

功能梯度材料圆板在随从力作用下的稳定性

李清禄¹, 栾玮荻¹, 李世荣²

(1. 兰州理工大学理学院, 兰州 730050; 2. 扬州大学建筑工程与科学学院, 扬州 225127)

摘要: 研究了由陶瓷和金属两种材料组成的功能梯度材料(FGM)圆板在非保守随从力作用下的稳定性问题。假设功能梯度材料性质只沿板厚度方向并按成分百分比的幂指数形式连续变化。推导了问题的控制微分方程, 打靶法数值求解所得非线性边值问题, 获得了两种边界下功能梯度圆板的变形与无量纲随从力之间的关系曲线。讨论了材料梯度指数以及两种边界条件对过屈曲和弯曲行为的影响。数值结果表明, 两种边界条件下, 各向同性均匀圆板都发生传统意义上的屈曲, 而 FGM 圆板在随从载荷下, 当梯度指标 $P < 0.1$ 时发生屈曲, 当 $P > 0.1$ 时只发生弯曲。结果显示, 材料的梯度性质和边界条件对弯曲和屈曲行为都有重要影响。

关键词: 功能梯度材料; 圆板; 随从力; 稳定性; 打靶法

中图分类号: TB332 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0999(2016)10-0005-06

功能梯度材料(Functionally Graded Material, 简称“FGM”)通常是由陶瓷相和金属相两种材料连续变化所组成的一种复合材料, 其成分从一个表面的纯陶瓷连续梯度变化到另一个表面的全陶瓷。这种组分的连续梯度变化使得 FGM 结构具有其他单质材料所不具备的优点, 也具有优于一般层叠型复合材料的特性。目前, 功能梯度材料已被广泛应用于航空航天、土木工程等工程领域^[1]。

由于 FGM 材料物理性能的梯度性, 其结构的稳定性与均质材料结构的稳定性显著不同^[2]。其宏观力学行为的分析要比相应的均匀材料结构复杂得多^[3-6], 因此对功能梯度材料后屈曲行为的研究具有现实意义。

近年来, 功能梯度材料板壳在保守机械载荷作用下的非线性弯曲、屈曲以及过屈曲问题已有大量文献报道。文献[7]研究了轴对称 FGM 圆板受到径向压力或热载荷作用下的屈曲和稳定性问题, 并推导了问题的解析解。由于 FGM 板的物理中面和几何中面不重合会引起拉-弯耦合效应, 引入物理中面概念后, 可以将拉-弯耦合项消去, 从而提供了一种分析 FGM 圆板弯曲、屈曲等力学行为的新方法^[8]。Ma 和 Wang^[9]研究了 FGM 圆板在机械和热载荷下的后屈曲行为。黄立新等^[10]提出了研究 Euler 功能梯度梁损伤识别的新方法, 数值结果表明, 提出的损

伤指标能够很好地识别出梁的损伤单元。基于经典板理论, Yang 和 Shen 研究了横向面内载荷作用下 FGM 矩形板的大变形和后屈曲响应^[11]。李世荣等^[12]发现功能梯度材料圆板与同工况下均匀圆板的弯曲、屈曲之间存在相似性, 通过均匀圆板的屈曲载荷研究了 FGM 圆板的稳定性问题。以上研究成果都是保守机械载荷作用下的 FGM 圆板稳定性问题。王铁军等^[13]基于一阶剪切变形板理论, 研究了 FGM 中厚圆/环板轴对称弯曲问题的解析解。文献[14]详细研究了 Voigt 混合率模型以及 Mori-Tanaka 模型对 FGM 结构力学行为的影响。

受非保守载荷作用的机械构件常常服役于工程实际中。切向随从力的特点是其作用方向随结构的变形而变化, 例如物体表面的摩擦力。由于载荷作用的复杂性, 这方面的研究成果有限。文献[15]利用载荷增量法研究了复合材料层合板在多种边界条件下, 面内受随从力下的稳定性问题。王忠民等^[16]研究了非保守圆板的轴对称振动和稳定性, 给出了均匀材料圆板在随从力作用下的固有频率和屈曲临界载荷。

由上述文献可知, 对 FGM 薄圆板在保守载荷作用下的研究比较多, 而对功能梯度材料在非保守载荷方面的研究十分有限。本文基于经典板理论, 研究功能梯度弹性薄圆板在切向随从力作用下的稳定

收稿日期: 2016-04-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(11272278, 11262010); 甘肃省自然科学基金(1212RJZA028)

作者简介: 李清禄(1974-), 男, 博士, 副教授, 硕士研究生导师, 主要从事复合材料结构力学研究, lqu2008@163.com。

性问题。建立 FGM 弹性薄圆板,以横向和径向位移为基本未知量的微分方程,采用打靶法分析了陶瓷和金属组成的 FGM 圆板的过屈曲行为。分析梯度指标、边界条件对非保守 FGM 圆板非线性弯曲和屈曲的影响。

1 基本方程

考虑一个由功能梯度材料制成的薄圆板,半径为 R ,厚度为 t 。假设 FGM 圆板上受切向均布随力 \bar{q} 的作用,如图 1 所示。

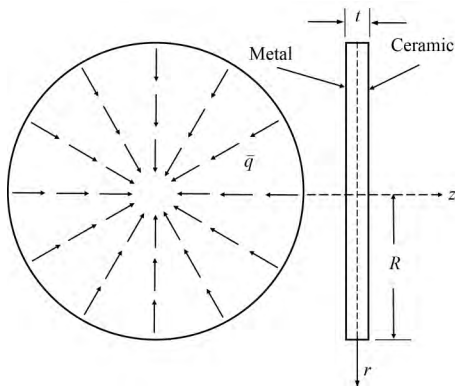


图 1 切向随力作用下陶瓷-金属 FGM 圆板
Fig. 1 Ceramic-metal FGM circular plate
under follower force

1.1 FGM 的物性参数

考虑功能梯度材料圆板是由陶瓷氧化锆和金属铝(记为 ZrO_2/Al) 两相材料组成的。由于陶瓷和金属材料的泊松比十分接近,可以将其看作常数。

由线性混合率模型,弹性模量是如下成分百分比的函数:

$$E(z) = E_c V_c + E_m (1 - V_c) \quad (1)$$

假设梁的材料性质沿厚度方向按幂函数变化,即:

$$V_c = \left(\frac{1}{2} + \frac{z}{h} \right)^p, V_c + V_m = 1 \quad (2)$$

其中,下标 m 和 c 分别为金属和陶瓷材料的物性参数,非负实数 p 为材料梯度指标。

1.2 控制方程

依据 von Kármán 几何非线性理论,圆薄板在切向随力作用下的平衡方程如下:

$$N_r - N_\theta + r \frac{dN_r}{dr} = \bar{q}r \quad (3)$$

$$\frac{d^2 M_r}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dM_r}{dr} - \frac{1}{r} \frac{dM_\theta}{dr} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r N_r \frac{dw}{dr} = 0 \quad (4)$$

其中 w 为中面横向挠度; r 为径向坐标。

薄膜力 N_r, N_θ 和弯矩 M_r, M_θ 定义为:

$$(N_r, N_\theta) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_r, \sigma_\theta) dz \quad (5)$$

$$(M_r, M_\theta) = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_r, \sigma_\theta) z dz \quad (6)$$

线性弹性功能梯度材料板,其物理关系为:

$$\begin{pmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{pmatrix} = \frac{E(z)}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \end{pmatrix} + \frac{E(z)z}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_r \\ \kappa_\theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中 σ_r 和 σ_θ 分别为 r 和 θ 方向的应力。

将方程(5)代入方程(3)和方程(4),可得下列关系:

$$\begin{pmatrix} N_r \\ N_\theta \end{pmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \end{pmatrix} + B \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_r \\ \kappa_\theta \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} M_r \\ M_\theta \end{pmatrix} = B \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \end{pmatrix} + D \begin{bmatrix} 1 & \mu \\ \mu & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \kappa_r \\ \kappa_\theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

其中,刚度系数 A, B, D 可表示为:

$$(A, B, D) = \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) \frac{E(z)}{1-\mu^2} dz \quad (10)$$

积分上式可得:

$$(A, B, D) = \frac{E_c h}{1-\mu^2} (\phi_1, \phi_2 h, \phi_3 h^2) \quad (11)$$

ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 通过下式给出:

$$\phi_1 = e + \frac{1-e}{n+1}$$

$$\phi_2 = \frac{n(1-e)}{2(n+1)(n+2)}$$

$$\phi_3 = \frac{e}{12} + \frac{(n^2+n+2)(1-e)}{4(n+1)(n+2)(n+3)}$$

其中 $e = \frac{E_m}{E_c}$ 。

轴对称大变形下的非线性几何关系为:

$$\varepsilon_r^0 = \frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2, \varepsilon_\theta^0 = \frac{u}{r} \quad (12)$$

$$\kappa_r = -\frac{d^2 w}{dr^2}, \kappa_\theta = -\frac{1}{r} \frac{dw}{dr}$$

其中 u 为中面任意点在 r 方向的位移。

将式(12)代入式(8)和式(9),可得薄膜力和弯矩为:

$$N_r = A \left[\frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + \mu \frac{u}{r} \right] - B \left[\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{dw}{dr} \right] \quad (13)$$

$$N_\theta = A \left[\mu \frac{du}{dr} + \frac{\mu}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + \frac{u}{r} \right] - B \left[\mu \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right] \quad (14)$$

$$M_r = B \left[\frac{du}{dr} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + \mu \frac{u}{r} \right] - D \left[\frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{dw}{dr} \right] \quad (15)$$

$$M_\theta = B \left[\mu \frac{du}{dr} + \frac{\mu}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 + \frac{u}{r} \right] - D \left[\mu \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right] \quad (16)$$

将式(13)至式(16)代入方程(3)和方程(4),整理后可获得位移形式的基本控制方程:

$$A \left[r \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} - \frac{u}{r} + r \frac{dw}{dr} \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{(1-\mu)}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 \right] = B \left[\frac{d^3w}{dr^3} + \frac{d^2w}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right] + \bar{q}r \quad (17)$$

$$D \left[\frac{d^4w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} \right] = A \left[\frac{1}{r} \frac{du}{dr} \frac{dw}{dr} + \frac{1}{2r} \left(\frac{dw}{dr} \right)^3 + \frac{3}{2} \left(\frac{dw}{dr} \right)^2 \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{du}{dr} \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} u \frac{d^2w}{dr^2} + \frac{\mu}{r} \frac{du}{dr} \frac{dw}{dr} + \frac{d^2u}{dr^2} \frac{dw}{dr} \right] + B \left[\frac{d^3u}{dr^3} + \frac{2}{r} \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{u}{r^3} - \frac{1}{r^2} \frac{du}{dr} + \frac{(1-3\mu)}{r} \frac{d^2w}{dr^2} \right] \quad (18)$$

1.3 量纲归一化控制方程

采用如下量纲归一化变换:

$$\xi = \frac{r}{R} \quad W = \frac{w}{t} \quad U = \frac{uR}{t^2} \quad \delta = \frac{R}{t} \quad F_1 = \frac{Bh}{D} \quad F_2 = \frac{Ah^2}{D} \quad F_3 = \frac{B}{Ah} \quad q = \frac{R^3}{D} \bar{q} \quad (19)$$

由此可得量纲归一化控制方程为:

$$\frac{d^2U}{d\xi^2} + \frac{dU}{d\xi} - \frac{U}{\xi^2} + \frac{dW}{d\xi} \frac{d^2W}{d\xi^2} + \frac{(1-\mu)}{2\xi} \left(\frac{dW}{d\xi} \right)^2 = F_3 \left[\frac{d^3W}{d\xi^3} + \frac{d^2W}{d\xi^2} - \frac{1}{\xi^2} \frac{dW}{d\xi} \right] + \frac{q}{F_2} \quad (19)$$

$$\frac{d^4W}{d\xi^4} + \frac{2}{\xi} \frac{d^3W}{d\xi^3} - \frac{1}{\xi^2} \frac{d^2W}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi^3} \frac{dW}{d\xi} = \frac{F_2}{1-F_1F_3} \left[\frac{\mu}{\xi} \frac{dU}{d\xi} \frac{dW}{d\xi} + \frac{\mu}{2\xi} \left(\frac{dW}{d\xi} \right)^3 + \frac{1}{\xi^2} U \frac{dW}{d\xi} + \frac{dU}{d\xi} \frac{d^2W}{d\xi^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{dW}{d\xi} \right)^2 \frac{d^2W}{d\xi^2} + \frac{\mu}{\xi} U \frac{d^2W}{d\xi^2} \right] - \frac{F_1}{1-F_1F_3} \left[\left(\frac{d^2W}{d\xi^2} \right)^2 + \frac{1}{\xi^2} \left(\frac{dW}{d\xi} \right)^2 + \frac{dU}{d\xi} + \frac{2\mu}{\xi} \frac{dW}{d\xi} \frac{d^2W}{d\xi^2} \right] + \frac{F_3}{1-F_1F_3} \frac{q}{\xi} \quad (20)$$

1.4 量纲归一化边界条件

考虑两种边界条件,相应的量纲归一化边界条件如下:

(1) 周边固支

在 $\xi=0$ 处, W 有限, $U=0$, $\frac{dW}{d\xi}=0$,

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \left(\frac{d^3W}{d\xi^3} + \frac{1}{\xi} \frac{d^2W}{d\xi^2} \right) = 0 \quad (21)$$

在 $\xi=1$ 处, $W=0$, $U=0$

$$\frac{dW}{d\xi} = 0 \quad (22)$$

(2) 周边不可移筒支

在 $\xi=0$ 处, W 有限, $U=0$, $\frac{dW}{d\xi}=0$

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \left(\frac{d^3W}{d\xi^3} + \frac{1}{\xi} \frac{d^2W}{d\xi^2} \right) = 0 \quad (23)$$

在 $\xi=1$ 处, $W=0$, $U=0$

$$\frac{dW}{d\xi} + \frac{1}{\mu} \frac{d^2W}{d\xi^2} = 0 \quad (24)$$

2 数值结果及分析

常微分方程(19)至方程(24)的解析解很难获得,这里采用打靶法寻求数值解。打靶法的具体过程可见文献[17]。

两种材料的组份性质分别为 $E_c=151$ GPa, $E_m=70$ GPa,泊松比 $\mu_c=\mu_m=0.3$ 。

首先取 $p=0$,则功能梯度材料圆板在随动力作用下的稳定性问题退化为均匀陶瓷材料圆板的稳定性问题。图2给出了随力作用下筒支板和固支板中心挠度与无量纲载荷 q 的关系曲线。显然,不论是

固支还是简支边界条件下,板在随动力作用下都表现为发散失稳。中心挠度随着载荷的增大而非线性增大。均质固支圆板的临界载荷为 $q_{cr} = 48.89$, 均质简支圆板的临界载荷为 $q_{cr} = 24.50$, 说明固支圆板比简支圆板的稳定性强。表1给出了本文计算的临界载荷,并与文献[16]的结果进行了比较,两者十分吻合。说明本文公式推导的可靠性和程序的适用性。

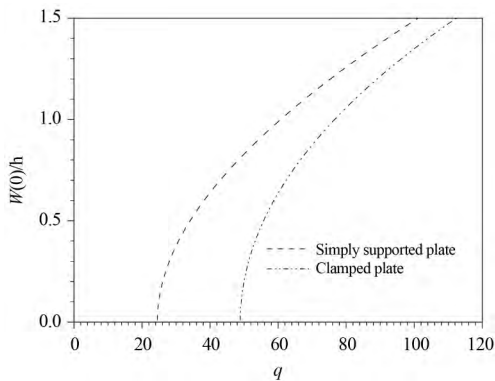


图2 圆板中心挠度-载荷关系曲线

Fig. 2 Curves of follower force vs. center deflection of the homogeneous plate

表1 临界载荷与文献结果比较 ($p=0$)

Table 1 Comparison of critical load between the calculation results and the literature

边界条件	本文 q_{cr}	文献[16] q_{cr}
周边不可移简支	24.50	24.56
周边固支	48.89	48.88

图3和图4分别给出了FGM圆板在随动力作用下,不同材料梯度指标 p 下的平衡路径曲线。不难看出,不论是固支FGM圆板还是简支FGM圆板,当梯度指标 $p < 0.1$ 之前,板具有比较大的临界载荷。我们认为FGM圆板的变形是典型的过屈曲,且随着梯度指标的增加,临界载荷急剧减小,在随动力作用下,功能梯度材料圆板的稳定性比均匀陶瓷均匀材料圆板的弱得多。而 $p > 0.1$ 以后,圆板在很小的载荷下就开始具有明显的挠度,我们认为这是一个弯曲变形。另外,固支FGM圆板的 $q-W(0)/h$ 曲线比相同条件下的简支圆板的非线性程度增强,这种非线性随梯度指标 p 的增大而减弱。

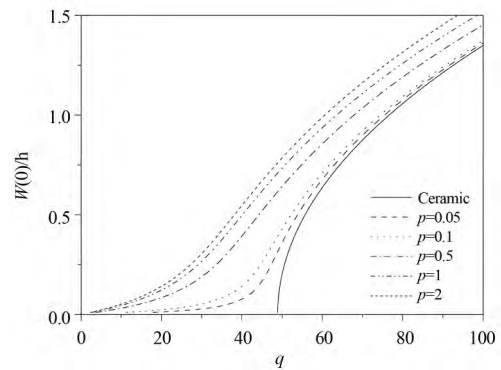


图3 固支板的过屈曲路径

Fig. 3 Post-buckling paths of FGM plate with clamped edge for different p

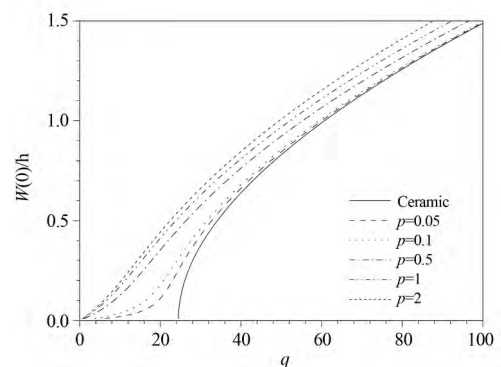


图4 简支板的过屈曲路径

Fig. 4 Post-buckling paths of FGM plate with simply supported for different p

表2给出了不同材料梯度指数 p 下圆板的临界载荷值。临界载荷 q_{cr} 随着 p 的增大而减小,当 $p > 0.1$ 之后,临界载荷值以较大速率减小,之后的变形是弯曲变形。这一行为和热载荷与保守机械载荷作用下是不同的^[13]。

表2 不同梯度指数 p 下圆板临界载荷

Table 2 Values of the critical load parameter for different material constant p

Boundary condition	p					
	0	0.01	0.1	0.2	0.5	1
Clamped	48.893	35.983	11.326	6.889	3.725	2.625
Supported	24.494	15.462	3.787	2.215	1.166	0.825

图5和图6分别给出了固支($q=50$)、简支($q=25$)圆板随梯度指标 p 变化的弯曲或屈曲构形图。不难看出,梯度指数 p 对弯曲或过屈曲路径有显著

影响,说明 p 的不同取值以及边界条件对非保守圆板的刚度有很大影响。

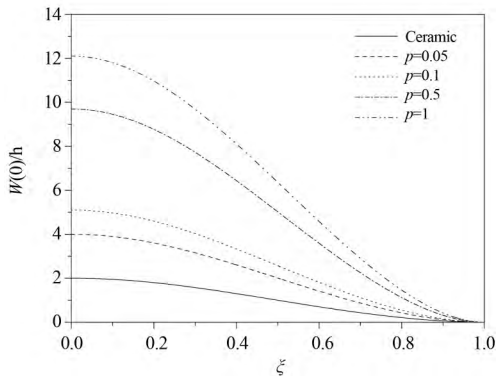


图5 不同梯度下固支板的构形 ($q=50$)

Fig. 5 Configuration of simply supported FGM plate for different values of p

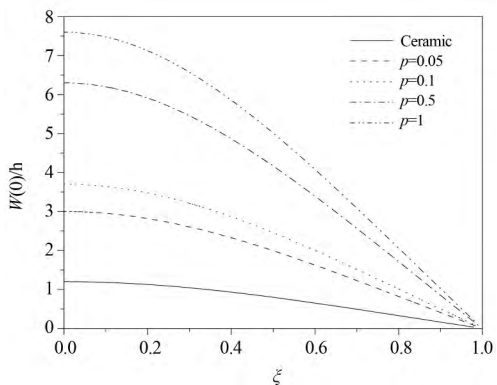


图6 不同梯度下简支板的构形 ($q=25$)

Fig. 6 Configuration of clamped FGM plate for different values of p

给定随动力 $q=10$, 图7 给出固支和简支保守圆板的最大挠度 W_{max} 随不同梯度指数 p 的变化情况。

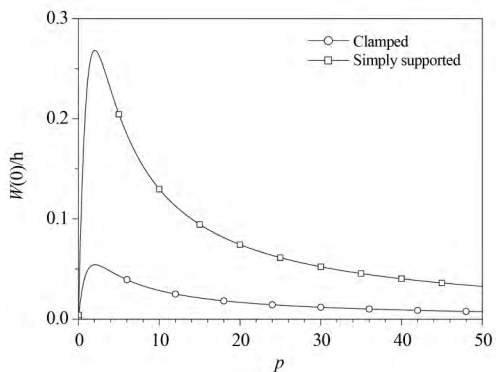


图7 最大挠度和 p 的关系曲线 ($q=10$)

Fig. 7 Curve of $W_{max} - p$

由图7可以看出,两种板的 $W_{max} - p$ 关系曲线的变化有相似之处。随梯度指数 p 在 $0:1$ 之间,最大挠度急速增加 $p > 1$ 之后最大挠度随梯度指数的增加而缓慢减小,最后趋于一个不变的值。

3 结论

本文分别研究了周边固支和周边可移简支两周边界条件下,FGM圆板在随从载荷作用下的稳定性问题。研究表明,当功能梯度指标为零时,两种边界下的非保守圆板都发生典型的分叉失稳。随着功能梯度材料梯度指标的增加,两种材料的临界载荷迅速减小。当梯度指标 $p < 1$ 之前,圆板发生分叉失稳,载荷-变形特性关系曲线表现为过屈曲行为,当梯度指标 $p > 1$ 之后,两种圆板都发生弯曲行为。

其次,在随从载荷作用下,不同梯度指标 p 下,固支板表现出比简支板更大的稳定性,可见,边界条件对功能梯度板的稳定性也有显著影响。随着梯度指标 p 的不同,非保守圆板的弯曲或屈曲特性曲线明显不同,因此梯度指标也对非保守圆板的稳定性有重要影响。

参考文献

- [1] Koizumi M. The concept of FGM. Ceramic transitions [J]. Functionally Graded Materials, 1993, 34: 3-10.
- [2] Vosoughi A R. Thermal Postbuckling Analysis of Functionally Graded Beams [J]. Journal of Thermal Stresses, 2014, 37: 532-544.
- [3] Reddy J N. Analysis of functionally graded plates [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 47 (1-3): 663-684.
- [4] Yang J, Shen H S. Non-linear analysis of functionally graded plates under transverse and in plane loads [J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2003, 38(4): 467-482.
- [5] 仲政, 吴林志, 陈伟球. 功能梯度材料与结构的若干力学问题研究进展 [J]. 力学进展, 2010, 40(5): 528-541.
- [6] 杨帆, 马连生. 前屈曲耦合变形对 FGM 圆板稳定性的影响 [J]. 工程力学, 2010, 27(4): 68-72(89).
- [7] Najafizadeh M M, Eslami M R. Buckling analysis of circular plates of functionally graded materials under uniform radial compression [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44: 2479-2493.
- [8] Zhang D G, Zhou Y H. A theoretical analysis of FGM doubly curved shallow thin shell based on physical neutral surface [J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2011, 35: 67-78.

- [9] Ma L S , WANG T J. Nonlinear bending and postbuckling of a functionally graded circular plate under mechanical and thermal loadings [J]. *International Journal of Solids and Structures* , 2003 , 40: 3311-3330.
- [10] 黄立新,杨真真,赵文举. 基于模态应变能变化率法的 Euler-Bernoulli 功能梯度梁的损伤识别 [J]. *玻璃钢/复合材料* , 2015 (8) : 14-17.
- [11] Yang J , Shen H S. Non-linear analysis of functionally graded plates under transverse and in-plane loads [J]. *International Journal of Non-linear Mechanics* , 2003 , 38(4) : 467-482.
- [12] 李世荣,高颖,张靖华. 功能梯度与均匀圆板静态解之间的相似转换关系 [J]. *固体力学学报* , 2011 , 32(专辑) .
- [13] 王铁军,马连生,石朝峰. 功能梯度中厚圆/环板轴对称弯曲问题的解析解 [J]. *力学学报* , 2004 , 36(3) : 348-353.
- [14] Shen H S , Wang Z X. Assessment of Voigt and Mori-Tanaka models for vibration analysis of functionally graded plates [J]. *Composite Structures* , 2012 , 94: 2197-2208.
- [15] 莫宵依,师俊平,刘协会. 复合材料层合板在非保守力作用下的动力稳定性 [J]. *复合材料学报* , 2002 , 19(4) : 76-80.
- [16] 王忠民,高敬伯,李会侠. 非保守圆薄板的轴对称振动和稳定性 [J]. *固体力学学报* , 2003 , 24(2) : 155-162.
- [17] Li S R , Zhou Y H. Shooting method for non-linear vibration and thermal buckling of heated orthotropic circular plates [J]. *Journal of sound and vibration* , 248(2) : 379-386.

THE STABILITY OF FGM CIRCULAR PLATES SUBJECTED TO FOLLOWER FORCE

LI Qing-lu¹ , LUAN Wei-di¹ , LI Shi-rong²

(1. School of Sciences , Lanzhou University of Technology , Lanzhou 730050 , China;

2. College of Civil Science and Engineering , Yangzhou University , Yangzhou 225127 , China)

Abstract: The stability of the functionally graded material circular plate made of ceramic and metal subjected to follower force were investigated. It is assumed that the properties of the functionally graded material vary continuously only with the thickness of the plate and their variation has a simple power law distribution with the volume fraction of the constituents. The governing equations are derived , and then the nonlinear governing equations with two kind boundary conditions are numerically solved by shooting method , respectively. The effects of power index and boundary condition on the behavior of buckling and bending were discussed. The numerical results indicated that homogenous circular plate occurred in the traditional sense of the buckling under two kinds of boundary conditions , and FGM circular plate under the follower load will be buckling when the gradient index $p < 1$, and plate only bending when $p > 1$. Results show that the gradient properties of the materials and the boundary conditions have important effects on the bending and buckling behavior.

Key words: functionally graded material (FGM) ; circular plates; follower force; stability; shooting method