺, 2002(3): 30-32.
- [6] 陈维桓. 微分几何 [M]. 北京: 北京大学出版社, 2006.
- [7] 李彦虎, 祖磊, 高峰, 等. 纤维缠绕复合材料弯管的线型研究 [J]. 玻璃钢/复合材料, 2015(10): 19-25.
- [8] 张晓宇. 弯管纤维缠绕的线型设计及仿真 [D]. 武汉: 武汉理工大学, 2013.
- [9] WANG XF, XIAO J, WEN LW. Winding Path Design and Simulation of S-elbow [J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2010, 23(5): 573-577.
- [10] 吴明华, 梁友栋, 余奕岳. 圆环面上测地线的稳定性 [J]. 高校应用数学学报 A 辑, 2001, 16(4): 481-485.

(编辑 丁 罡)