第 41 卷 第 3 期地 震 工 程 学 报2019 年 6 月CHINA EARTHQUAKE ENGINEERING JOURNAL

赵丽洁,刘瑾,杜永峰,等.基于连续小波变换的时变结构瞬时模态参数识别[J].地震工程学报,2019,41(3):601-606.doi:10. 3969/j.issn.1000-0844.2019.03.601

ZHAO Lijie,LIU Jin,DU Yongfong, et al. Instantaneous Modal Parameter Identification of Time-varying Structures Based on Continuous Wavelet Transform[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2019, 41(3): 601-606. doi: 10.3969/j.issn.1000 – 0844.2019.03.601

基于连续小波变换的时变结构瞬时模态参数识别

赵丽洁¹,刘 瑾¹,杜永峰²,李万润²

(1. 河北工程大学 土木工程学院, 河北 邯郸 056038; 2. 兰州理工大学防震减灾研究所, 甘肃 兰州 730050)

摘要:为体现时变结构动力特性,定义随机冲击荷载作为时变结构输入激励,提出了基于连续小波 变换的时变结构瞬时模态参数识别方法。在短时时变假定条件下,建立基于模局部极大值的连续 小波变换时变参数识别原理,利用结构的输出响应进行瞬时模态参数识别,采用三自由度的时变结 构体系进行数值模拟,该方法能够准确识别时变结构的瞬时模态参数值。通过设计具有质量参数 可变的两层钢框架模型进行测试,验证了方法的有效性与可行性。

关键词:连续小波变换;时变结构;参数识别;瞬时模态参数;随机冲击激励 中图分类号:TB12;TU352.1+2 文献标志码:A 文章编号:1000-0844(2019)03-0601-06 DOI:10.3969/j.issn.1000-0844.2019.03.601

Instantaneous Modal Parameter Identification of Time-varying Structures Based on Continuous Wavelet Transform

ZHAO Lijie¹, LIU Jin¹, DU Yongfong², LI Wanrun²

(1. School of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, Hebei, China;
2. Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, Gansu, China)

Abstract: In this paper, we propose a method for identifying the instantaneous modal parameters of a time-varying structure based on a continuous wavelet transform. First, we selected a random impact load as the input excitation of a time-varying structure. Then, under the assumed time-varying condition in a short time span, we established a principle for identifying the time-varying parameter based on the continuous wavelet transform. We identified the instantaneous modal parameter using only the output response of the structure, and performed a numerical simulation of a 3-DOF time-varying structure system. The results show that this method can accurately identify the instantaneous modal parameter of a time-varying structure. Finally, we designed and tested a two-layer steel frame model with variable quality parameters, and the results further verified the validity and feasibility of the proposed method.

Keywords: continuous wavelet transform; time-varying structure; parameter identification; instantaneous modal parameters; random excitation

收稿日期:2018-11-22

基金项目:国家自然科学基金项目(51578274);河北省高等学校科学技术研究项目(QN2017038);河北工程大学创新基金项目(17129033058) 第一作者简介:赵丽洁(1988-),女,讲师,博士,硕士生导师,主要从事结构健康监测研究。E-mail:ljzhaocz@126.com。

通信作者:杜永峰(1962-),男,甘肃庆阳人,教授,博士,博导,主要从事结构减震控制、结构健康监测研究。

0 引言

一些工程结构在不同的外部荷载、工作条件影 响下,结构参数如质量、刚度在运行或服役期间往往 表现出很强时变性,形成时变结构系统,且结构动力 特性随时间发生改变^[1-2]。结构模态参数是结构动 力特性的具体体现,模态参数识别一直是结构健康 监测领域的关键问题,掌握其时变规律对研究和把 握结构损伤演化规律、动力灾变行为及安全状态具 有重要的科学与现实意义。

有关时变结构参数识别问题的研究,其识别方 法主要是引入振动控制、信号处理等领域的一些识 别方法。如,状态空间类模型^[3]、时间序列类模 型^[4]、扩展卡尔曼类滤波算法^[5]等时域内的识别方 法以及备受关注的 HHT^[6]、小波变换等时频域的 识别方法。小波分析作为一种现代时频分析工具, 具有很强的时频定位能力,在结构参数识别乃至健 康监测领域具有巨大的潜力和应用价值。早在 20 世纪80年代,国外学者就开始采用小波分析进行时 不变结构参数识别、损伤识别等方面的研究[7-9]。近 几年,为解决时变工程结构参数识别问题,基于小波 分析的时变结构模态参数识别逐渐引起学者们的关 注,并取得了不少研究成果^[10-13]。本文基于连续小 波变换的模态参数识别算法,在慢时变结构假定条 件下,提出一种时变结构瞬时模态参数识别方法。 首先,阐明连续小波变化的模态参数识别理论,定义 一种随机冲击的激励作为结构输入。然后,通过三 自由度时变结构体系的分析算例验证所提方法的正 确性。最后,设计质量参数具有时变特性的两层钢 框架模型进行试验分析,进一步验证方法的有效性。

1 连续小波变换模态参数识别

设x(t)为平方可积函数,记作 $x(t) \in L^2(R)$, $\psi(t)$ 为小波母函数(Mother wavelet),连续小波变 换的表达式为^[14]

$$W(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a}\right) dt =$$

$$< x(t), \psi_{a,b}(t) >$$
(1)

式中: ϕ^* 表示 $\phi(t)$ 复共轭;尺度参数 *a*为伸缩因子,控制小波母函数的缩放;时间参数 *b*为平移因子,在尺度固定时控制时间轴上的平移位置。

Morlet 小波是高斯包络下的单频复正弦函数, 时域表达式为

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi f_{b}}} e^{\frac{-r^{2}}{f_{b}}} e^{2\pi i f_{c}t}$$
(2)

式中: f_{\circ} 为小波中心频率,控制时域内的振荡频率; f_{\circ} 为带宽参数,控制波形振荡的快慢。

以 N 自由度有阻尼线性结构系统为例,根据模态叠加原理,任意自由度处的响应均可以表示为多 个单自由度响应的线性叠加,表达式为

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n} A_{i} e^{-2\pi\zeta_{i}f_{i}} \cos(2\pi f_{di}t + \theta_{i})$$
(3)

式中: A_i , θ_i 分别为第i阶模态的幅值与相位; f_i , f_{di} 分别为第i阶模态无阻尼和有阻尼的固有频率, ξ_i 为模态阻尼比。

将式(2)、(3)带入式(1),对其进行小波变换得 到小波变换系数表示式

$$W(a,b) = \frac{\sqrt{a}}{2} \sum_{i=1}^{n} A_{i} e^{-2\pi\xi_{i}f_{i}b} e^{-\pi^{2}f_{b}(af_{i}-f_{c})^{2}} e^{j(2\pi f_{d}ib+\theta_{i})}$$
(4)

固定尺度参数 $a = a_i$,当 $a_i = \frac{f_c}{f_i}$ 时,表达式中的 $e^{-\pi^2 f_b (af_i - f_c)^2}$ 项为零,那么在该尺度上的小波系数值 $W(a_i, b)$ 取得局部最大值。此时

$$\begin{aligned} |W_{g}x_{1}(a_{1},b)| \gg |W_{g}x_{2}(a_{1},b)|, |W_{g}x_{3}(a_{1},b)| \cdots \\ |W_{g}x_{n}(a_{1},b)|; \\ |W_{g}x_{1}(a_{2},b)| \gg |W_{g}x_{2}(a_{2},b)|, |W_{g}x_{3}(a_{2},b)| \cdots \end{aligned}$$

$$|W_{g}x_{1}(a_{2},b)| \gg |W_{g}x_{2}(a_{2},b)|, |W_{g}x_{3}(a_{2},b)| \cdots |W_{g}x_{n}(a_{2},b)|$$
(5)

式中: $|W_{gx_{n}}(a_{i},b)|$ 表示小波系数幅值。由此发现, 与模态频率 f_{i} 对应尺度参数 a_{i} 值计算得到的小波变 换系数幅值要比其他 N-1 阶系数幅值要大的多,在 时频图上对应 (a_{i},b) 点处形成若干条小波脊线,表现 为小波能量相比其他小波系数能量要大的多,小波脊 线对应的小波系数连续成为小波骨架。令 $a = a_{i}$,时 间平移参数 b 用变量 t 代替,式(4) 可以重新表示为

$$W(a_{i},t) = \frac{\sqrt{a_{i}}}{2} A_{i} e^{-2\pi \zeta_{i} f_{i} t} e^{j(2\pi f_{d} t + \theta_{i})} = B_{i}(t) e^{j\varphi_{i}(t)}$$
(6)

式中: $B_i(t)$ 、 $\varphi_i(t)$ 分别表示幅值、相位。通过对幅 值 $B_i(t)$ 及相位 $\varphi_i(t)$ 引入对数及微分算子,可以得 到模态频率和模态阻尼比,具体计算表达式:

$$\ln B_i(t) = -2\pi \zeta_i f_i t + \ln\left(\frac{\sqrt{a_i}}{2}A_i\right) \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{dln}B_i(t)}{\mathrm{d}t} = -2\pi\zeta_i f_i t \ \frac{\mathrm{d}\varphi_i(t)}{\mathrm{d}t} = 2\pi f_i \sqrt{1-\zeta_i^2} \quad (8)$$

2 输入激励的选择

输入激励的频率特性对分析时变结构系统至关 重要,只有对时变结构系统有一个相对长时间持续的

能量输入,即在时频域内表现出宽频带分布特性,才 能够体现出系统随时间变化规律。文中采用随机冲 击荷载作为激励,图1为随机冲击激励时程曲线,图2 为随机冲击荷载的时频分布特征。可以发现,给定的 时间瞬时为一宽频带分布,虽然在大部分时间段内信 号能量为零,但是在冲击时刻的瞬时能够表现出频带 均匀分布的特征,并能够给系统一个连续的能量输 入,这样便能够体现出系统随时间变化的重要特性。





图 2 随机冲击荷载时频图

Fig.2 Time-frequency diagram of random impact load

3 数值模拟

考虑一个三自由度时变结构体系,结构参数: $m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 1 \text{ kg}, m_3 = 1 \text{ kg}, c_1 = 0.7 \text{ N} \cdot \text{s/m},$ $c_2 = 0.8 \text{ N} \cdot \text{s/m}, c_1 = 0.7 \text{ N} \cdot \text{s/m}, k_1 = 7 000$ N/m, $k_2 = 8\ 000\ N/m$, $k_3 = 7\ 000\ N/m$, \Re 样 频 率 $f_s = 100 \text{ Hz}$,分析时长为 40 s。假定质量 m_3 随时 间发生其余参数不变,采用具有宽频特征的随机冲 击荷载作为输入激励。

图 3(a)~(i)为时变模态参数理论值与识别值 对比结果。图 3(a)~(c)为瞬时频率识别效果,发 现质量 m_3 参数改变时,能够准确识别瞬时频率的

变化规律。图 3(d)~(f)为阻尼比识别效果对比曲 线,发现阻尼比的识别结果在参数改变前识别效果 较好,参数改变后识别较差。图 3(g)~(i)为模态振 型识别效果对比曲线,发现在质量参数改变的时刻, 归一化的振型值 V1, V2 发生跳变,但当质量参数改 变之后,大部分识别值逐渐接近于理论值,整体识别 效果较好。造成以上识别误差可能有以下原因:

(1) 算例中初始阻尼比理论值分别为 $\xi_1 =$ $0.001 9, \xi_2 = 0.005 2, \xi_3 = 0.007 8, 阻尼比较小, 响$ 应衰减较慢,采用冲击时刻的响应数据分段进行识 别分析时,只截取了衰减响应小部分的数据,可能会 造成阻尼识别的不准确。

(2)在本算例中采用的 cmor2-1 小波,不同的小 波母函数对识别精度有一定的影响。

通过以上算例分析,该方法能够比较准确的识 别瞬时模态参数值,验证了识别方法的正确性。

4 试验验证

为进一步验证方法的有效性,设计质量具有时 变性的两层钢框架结构模型,试验装置如图4所示。 将装满铁砂的附加质量块分别固定于框架模型的 一、二层顶面中心,在附加质量块与板中心分别开 d =15 mm 直径的孔。通过力锤对结构施加一系列 随机冲击激励,在随机冲击过程中的某一时刻,使铁 砂从底部孔洞流出,沿引流支架流入底部的电子称 上,记录流砂的时间段及质量的改变量。文中以顶 层质量改变的测试工况为例进行试验验证。力锤采 样频率为1 024 Hz,加速度采样频率为 256 Hz,各 层质量 $m_1 = 2.56$ kg, $m_1 = 2.56$ kg。力锤锤击位置 为顶层 3 ♯ 测点,在随机锤击过程 t = 4 s 的时刻,控 制二层的附加质量块以流砂的方式随时间减小,并 且每隔 2 s 记录质量的改变量。将质量的改变量控 制在 5%内,本测试工况 $\Delta m \approx 3.6\%$ 。

图 5 为实验过程中实测的随机冲击力时程,很 明显冲击力的幅值与冲击时刻均具有随机性。

图 6 为流沙过程中附加质量块在每 2 s 间隔内 随时间改变的实测值。在t=6 s之后,质量开始逐 渐减小,并且在质量减小的 28 s 时间段内质量可以 看作均匀变化,直到 t = 34 s 时,质量不再减小,表 明附加质量块中的铁砂基本漏空。图 7 为质量改变 前后的频谱图,一阶频率由 8.16 Hz 增加到 10.6 Hz,二阶频率由 29.64 Hz 增加到 34.15 Hz,结构的 动力特性表现出时变特性。



图 3 理论值与识别值对比曲线





(a) 整体模型



(c) 漏斗式附加质量块



(b) 红铁砂



0.7



图 8 为二层质量改变时,通过一层响应数据识 别的模态参数随时间的变化情况。发现前两阶的频 率和振型参数均符合其变化规律,频率随着质量的 减小而增大,振型减小,完全能够识别时变结构的动 力特性。而阻尼比的识别效果较差,在实际工程测 试中,阻尼参数与其他结构参数不同,没有一个能够 定量衡量的标准,结构的阻尼识别比较困难,但是从















Fig.8 Identification value of the time-varying modal parameter

整体识别情况而言,阻尼的识别值处于框架模型阻 尼取值的合理范围之内,同样具有一定的参考价值。

5 结论

基于连续小波变化的参数识别算法,提出一种 时变结构模态参数识别方法。在短时时不变假定条 件下,定义随机冲击激励作为结构的输入,仅利用输 出加速度响应数据识别时变结构的模态参数值。分 别通过质量参数改变的三自由度时变结构体系的数 值模拟和二层时变钢框架模型试验进行瞬时模态参 数识别,结果表明,时变频率及时变振型识别效果较 好,阻尼识别较稍差,但整体识别较好,从而验证了 方法的正确性与有效性。

参考文献(References)

- [1] YANG Y B, CHEN W F. Extraction of Bridge Frequencies from a Moving Test Vehicle by Stochastic Subspace Identification[J].Journal of Bridge Engineering, 2016, 21(3):04015053.
- 【2】 杜永峰,赵丽洁,张韬.超长复杂隔震结构施工力学及全过程监测研究[J].工程力学,2015,32(7):1-10.
 DU Yongfeng,ZHAO Lijie,ZHANG Tao.Study on Construction Mechanics of Long Complicated Isolated Structures And Life-cycle Monitoring[J].Engineering Mechanics,2015,32(7): 1-10.
- [3] 倪智宇,谭述君,吴志刚.改进的 TW-API 方法及其在时变模态
 参数辨识中的应用[J].振动工程学报,2015,28(5):721-729.
 NI Zhiyu, TAN Shujun, WU Zhigang. An Improved TW-API Recursive Method and Its Application on Time-varying Modal Parmeters Idenfication[J]. Journal of Vibration Engineering, 2015,28(5):721-729.
- [4] YANG W, LIU L, ZHOU S D, et al. Moving Kriging Shape Function Modeling of Vector TARMA Models for Modal Identification of Linear Time-varying Structural Systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 354: 254-277.
- [5] BISHT S S, SINGH M P.An Adaptive Unscented Kalman Filter for Tracking Sudden Stiffness Changes[J].Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 49(1-2):181-195.
- [6] FELDMAN M. Hilberttransform Methods for Nonparametric

Identification of Nonlinear Time Varying Vibration Systems [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2014, 47 (Supp1-2):66-77.

- [7] LE T P, ARGOUL P.Continuous Wavelet Transform for Modal Identification Using Free Decay Response[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 277 (Supp1-2):73-100.
- [8] 李宏男,孙鸿敏.基于小波分析和神经网络的框架结构损伤诊断方法[J].地震工程与工程振动,2003,23(5):141-148.
 LI Hongnan,SUN Hongmin.Damage Diagnosis of Framework Structure Based on Wavelet Packet Analysis and Neural Network[J].Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2003,23(5):141-148.
- [9] 丁幼亮,李爱群,缪长青.基于小波包能量谱的结构损伤预警方法研究[J].工程力学,2006,23(8):42-48.
 DING Youliang, LI Aiqun, MIU Changqing. Investgation on the Structural Damage Alarming Method Based on Wavelet Packet Energy Spectrum[J].Engineering Mechanics,2006,23(8):42-48.
- [10] SU W C,LIU C Y,HUANG C S.Identification of Instantaneous Modal Parameter of Time-varying Systems Via a Wavelet-based Approach and Its Application[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2014, 29(4):279-298.
- [11] 刘景良,任伟新,王佐才,等.基于同步挤压小波变换的结构瞬时频率识别[J].振动与冲击,2013,32(18):37-42.
 LIU Jingliang,REN Weixin,WANG Zuocai, et al.Instantaneous Frequency Identification Based on Synchrosqueezing Wavelet Transformation[J].Journal of Vibration and Shock, 2013,32(18):37-42.
- [12] SHI Y, CHANG C C. Wavelet-based Identification of Timevarying Shear-beam Buildings Using Incomplete and Noisy Measurement Data[J]. Nonlinear Engineering, 2013, 2(1-2): 29-37.
- [13] 赵丽洁,杜永峰,李万润,等.基于小波多分辨率分析的时变结构参数识别[J].工程力学,2016,33(9):94-102.
 ZHAO Lijie, DU Yongfeng, LI Wanrun, et al. Physical Parameter Identification of Time-varying Structure Based on Wavelet Muli-resolution Analysis [J]. Engineering Mechanics, 2016,33(9):94-102.
- [14] 杨福生.小波变换的工程分析与应用[M].北京:科学出版社, 1999.

YANG Fusheng. Engineering Analysis and Application of Wavelet Transform[M].Beijing:Science Press, 1999.