

引用格式:Ma Yongbin,Peng Wei.Generalized Thermal Elastic Problem of Ball Cavity Which Material Characteristics Parameter Changes with Different Temperature[J].Journal of Gansu Sciences,2018,30(1):15-20.[马永斌,彭玮.材料特性参数随温度变化的球腔广义热弹问题[J].甘肃科学学报,2018,30(1):15-20.]
doi:10.16468/j.cnki.issn1004-0366.2018.01.004.

材料特性参数随温度变化的球腔广义热弹问题

马永斌,彭 玮

(兰州理工大学理学院,甘肃 兰州 730050)

摘要 根据分数阶广义热弹性理论,研究了与温度相关的球形空腔无限大体受到的热冲击动态响应、弹性模量和热传导率为温度的线性函数。基于分数阶热弹性理论的控制方程通过拉普拉斯变换进行求解,得到了无量纲的温度、位移、环向应力和径向应力的分布规律。重点分析温度相关参数对所考虑物理量的影响。分析结果表明:分数阶参数对所涉及到的物理量都有不同程度的影响,温度相关参数对各物理量的幅值都有不同程度的降低影响。

关键词 分数阶;广义热弹理论;温度相关性;热冲击;球形腔体

中图分类号:O343.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1004-0366(2018)01-0015-06

1956年 Biot 提出了经典热弹性理论,它表述了热在介质中是以无限大的速度进行传播的,这与实验观测结果相矛盾。随着科学技术的进步,广义热弹性理论得到了迅速发展,并且在多个领域上得到了应用。目前广泛应用的广义热弹性理论主要有 Lord-Shulman(L-S)理论与 Green-Lindsay(G-L)理论。这两个理论都考虑了多场耦合效应,同时也描述了热在介质中以有限的速度进行传播。

分数阶微积分已经成功的应用到许多物理模型当中,例如粘弹性、量子力学、热传导、电磁学等领域^[1-4]。为了研究广义热弹性理论解决问题的适用性,学者们将分数阶微积分引入了广义热弹性理论当中,即将分数阶微积分引入热传导方程,研究热应力下的中心对称问题;在广义热传导方程中引入 Riemann-Liouville 分数阶积分算子,并提出分数阶广义热弹性理论。基于这个理论,Abouelregal^[5]建立了分数阶广义热压电模型,并用以求解半无限压电介质的一维边界值问题;Povstenko^[6]采用拉氏变换及傅立叶积分变换的方法,解决了球体结构热应力问题;Abbas^[7]通过使用拉普拉斯变换和特征值方法,研究了基于球形空腔的无限介质中的分数阶

热弹性理论问题。Sherief 等^[8]提出了一个新的分数阶广义热弹性理论,热传导方程具体形式为

$$q_i + \tau_0 \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha} q_i = -k_{ij} T_{,j},$$

其中: q_i 为热流量分量; τ_0 为热松弛时间; $T_{,j}$ 为温度; k_{ij} 为热传导系数; α 为分数阶参数,取值为 $0 < \alpha \leq 1$ 。

根据这个理论,何天虎等^[9]研究了无限长实心圆柱体的广义电磁热弹问题的动态响应;Sherief 等^[8]研究了变化的热传导率对半无限大体的影响。

热弹性理论的分析通常是在假设与温度无关的材料特性下研究的,这限制了一定温度范围内解决问题的适用性。在高温下的材料特性参数如弹性模量、泊松比、热传导率和热膨胀系数等不再认为是常数,进而影响材料的热弹行为。材料的力学性质和热性能随温度变化而变化,因此考虑材料性质和温度的相关性变得十分有必要。何天虎等^[10-11]研究了具有温度相关性的半无限大体的二维热弹动态响应问题,及热冲击下空圆柱体的分数阶电磁热弹问题,且对材料特性参数随温度变化的电磁耦合问题进行了求解。

收稿日期:2017-05-16;修回日期:2017-09-14

基金项目:国家自然科学基金(11372123);甘肃省自然科学基金项目(148RJZA007)

作者简介:马永斌(1974-),男,甘肃靖远人,副教授,硕士生导师,研究方向为结构优化、多场耦合分析。E-mail:Myb_126@163.com

通信作者:彭玮,E-mail:1358912543@qq.com

根据 Sherief 等^[8]提出的分数阶热弹性理论考虑温度相关参数的影响,对热冲击下球形空腔无限大体的动态响应问题进行了研究,并且得到了无量纲温度、位移以及应力的分布规律,并对这些分布规律进行了研究和分析。

1 基本方程

不计内热源和体力,考虑均值各向同性热弹体,根据 Sherief 等^[8]提出的分数阶广义热弹性理论,控制方程具有如下形式:

运动方程:

$$\mu u_{i,jj} + (\lambda + \mu)u_{j,ij} - \gamma\theta_{,i} = \rho\ddot{u}_i, \quad (1)$$

热传导方程:

$$k\theta_{,ii} = \left(1 + \tau_0 \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\right) (\rho c_E \dot{\theta} + T_0 \gamma \dot{e}_{kk}), \quad (2)$$

本构方程:

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \delta_{ij}(\lambda e_{kk} - \gamma\theta), \quad (3)$$

应变-位移关系:

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (4)$$

其中: k 为热传导系数; σ_{ij} 为应力分量; θ 为温度增量; e_{ij} 为应变分量; u_i 为位移分量; τ_0 为热松弛时间; T_0 为初始温度; ρ 为密度; c_E 为常应变下的比热; $e = e_{kk}$ 为体积膨胀率; δ_{ij} 为 Kronecker 张量分量; $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_i$, 其中 λ, μ 为拉梅常数, α_i 为线性膨胀系数; 变量上方的点表示对时间导数, 下标的逗号以及后缀表示对空间坐标导数。

考虑半径为 a 的球形空腔无限大体, 空腔内表面受到了热冲击作用。采用球坐标系 (r, ϑ, φ) , 坐标原点在球形空腔中心处。并且考虑温度相关的特性参数, 可假定为

$$\begin{cases} \lambda = \lambda_0 f(T), \mu = \mu_0 f(T), \\ k = k_0 f(T), \gamma = \gamma_0 f(T), \end{cases} \quad (5)$$

其中: $\lambda_0, \mu_0, \gamma_0$ 和 k_0 是常数; $f(T)$ 是无量纲温度的函数:

$$f(T) = 1 - \alpha^* T, \quad (6)$$

其中: α^* 为材料经验常数, 当参考温度与弹性模量和热传导系数无关时, 取 $\alpha^* = 0$ 。在材料特性参数与温度无关的情况下, $f(T) = 1$ 。

在广义热弹性耦合理论中, 仅考虑了与参考温度的无穷小温度偏差。对于线性偏微分控制方程的

问题, 必须考虑到条件 $\frac{|T - T_0|}{T_0} \ll 1$, 给出 $f(T)$ 近似函数为

$$f(T) \approx 1 - \alpha^* T_0. \quad (7)$$

式(1)~式(3)可简化为

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda_0 + 2\mu_0)(1 - \alpha^* T_0) \frac{\partial e}{\partial r} - \\ &\gamma_0 (1 - \alpha^* T_0) \frac{\partial \theta}{\partial r}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} k_0 (1 - \alpha^* T_0) \nabla^2 \theta &= \left(1 + \tau_0 \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\right) \cdot \\ &[\rho c_E \dot{\theta} + T_0 \gamma_0 (1 - \alpha^* T_0) \dot{e}], \end{aligned} \quad (9)$$

$$\sigma_{rr} = (1 - \alpha^* T_0) \left[2\mu_0 \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda_0 e - \gamma_0 \theta \right], \quad (10)$$

$$\sigma_{\vartheta\vartheta} = \sigma_{\varphi\varphi} = (1 - \alpha^* T_0) \left[2\mu_0 \frac{u}{r} + \lambda_0 e - \gamma_0 \theta \right], \quad (11)$$

其中: e 为体积膨胀率; ∇^2 为拉普拉斯算子, 具体表达式为

$$\begin{cases} e = e_{kk} = \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 u)}{\partial r}, \\ \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r}. \end{cases} \quad (12)$$

为了方便计算取如下无量纲变量:

$$\begin{cases} r^* = c_0 \eta r, u^* = c_0 \eta u, \sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} / (\lambda_0 + 2\mu_0), \\ t^* = c_0^2 \eta t, \tau_0^* = c_0^2 \eta \tau_0, \eta = \rho c_E / k, \\ \theta^* = \gamma_0 \theta / (\lambda_0 + 2\mu_0), c_0^2 = (\lambda_0 + 2\mu_0) / \rho. \end{cases} \quad (13)$$

经无量纲化处理, 式(8)~式(11)具有如下形式:

$$\xi \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad (14)$$

$$\nabla^2 \theta = \left(1 + \tau_0 \frac{\partial^\alpha}{\partial t^\alpha}\right) \left(\dot{\theta} + \frac{\epsilon}{\xi} \dot{e}\right), \quad (15)$$

$$\xi \sigma_{rr} = e - \frac{4}{\beta^2} \frac{u}{r} - \theta, \quad (16)$$

$$\xi \sigma_{\vartheta\vartheta} = \xi \sigma_{\varphi\varphi} = \left(1 - \frac{2}{\beta^2}\right) e + \frac{2}{\beta^2} \frac{u}{r} - \theta, \quad (17)$$

其中: $\beta^2 = \frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\mu_0}, \epsilon = \frac{\gamma_0^2 T_0}{\rho^2 c_E c_0^2}, \xi = \frac{1}{1 - \alpha^* T_0}$ 。

2 拉普拉斯域方程求解

通过 Riemann-Liouville 拉普拉斯变换式

$$L[I^n F(t)] = \frac{1}{s^n} L[F(t)], n > 0 \quad (18)$$

应用于式(14)~式(17), 可得

$$\xi s^2 \bar{u} = \frac{\partial \bar{e}}{\partial r} - \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial r}, \quad (19)$$

$$\nabla^2 \bar{\theta} = (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) \bar{\theta} + \frac{\epsilon}{\xi} (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) \bar{e}, \quad (20)$$

$$\xi \bar{\sigma}_{rr} = \bar{e} - \frac{4}{\beta^2} \frac{\bar{u}}{r} - \bar{\theta}, \quad (21)$$

$$\xi \bar{\sigma}_{\theta\theta} = \xi \bar{\sigma}_{\varphi\varphi} = \left(1 - \frac{2}{\beta^2}\right) \bar{e} + \frac{2}{\beta^2} \frac{\bar{u}}{r} - \bar{\theta}. \quad (22)$$

对式(19)运用微分算子 $\nabla = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{2}{r}$, 可得

$$(\nabla^2 - s^2 \xi) \bar{e} = \nabla^2 \bar{\theta}. \quad (23)$$

由式(20)和式(23)可以得到

$$m_{1,2} = \sqrt{\frac{(s + \tau_0 s^{\alpha+1}) + \frac{\epsilon}{\xi} (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) + s^2 \xi \pm \sqrt{\left[(s + \tau_0 s^{\alpha+1}) + \frac{\epsilon}{\xi} (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) + s^2 \xi\right]^2 - 4(s + \tau_0 s^{\alpha+1}) s^2 \xi}}{2}}. \quad (24)$$

通过对式(25)求解, 可得 \bar{e} 和 $\bar{\theta}$ 的解的表达式分别为

$$\bar{e}(r, s) = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{i=1}^2 B'_i(s) K_{1/2}(m_i r), \quad (27)$$

$$\bar{\theta}(r, s) = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{i=1}^2 B_i(s) K_{1/2}(m_i r), \quad (28)$$

其中: $B_i, B'_i (i=1, 2)$ 为 s 相关的待定参数; $K_{1/2}$ 是修正的第 2 类 Bessel 函数, 由式(23)、式(27)和式(28)可得

$$B'_i(s) = \frac{m_i^2}{m_i^2 - s^2 \xi} B_i(s), \quad (29)$$

带入式(27)可以得到

$$\bar{e}(r, s) = \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{i=1}^2 \frac{m_i^2}{m_i^2 - s^2 \xi} K_{1/2}(m_i r) B_i(s), \quad (30)$$

由式(12)和式(27)可得

$$\bar{u}(r, s) = -\frac{1}{\sqrt{r}} \sum_{i=1}^2 \frac{B_i(s) K_{3/2}(m_i r)}{m_i}, \quad (31)$$

将式(28)、式(30)和式(31)分别带入式(21)和式(22), 可得

$$\bar{\sigma}_{rr}(r, s) = (1/\sqrt{r}) \sum_{i=1}^2 [B_i(s)/(m_i^2 - s^2 \xi)] \cdot \left[s^2 \xi k_{1/2}(m_i r) + \frac{4m_i}{\beta^2 r} K_{3/2}(m_i r) \right], \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\theta\theta}(r, s) = \bar{\sigma}_{\varphi\varphi}(r, s) = \\ (1/\sqrt{r}) \sum_{i=1}^2 [B_i(s)/(m_i^2 - s^2 \xi)] \cdot \\ \left[\left(s^2 \xi - \frac{2m_i^2}{\beta^2} \right) K_{1/2}(m_i r) - \frac{2m_i}{\beta^2 r} K_{3/2}(m_i r) \right]. \quad (33) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \nabla^4 - \nabla^2 \left[(s + \tau_0 s^{\alpha+1}) \left(1 + \frac{\epsilon}{\xi} \right) + s^2 \xi \right] + \\ s^2 \xi (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) \end{aligned} \right\} (\bar{e}, \bar{\theta}) = 0. \quad (24)$$

式(24)可以分解为

$$(\nabla^2 - m_1^2) (\nabla^2 - m_2^2) (\bar{e}, \bar{\theta}) = 0, \quad (25)$$

其中: m_1 和 m_2 是如下特征方程的根:

$$\begin{aligned} m^4 - m^2 \left[(s + \tau_0 s^{\alpha+1}) \left(1 + \frac{\epsilon}{\xi} \right) + s^2 \xi \right] + \\ s^2 \xi (s + \tau_0 s^{\alpha+1}) = 0. \quad (26) \end{aligned}$$

通过方程的求根公式, 可得 m_1 和 m_2 为

拉式域中的边界条件为

$$\bar{\sigma}_{rr}(a, s) = \sigma_0/s, \quad (34)$$

$$\bar{\theta}(a, s) = \theta_0/s, \quad (35)$$

球腔内表面受到热冲击、应力冲击的作用, 其中 σ_0 、 θ_0 为常数。

将式(28)以及式(32)分别带入边界条件(34)和条件(35)中, 可得

$$\sum_{i=1}^2 B_i(s) K_{1/2}(m_i a) = \theta_0 \sqrt{a}/s, \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \frac{B_i(s)}{m_i^2 - s^2 \xi} \cdot [K_{1/2}(m_i a) s^2 \xi + K_{3/2}(m_i a) \cdot \\ 4m_i/\beta^2 a] = \sigma_0 \sqrt{a}/s. \quad (37) \end{aligned}$$

通过求解线性方程(36)、方程(37), 分别得到参数 $B_1(s)$ 和 $B_2(s)$ 为

$$B_1(s) = \frac{\sigma_0 \sqrt{a} C_4 - \theta_0 \sqrt{a} C_2}{s C_1 C_4 - s C_2 C_3}, \quad (38)$$

$$B_2(s) = \frac{\theta_0 \sqrt{a} C_1 - \sigma_0 \sqrt{a} C_3}{s C_1 C_4 - s C_2 C_3}, \quad (39)$$

其中: C_1, C_2, C_3, C_4 分别表示为

$$C_1 = \frac{s^2 \xi k_{1/2}(m_1 a) + \frac{4m_1}{\beta^2 a} K_{3/2}(m_1 a)}{m_1^2 - s^2 \xi}, \quad (40)$$

$$C_2 = \frac{s^2 \xi k_{1/2}(m_2 a) + \frac{4m_2}{\beta^2 a} K_{3/2}(m_2 a)}{m_2^2 - s^2 \xi}, \quad (41)$$

$$C_3 = K_{1/2}(m_1 a), \quad (42)$$

$$C_4 = K_{1/2}(m_2 a). \quad (43)$$

3 数值结果及分析

在计算中,球形空腔无限大体采用了铜质材料,材料特性参数如下:

$$\lambda = 7.76 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}, \mu = 3.86 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$\alpha_t = 1.78 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}, \eta = 8\ 886.73 \text{ s} \cdot \text{m}^{-2},$$

$$\rho = 8\ 954 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, c_E = 383.1 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K},$$

$$T_0 = 293 \text{ K}^{-1}, k = 386 \text{ N} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}, \tau_0 = 0.01,$$

$$\theta_0 = 1, \sigma_0 = 1, \alpha^* = 0.000\ 5 \text{ K}^{-1}.$$

在数值计算中,考虑温度相关参数 ξ 对球形空腔无限大体的影响。当分数阶参数保持不变时,分析温度相关参数 $\xi=0.5, \xi=1.0$ 和 $\xi=1.5$ 对无量纲温度、位移以及应力的影响。由于基于 Sherief 等^[8]的广义热弹理论 α 的取值范围是 $0 < \alpha \leq 1$, 所以讨论 $\alpha=1$ 和 $\alpha=0.25$ 时,不同的温度相关参数 ξ 对各物理量的影响。并且针对 $\alpha=1$ 和 $\alpha=0.25$ 时,分数阶参数对物理量的影响进行分析。计算得到的无量纲化的温度、位移、环向应力和径向应力如图 1~图 4 所示。

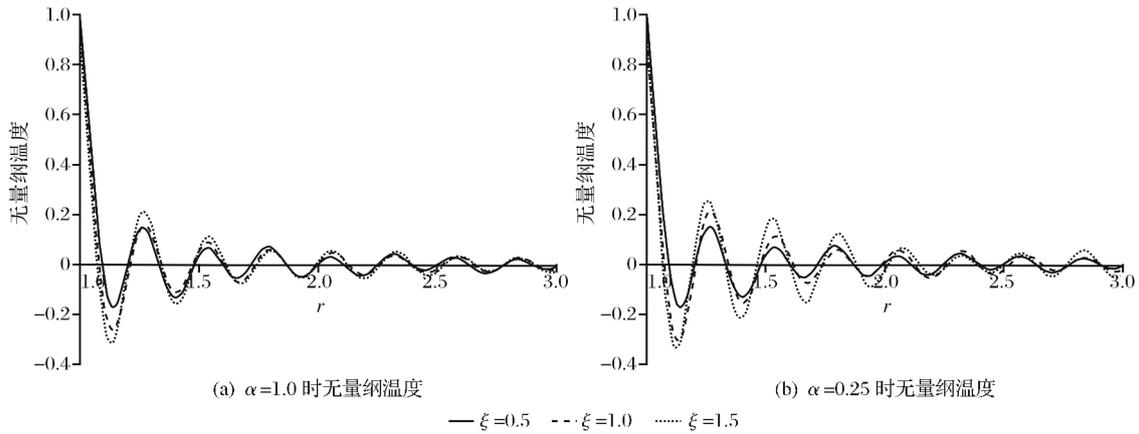


图 1 无量纲温度的分布

Fig.1 Temperature distribution without dimension

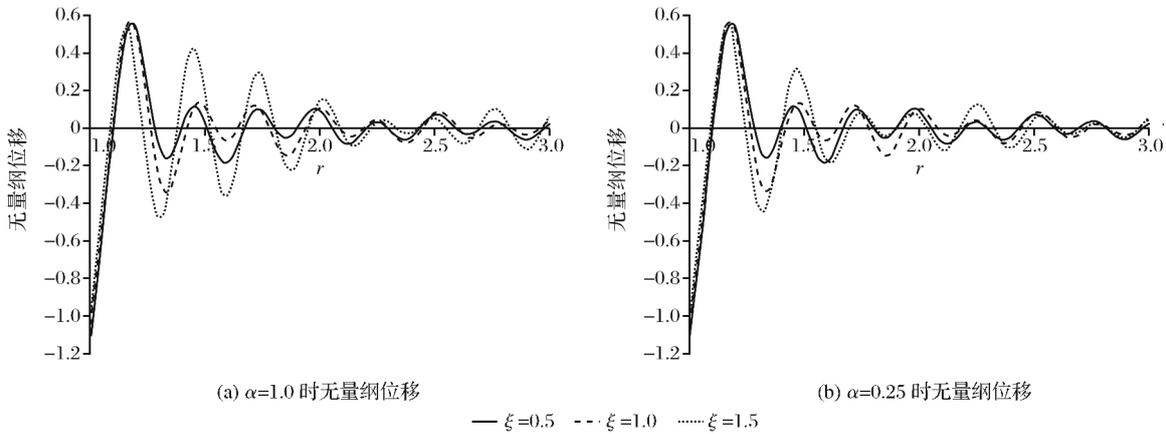


图 2 无量纲位移的分布

Fig.2 Displacement distribution without dimension

图 1 显示了无量纲化的温度在温度相关参数变化时的分布规律。从图 1(a)和图 1(b)中可以看出,由于球腔内表面受到热冲击作用,热扰动从球腔内表面开始传递到外表面,并且其温度值随着半径的增加由 1 逐步减小为 0,这与球腔内表面施加的热冲击是一致的。当温度相关参数增加时,在 $r=1$ 内表面附近时无量纲温度呈减小趋势。从图 1(a)和

图 1(b)比较可以看出,随着分数阶参数的增加,无量纲温度在减小。

图 2 显示了无量纲化的位移在温度相关参数变化时的分布规律。从图 2(a)和图 2(b)中可以看出,在球腔内表面受到了热冲击作用而产生了膨胀变形,因此产生了位移。当温度相关参数增加时,在 $r=1$ 内表面附近时无量纲位移呈减小趋势。随着

半径的增加无量纲位移呈波动变化,最后无量纲位移趋于 0。由图 2(a)和图 2(b)比较可以看出,随着分数阶参数的增加,无量纲位移在增大。

图 3 显示了无量纲化的环向应力在温度相关性参数变化时的分布规律。从图 3(a)和图 3(b)中可以看出,在球腔内表面受到热冲击作用而产生了膨

胀变形,因此产生了环向应力。当温度相关参数增加时,在 $r=1$ 内表面附近时无量纲环向应力呈减小趋势。随着半径的增加无量纲环向应力呈波动变化,最后无量纲环向应力趋于 0。由图 3(a)和图 3(b)比较可以看出,随着分数阶参数的增加,无量纲环向应力在减小。

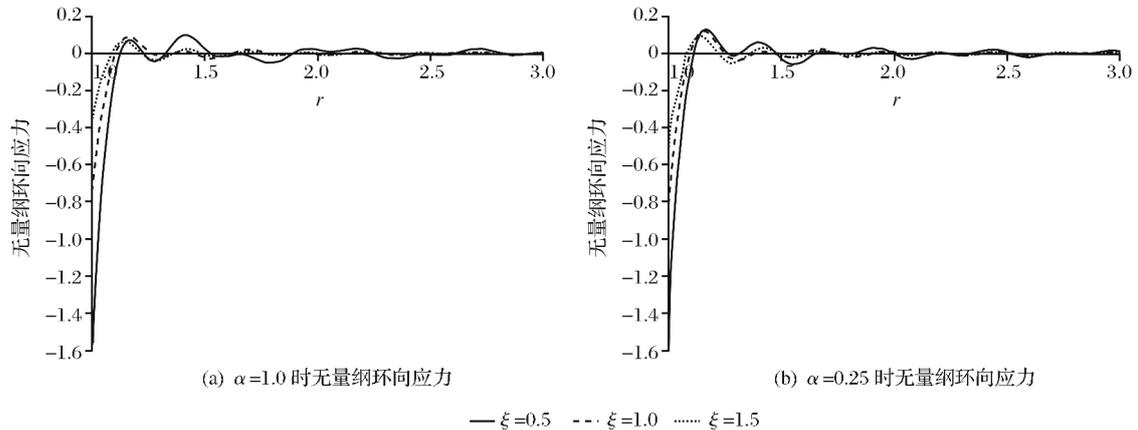


图 3 无量纲环向应力的分布

Fig.3 Circumferential stress distribution without dimension

图 4 显示了无量纲化的径向应力在温度相关性参数变化时的分布规律。从图 4(a)和图 4(b)中可以看出,由于球腔内表面受到应力冲击,径向应力从 1 开始变化,这符合应力边界条件。当温度相关参数

增加时,在 $r=1$ 内表面附近时无量纲径向应力呈减小趋势。随着半径的增加无量纲径向应力呈波动变化,最后无量纲径向应力趋于 0。从由图 4(a)和图 4(b)比较可以看出,随着分数阶参数的增加,无

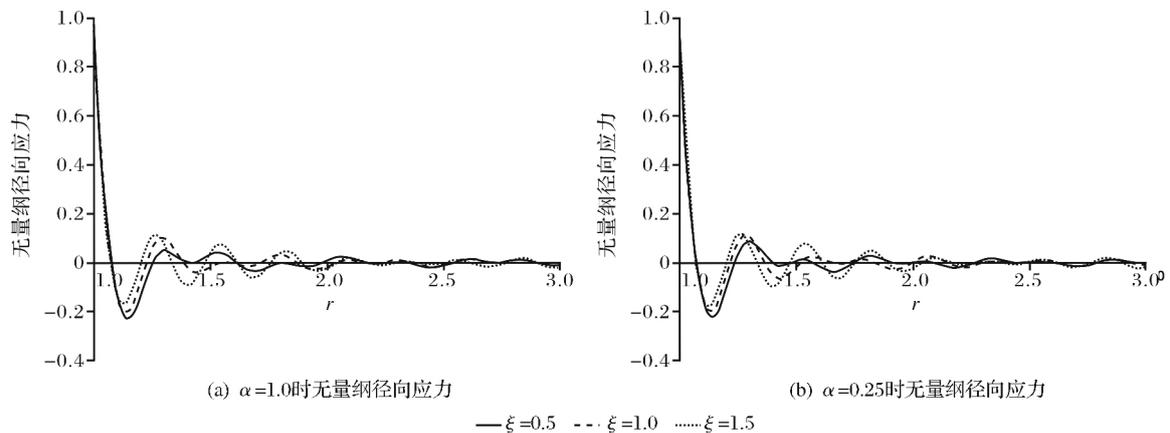


图 4 无量纲径向应力的分布

Fig.4 Radial stress distribution without dimension

量纲径向应力在减小。

4 结论

基于 Sherief 等^[8]提出的广义热弹理论,考虑温度相关性研究了热冲击下球形空腔无限大体的动态响应问题。由研究结果可以得到以下结论:

(1)温度相关参数对各物理量的分布规律有着不同程度的影响,随着温度相关参数的增加,各物理量的幅值都有不同程度的降低。当温度相关参数变化时,在球形空腔无限大体内发生了磁滞现象。

(2)分数阶参数不同,无量纲温度,位移和应力变化趋势不同,因此分数阶参数对所涉及到的物理

量都有不同程度的影响。在球腔无限大体内,随着分数阶参数的增加,位移在增大。温度与应力都有不同程度的减少。

(3)在球形空腔内边缘处的温度相关参数影响明显,无限大体内(离内边缘越远处)温度相关参数影响逐渐减弱。

参考文献:

- [1] Ezzat M A, El-Karamany A S, El-Bary A A, *et al.* Fractional Calculus in One-dimensional Isotropic Thermo-viscoelasticity [J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2013, 341(7): 553-566.
- [2] Guerrero A, Moreles M A. On the Numerical Solution of the Eigenvalue Problem in Fractional Quantum Mechanics [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015, 20(2): 604-613.
- [3] Wang Y Z, Liu D, Wang Q, *et al.* Fractional Order Theory of Thermoelasticity for Elastic Medium with Variable Material Properties [J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2015, 38(6): 682-692.
- [4] Godínez F A, Chávez O, García A, *et al.* A Space-fractional Model of Thermo-electromagnetic Wave Propagation in Anisotropic Media [J]. *Applied Thermal Engineering*, 2016, 93: 529-536.
- [5] Abouelregal A E. Fractional Order Generalized Thermo-piezoelectric Semi-infinite Medium with Temperature-dependent Properties Subjected to a Ramp Type Heating [J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2011, 34: 1139-1155.
- [6] Povstenko Y Z. Dirichlet Problem for Time-fractional Radial Heat Conduction in a Sphere and Associated Thermal Stresses [J]. *Journal of Thermal Stresses*, 2011, 34: 51-67.
- [7] Abbas I A. Eigenvalue Approach on Fractional Order Theory of Thermoelastic Diffusion Problem for an Infinite Elastic Medium with a Spherical Cavity [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2015, 39(20): 6196-6206.
- [8] Sherief H H, Abd Ellatif A M. Effect of Variable Thermal Conductivity on a Half-space under the Fractional Order Theory of Thermoelasticity [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013, 74: 185-189.
- [9] 何天虎, 李林. 分数阶热弹性理论下的广义电磁热弹问题 [J]. *兰州理工大学学报*, 2016, 42(2): 167-172.
- [10] 何天虎, 赵嘉琪, 史拴虎. 特性参数与温度相关的二维广义热弹问题的动态响应 [J]. *甘肃科学学报*, 2017, 29(1): 4-10.
- [11] 何天虎, 徐业守, 李林. 温度相关中空柱的分数阶电磁热弹问题研究 [J]. *甘肃科学学报*, 2015, 27(3): 1-7.

Generalized Thermal Elastic Problem of Ball Cavity Which Material Characteristics Parameter Changes with Different Temperature

Ma Yongbin, Peng Wei

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract According to fractional order generalized thermal elastic theory, thermal shock dynamic response applied to spherical cavity which is related to temperature was analyzed. Elasticity modulus and pyroconductivity are linear function of temperature. Control equation based on fractional order thermal elastic theory is solved by Laplace transform to get distribution rule of temperature without dimensional, displacement, circumferential stress and radial stress. The result shows that fractional order parameter has different influence on related physical quantity, the amplitude of parameter related to temperature for each physical quantity have a different degree of reduction.

Key words Fractional order; Generalized thermal elastic theory; Temperature correlation; Thermal shock; Spherical cavity