

基于 Matlab 的矩形载流线框磁场分布特征的仿真分析

汪可馨

(兰州理工大学生命科学与工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要 为了研究矩形载流线框的空间磁场分布特征, 本文运用毕奥-萨伐尔定律和磁场叠加原理推导出空间某点处磁感应强度的计算公式, 再利用 Matlab 软件编制程序, 通过循环求和实现磁场的数值计算. 在此基础上, 以单匝矩形载流线框为对象, 数值计算了其空间磁场分布, 绘出了多种条件下磁场的分布图像, 进而通过对比分析得到了磁场的空间分布特征, 并进一步对平行放置的两个矩形载流线框轴线上的磁场分布特征进行了仿真分析. 编制的计算程序及分析所得的结论可为实际工程应用提供参考.

关键词 矩形载流线框; 磁感应强度; 数值计算; 分布特征; 仿真

THE SIMULATION ANALYSIS OF THE MAGNETIC-FIELD PRODUCED BY RECTANGULAR COIL BASED ON MATLAB

Wang Kexin

(School of Life Science and Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050)

Abstract Designed to research the characteristics of the magnetic-field distribution produced by a rectangular coil carrying current, the biot-savart law and superposition principle of the magnetic field have been used to deduce the specific calculation formula of magnetic induction intensity at a certain point in space and the numerical calculation has been realized by programming with Matlab software through cyclic summing. Based on the above works, the magnetic field produced by a single-turn rectangular coil has been calculated and the distribution images of the magnetic field have been presented under various conditions, then the distribution characteristics of magnetic field have been obtained through the comparative analysis. Furthermore, the magnetic field distribution characteristics of the two rectangular coils carrying current placed in parallel have been simulated and analyzed. The written computational program and the research conclusion can provide reference for practical engineering application.

Key words rectangular coil carrying current; intensity of magnetic-field; numerical calculation; characteristic of distribution; simulation

在工业生产领域, 载流线圈是大量电工设备中不可缺少的装置, 也是科学研究中最常用的一种电磁体^[1-3]. 在载流线圈电磁体的设计与研制中, 常需要计算线圈的磁场分布^[4,5]. 由于矩形磁系应用十分广泛^[6,7], 本文针对矩形载流线框的特

殊结构, 以毕奥-萨伐尔定律为基础, 结合磁场的叠加原理, 通过将矩形载流线框分割成无数电流微元, 再将微元磁场叠加求和得到空间任意场点处磁场的计算公式, 并利用 Matlab 软件编程实现磁场的数值计算, 进而绘制出一定条件下的磁场

收稿日期: 2016-07-12; 修回日期: 2016-08-11

作者简介: 汪可馨, 女, 本科二年级学生. 384791656@qq.com

引文格式: 汪可馨. 基于 Matlab 的矩形载流线框磁场分布特征的仿真分析[J]. 物理与工程, 2016, 26(6): 106-111, 116.

分布图,从而直观地获得矩形线框磁场的空间分布特征.在此基础上,进一步对两个平行放置的矩形载流线框的磁场分布特征进行仿真分析.分析所得结论有利于实际工程应用,所编制的数值计算程序也可用于多匝矩形线框磁场数值计算,经过一定的修改还可用于其他形状载流线圈磁场的数值计算.

1 磁感应强度的计算原理及方法

如图1所示建立空间直角坐标系.为计算方便,现将一边长为 a 、载有电流 I 的正方形线框放置在 xOy 平面上.矩形线框分成 OA 、 AB 、 BC 和 CO 4根通电导线.现将每根通电导线划分成 N 段, N 很大,则每一小段均可视为一电流微元 Idl .假设电流元位于矩形线框上 $P_0(x_0, y_0, 0)$ 点,则它在空间内任意一场点 $P(x, y, z)$ 处产生的磁感应强度可由毕奥-萨伐尔定律计算得:

$$dB = \frac{\mu_0 Idl \times r}{4\pi r^3} \quad (1)$$

其中: $r = (x - x_0)i + (y - y_0)j + zk$, $r = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2]^{3/2}$.

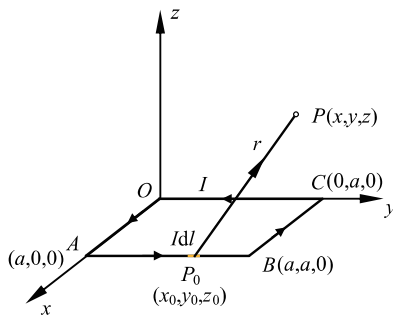


图1 单匝矩形载流线框

由此可分别写出矩形载流线框上4段通电导线上的任一电流元在场点 P 处产生的磁感应强度如下:

$$dB_1 = \frac{\mu_0 Idl i \times [(x - x_0)i + yj + zk]}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 Idl [yk - zj]}{4\pi r^3} \quad (2)$$

$$dB_2 = \frac{\mu_0 Idl j \times [(x - a)i + (y - y_0)j + zk]}{4\pi r^3} = \frac{\mu_0 Idl [-(x - a)k + zj]}{4\pi r^3} \quad (3)$$

BC段上:

$$dB_3 = \frac{-\mu_0 Idl i \times [(x - x_0)i + (y - a)j + zk]}{4\pi r^3} = \frac{-\mu_0 Idl [(y - a)k - zj]}{4\pi r^3} \quad (4)$$

CO段上:

$$dB_4 = \frac{-\mu_0 Idl j \times [xi + (y - y_0)j + zk]}{4\pi r^3} = \frac{-\mu_0 Idl [-xk + zj]}{4\pi r^3} \quad (5)$$

根据叠加原理,整个矩形载流线框在 P 点产生的磁感应强度为

$$B = B_{OA} + B_{AB} + B_{BC} + B_{CO} = \sum_1^N dB_1 + \sum_1^N dB_2 + \sum_1^N dB_3 + \sum_1^N dB_4 \quad (6)$$

得到式(6)后,我们可以利用Matlab编程实现式中复杂的叠加求和过程.以 AB 段为例,计算 B_{AB} 的程序流程图如图2所示.类似地计算出4段导线分别产生的磁场后,求和即可得到载流线圈所产生的空间磁场分布.

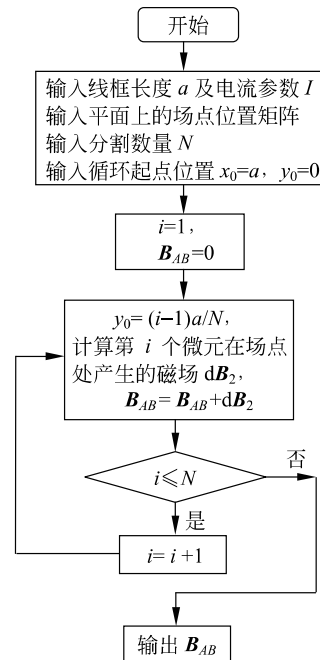


图2 磁场数值计算流程图

2 单个载流线框磁场分布特征的仿真分析

2.1 与线框平面平行的平面上的磁场分布

假设正方形边长 $a = 10.0\text{m}$; 电流大小 $I = 1.0\text{A}$, 电流流向为逆时针; 积分中取电流元的长

度微元为 $dl=0.01\text{m}$, 也就是 $N=1000$. 分别计算 z 为 $0, 0.2\text{m}, 2.0\text{m}, 5.0\text{m}$ 的平面上的磁场分布, 如图 3(a)、(b)、(c)、(d) 所示. 场域平面上 x 和 y 都在 0.1m 到 9.9m 之间每隔 0.1m 进行取值. 计算程序见附件中 Bcal1.m 文件.

由图可见:

(1) 在平行于线框平面的场域平面上, 磁场有明显的分布特征, 而且该特征随与线框平面的垂直距离的不同而不同. 从图 3(a)、(b)、(c)、(d) 明显可见, 与线框平面的垂直距离较小时, 四角处磁场的量值大于中央区域, 且距离越小, 四角处磁场量值变化越剧烈; 垂直距离较大时, 中央区域的磁场量值大于四角处磁场, 几何中心的磁场量值最大, 且随着距离的增加, 磁场分布特征基本不再有较大变化.

(2) 随与线框平面的垂直距离的增加, 各场

点的磁场量值不断减小, 这一点是符合磁场强度的大小随场点、源点间距的增加而减少的普遍规律的.

(3) 在平行于线框平面的场域平面上, 磁场有明显的轴对称性, 这是由载流线框的对称性决定的.

2.2 与线框平面垂直的平面上的磁场分布

固定场点的 x 值, y 在 0.1m 到 9.9m 之间每相隔 0.1m 进行取值, z 在 -10.0m 到 10.0m 之间每相隔 1.0m 进行取值, 即得到与线框平面垂直的平面上的磁场分布. 现将 x 分别取 0.1m 和 5.0m , 得到平面上的磁场分布如图 4(a)、(b) 所示. 计算程序见附件中 Bcal2.m 文件.

由图可见,

(1) 矩形线圈的空间磁场分布关于 $z=0$ 的平面(即线框平面)对称, 且在一个垂直平面内, 磁场

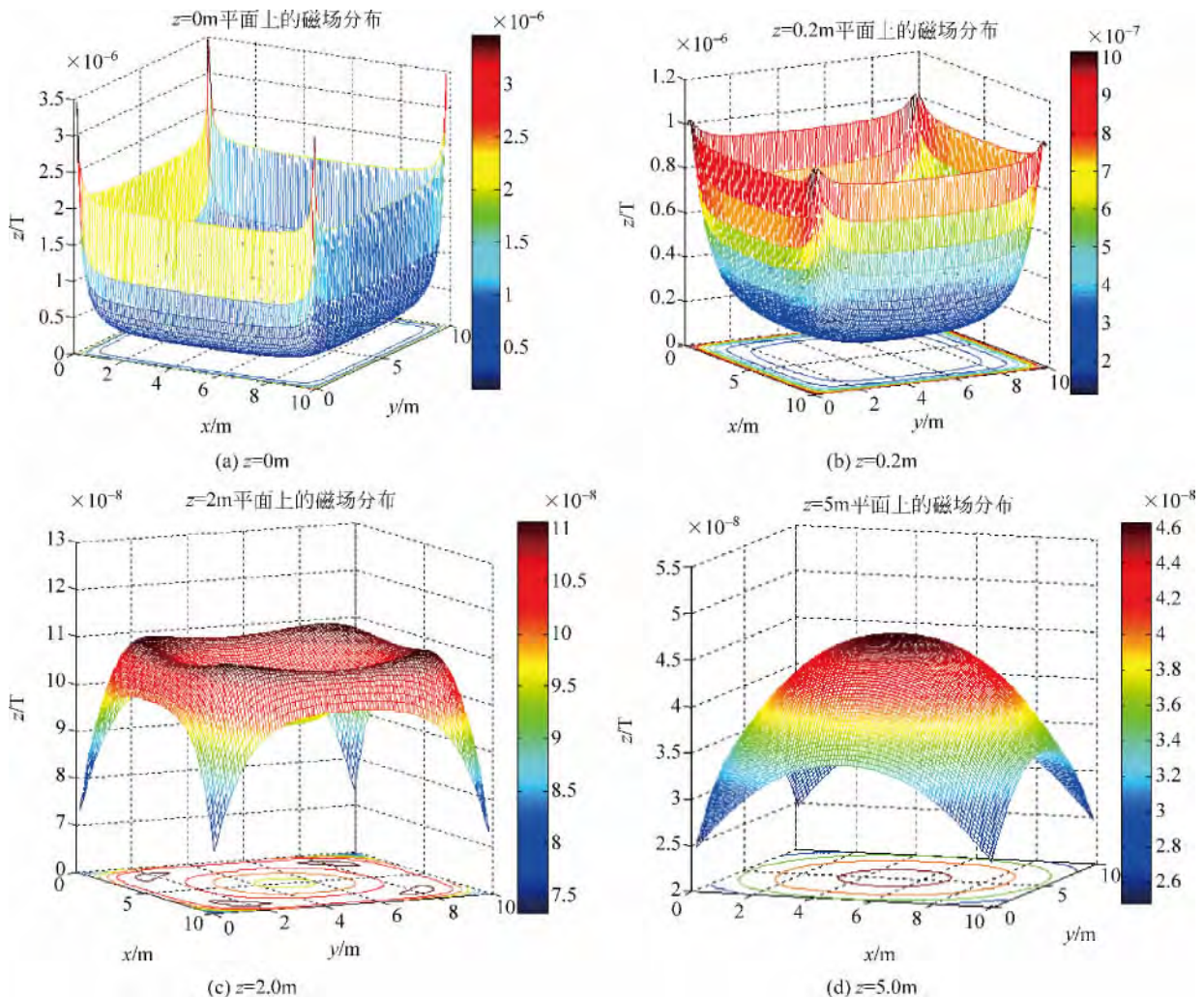


图 3 与通电线框平行的平面上的磁场分布

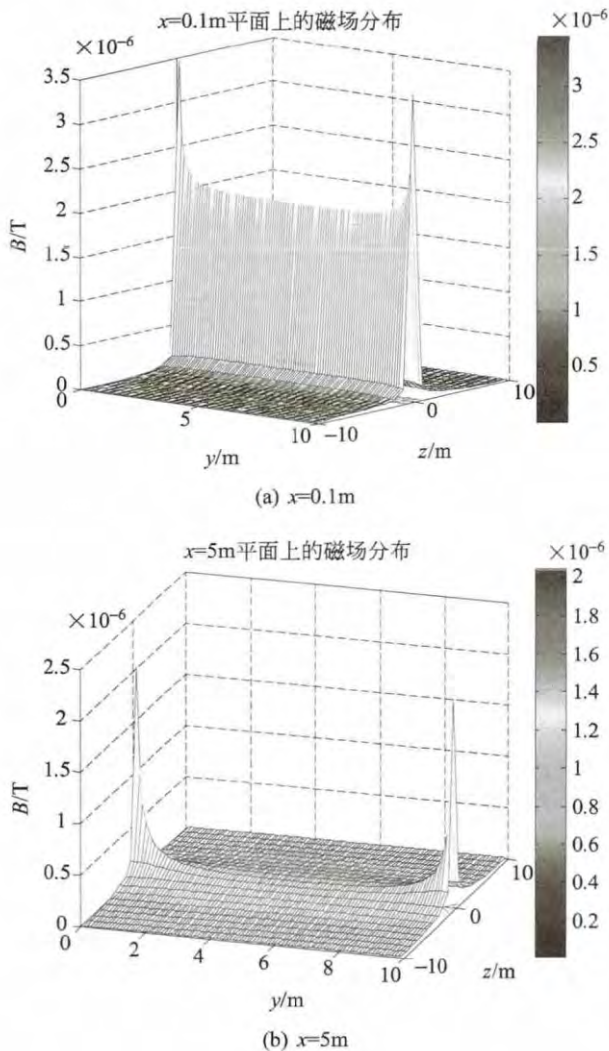


图4 与线框平面垂直的平面上的磁场分布

分布关于 $z=5.0\text{m}$ 的平面对称,这与载流线框的空间对称性相一致。

(2) 结合图1可见, z 较小时, $y=0\text{m}$ 和 10m 处的磁场(即靠近线框边缘处的磁场)要强于 $y=5.0\text{m}$ (即中央区域处)的磁场,且 $x=0.1\text{m}$ 的平面(即靠近线框边缘的垂直平面)上磁场均强于 $x=5.0\text{m}$ 的平面(即中央区域的垂直平面)上对应点的磁场,这些特征与图3体现出来的磁场分布特征是相吻合的。

2.3 磁感线的特征

磁感线是在磁场中画出而实际不存在的一些有方向的曲线,用以形象地描绘磁场分布。本文借用 Matlab 的画图工具,引入 quiver 函数配合箭头绘制出磁感线示意图。取 $x=5.0\text{m}$ 的平面, y 在 -15.0m 到 25.0m 之间每相隔 1m 进行取值, z

在 -10.0m 到 10.0m 之间每相隔 1m 进行取值, scale 值取 1.5 ,画出该平面上的磁感线分布示意图,如图5所示。计算程序见附件中 Bcal3.m 文件。

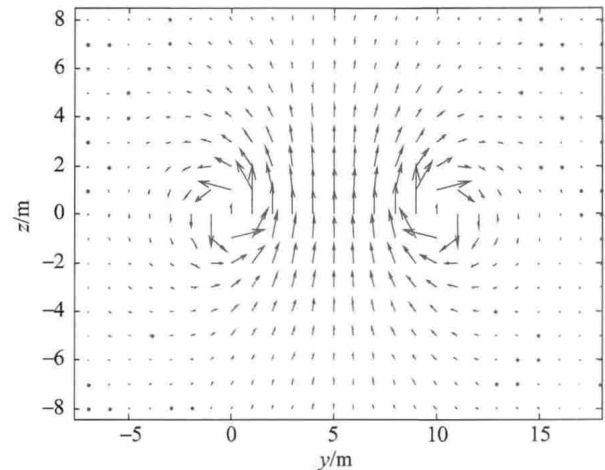


图5 $x=5\text{m}$ 平面上的磁感线示意图

(1) 仿真出来的磁感线关于 $y=5\text{m}$ 及 $z=0$ 这条线轴对称,且形成了闭合曲线。前者与载流线框的几何对称性相一致,后者则符合磁感线的基本性质。

(2) $x=5.0\text{m}$ 的平面是载流线框的中垂面,在该平面上, $z=0\text{m}$ 且 $y=0\text{m}$ 、 $y=10\text{m}$ 处正是载流导线经过的地方,由图5可见,这两个位置正好是闭合磁感线的中心位置,这与磁感线与电流相互环套的基本规律是一致的。

(3) 结合图1的电流流向,可见图5所示的载流线框空间中的磁场方向与电流呈右手螺旋关系,这与磁感线与电流方向呈右手螺旋的基本规律是一致的。

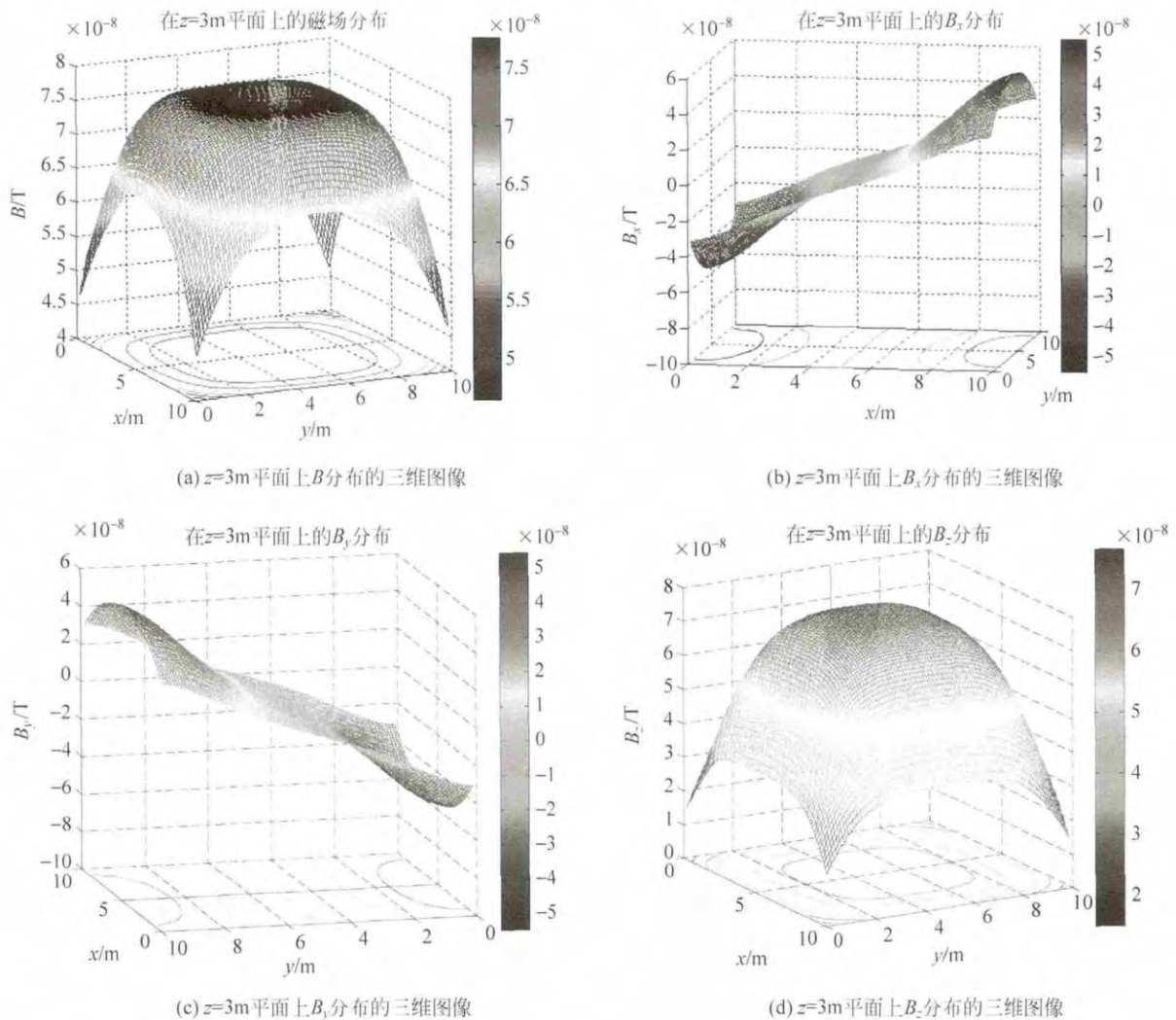
2.4 磁场分量的分布特征

为了完整描述单个载流线框空间磁场分布特征,本文又对磁场在各方向上分量的分布特征进行了仿真分析,以对总体特征进行补充。

以在 $z=3.0\text{m}$ 的平面上的磁场分布为例,分别对该平面上的磁场3个分量及总磁场进行仿真,然后进行对比分析,如图6(a)、(b)、(c)、(d)所示。计算程序见附件中 Bcal4.m 文件。

由图可见:

(1) 3个方向的磁场分量分别都具有一定的对称性,这是与载流线框本身的对称性有关的。

图6 $z=3$ 平面上的磁场分布

(2) 从图6各图不难发现, B_z 的空间分布特征与总磁场几乎一致, 也就是说, x 和 y 方向上的磁感应强度分量对总磁场贡献不大, 总磁场主要由 z 方向上的分量来决定。

3 两个矩形载流线框其轴线上的磁场分布及特征

现在原有基础上添加一相同的矩形线框, 与其相距一定距离平行放置, 如图7所示。设 z_1 为两线框间距离。现研究 $x=5$ 、 $y=5$ 这条轴线上的磁场分布特征。在程序中引入 plot 函数同时画出线框一、线框二及合成磁场的磁场分布的二维曲线。计算程序见附件中 Bcal5.m 文件。

改变两线框的距离, 分别取 $z_1=2\text{m}$ 、 5m 、 10m 时, 轴线上的磁场分布, 如图8(a)、(b)、(c)所示。

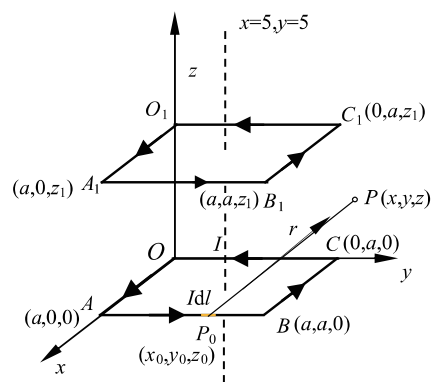


图7 双矩形载流线框

由图可见:

(1) 当两线框之间的距离 z_1 值较小时, 合成磁场只有一个峰值, 两线框之间的磁场近似是均匀磁场, 如图8(b)中 z 在 $0\sim 5\text{m}$ 之间的区域。随

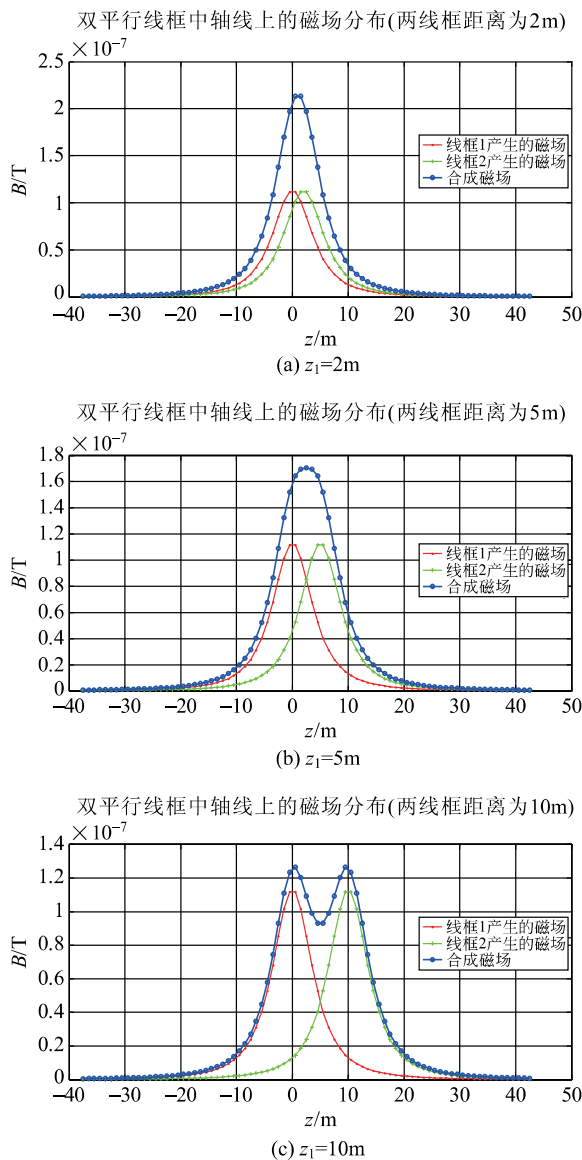


图 8 双平行矩形载流线框中轴线上的磁场分布

随着两线框之间距离增大,近似均匀磁场区域变宽,曲线峰值降低,并逐渐出现两个峰值。

(2) 结合图 3 所示的平面上的磁场分布特征,显然可以利用相隔一定距离的双平行矩形载流线框,在其中轴线中心附近产生近似匀强磁场区域。这一点类似于常见的亥姆霍兹线圈,因此也可在某些需要近似匀强磁场的场合获得应用。

4 结语

本文从毕奥-萨伐尔定律出发,将矩形载流线框分为 4 段通电直导线,分别计算单根通电导线的磁场后根据叠加原理进行叠加。先推导了具体

计算公式,后编制了 Matlab 程序并对各种条件下的磁场分布图进行了仿真。为了能更直观地了解矩形载流线框的磁场分布特征,本文大多采用三维曲面图来着重体现。出于工程应用的需要,本文还简单分析了双矩形线框的特殊情况。

仿真及对比分析可得到如下重要结论:

(1) 随着到载流线框平面的垂直距离(即 z 值)的变化,磁感应强度量值的空间分布有固定的变化趋势,即:随 z 值增大,四角处磁感应强从最大变化到最小,中央处磁感应强度从最小变化至最大。随后保持中央最大这一特点,量值分布特征再无较大改变。当然,随 z 值增大,由于场点离线框相对位置越来越远,整体磁场量值都在变小,这一点是必然的。

(2) 单匝矩形载流线框所产生的总磁场量值分布特征主要由其 z 方向分量的分布特征决定, x 、 y 方向上分量的贡献小。

(3) 双平行矩形载流线框轴线上的磁感应强度分布与常见的亥姆霍兹线圈类似,可以利用相隔一定距离的双平行矩形载流线框,在其几何中心产生近似匀强磁场区域。

上述研究所得结论可为实际工程应用提供一定的参考;同时所编制的数值计算程序经过一定的修改也可用于多匝矩形线框及其他形状的载流线框磁场的数值计算。

参 考 文 献

- [1] 冯旺军,魏智强,秦晓静,等.密绕椭圆截面螺旋管电流的磁场分布[J].兰州理工大学学报,2006,32(5):158-160.
Feng W J, Wei Z Q, Qin X J, et al. Magnetic field distribution induced by current through close-wound oval-shaped spiral tube current[J]. Journal of Lanzhou University of Technology, 2006, 32(5): 158-160.
- [2] 康中尉,罗飞路.矩形激励线圈的磁场分析[J].传感器世界,2003(2):5-9.
Kang Z W, Luo F L. The magnetic-field analysis of rectangular coil[J]. Sensor World, 2003(2): 5-9.
- [3] 程海,宫浩,陈坤,等.基于 Matlab 的圆形线圈磁场强度与线圈个数的线性关系仿真[J].电子测试,2014(22):35-37.
Cheng H, Gong H, Chen K, et al. The circular coil magnetic field strength of a linear relationship with the number of coil simulation based on Matlab[J]. Electronic Test, 2014(22): 35-37.
- [4] 王锴,廖斌,吴先映,等.利用 Matlab 研究多螺旋管磁场分布[J].北京师范大学学报(自然科学版),2013,49(6):565-570.

(下转第 116 页)

象、生动、简单、灵活等特点,为光信息处理等相关领域的其他师生在理论与技术上提供了重要的支持与借鉴。

参 考 文 献

- [1] 高峰,赵文丽,曹学成. 基于 Matlab 的夫琅禾费单缝衍射仿真[J]. 山东农业大学学报, 2012, 43(3): 475-479.
Gao F, Zhao W L, Cao X C. The simulation of lights fraunhofer single slit diffraction based on MATLAB GUI[J]. Journal of Shandong Agricultural University (Natural Science), 2012, 43(3): 475-479.
- [2] 孙文军,苑冬梅,励强华. Matlab 辅助的多缝夫琅禾费衍射分析[J]. 物理通报, 2012(4): 89-90.
Sun W J, Yuan D M, Li Q H. The simulation of light fraunhofer multiple slit diffraction based on MATLAB[J]. Physics Bulletin, 2012(4): 89-90.
- [3] 郝忠秀,赵亚军,李立功,等. 基于 Matlab 的矩孔夫琅禾费衍射场模拟计算[J]. 河北大学学报, 2009, 29(3): 266-269.
Hao Z X, Zhao Y J, Li L G. On simulated calculation of fraunhofer diffraction from rectangular aperture based on MATLAB[J]. Journal of Hebei University (Natural Science Edition), 2009, 29(3): 266-269.
- [4] 崔祥霞. 圆孔圆环夫琅禾费衍射实验的 Matlab 仿真设计[J]. 物理与工程, 2010, 20(5): 34-36.
Cui X X. Simulation design of the fraunhofer diffraction experiments of circular aperture and ring using MATLAB[J]. Physics and Engineering, 2010, 20(5): 34-36.
- [5] 梁兰菊,田贵才,张玉仕. 光学衍射实验的 Matlab 仿真[J]. 枣庄学院学报, 2010, 27(2): 6-8.
Liang L J, Tian G C, Zhang Y S. Simulation of Optic Diffraction Experiment Based on MATLAB[J]. Journal of Zaozhuang University, 2010, 27(2): 6-8.
- [6] 钱晓凡,胡涛,张晔. 基于 Matlab 的衍射场模拟计算[J]. 昆明理工大学学报, 2004, 29(3): 132-134.
Qian X F, Hu T, Zhang Y. On simulated calculation of diffraction based on MATLAB[J]. Journal of Kunming University of Science and Technology (Science and Technology), 2004, 29(3): 132-134.
- [7] 李松柏,吴加贵,卢孟春,等. 基于 Matlab 的光栅衍射实验仿真与研究[J]. 西南民族大学学报, 2010, 36(5): 795-802.
Li S B, Wu J G, Lu M C. Emulation and research of experiments of diffractive gratings based on MATLAB[J]. Journal of Southwest University (NATURAL SCIENCE EDITION), 2010, 36(5): 795-802.
- [8] 陈聪,李定国. 基于快速傅里叶变换的衍射现象的数值仿真[J]. 大学物理, 2004, 23(9): 46-49.
Chen C, Li D G. The numerical simulation of diffraction based on fast Fourier transform[J]. College Physics, 2004, 23(9): 46-49.
- [9] 刘卫国. Matlab 程序设计与应用[M]. 北京:高等教育出版社, 2006.
- [10] 姚启钧. 光学教程[M]. 北京:高等教育出版社, 2002.
- [11] 赵凯华. 新概念物理教程光学[M]. 北京:高等教育出版社, 2004.

(上接第 111 页)

- Wang K, Liao B, Wu X Y, et al. Magnetic field distribution of multi-solenoid studied by Matlab[J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 2013, 49(6): 565-570.
- [5] 汪民. 通电矩形线圈附近空间磁场强度分布值的计算方法[J]. 现代测量与实验室管理, 2012(1): 3-6.
Wang M. The calculation method of the magnetic field distribution of rectangular coil[J]. Advanced Measurement and Laboratory Management, 2012(1): 3-6.
- [6] 李景天,郑勤红. 矩形线圈的磁场计算[J]. 云南师范大学学报, 1997, 17(1): 60-63.
Li J T, Zheng Q H. A calculating method for magnetic of square coil [J]. Journal of Yunnan Normal University, 1997, 17(1): 60-63.
- [7] 邝向军. 矩形载流线圈的空间磁场计算[J]. 四川理工学院学报(自然科学版), 2006, 19(1): 17-20.
Kuang X J. Magnetic field calculation on rectangle current coil[J]. Journal of Sichuan University of Science & Engineering (Natural Science Edition), 2006, 19(1): 17-20.