

# 双涡圈涡旋压缩机完全啮合型线修正理论研究

王 君 刘振全

(兰州理工大学石油化工学院 兰州 730050)

**摘要:** 创建了双涡圈渐开线型线能实现完全啮合的修正方法, 得到了该修正涡旋齿的生成方法、齿形特点和修正齿头各修正参数之间的通用关系式及修正圆弧方程。推导出了修正涡旋齿轴向投影面积的精确计算公式, 提出了任意曲轴转角下的压缩腔容积的计算方法, 分析了各修正参数对修正涡旋齿性能如压缩比和齿头强度等的影响。研究表明: 只须确定修正展角  $\phi$ , 即可确定修正涡旋齿头的齿形和其它各修正参数的数值; 随着  $\phi$  取值的增加, 压缩比减小, 涡旋齿头增厚, 因而其强度增加。

**关键词:** 涡旋压缩机 双涡圈型线 完全啮合修正 几何理论

**中图分类号:** TH45

## 符 号

$\phi$ ——修正展角(rad)	$\lambda$ ——圆弧中心角(rad)	$S$ ——面积(mm <sup>2</sup> )
$R_b$ ——基圆半径(mm)	$\beta$ ——底角(rad)	$\phi_c$ ——涡圈中心渐开线最终展角(rad)
$\alpha$ ——渐开线发生角(rad)	$R_d$ ——大圆弧半径(mm)	$\theta$ ——曲轴转角(rad)
$R_{or}$ ——曲轴回转半径(mm)	$R_x$ ——小圆弧半径(mm)	
$\gamma$ ——修正角(rad)	$\varepsilon$ ——角度变量(rad)	

## 0 前言

随着涡旋压缩机应用领域的逐渐扩大, 对压缩机排气量的要求也相应提高。对于以往的单涡圈涡旋压缩机, 提高排气量将带来整机尺寸增加和动静涡旋盘滑动面摩擦速度增大, 进而使得摩擦功耗增加, 机械效率下降<sup>[1]</sup>。采用双涡圈型线是提高排气量最为有效可行的办法。当排气量超过 1.5 m<sup>3</sup>/min 时, 在相同的外形尺寸和主轴转速下, 双涡圈涡旋压缩机的排气量比单涡圈提高 50%~80%; 若排气量和转速相同, 双涡圈压缩机的曲轴回转半径及动静涡旋盘滑动面摩擦速度比单涡圈降低 30%~50%, 这将有利于减小磨损和实现无油润滑。然而双涡圈型线也存在着如下缺点: 型线圈数少, 因而内容积比小, 压缩比小, 在相同的外形尺寸下, 双涡圈比单涡圈的内容积比减小 30%~60%; 加工双涡圈型线时, 型线始端与加工刀具的干涉现象更为严重。采用双涡圈型线修正能有效解决以上问题, 因此双涡圈型线修正比单涡圈型线修正具有更加重要的意义, 尤其是能够实现完全啮合的型线修正, 它能最大程度的提高压缩比, 是研究和开发大排气量涡旋压缩机的一个重要的课题。

有关单涡圈型线修正的文献很多, 但是研究双

涡圈型线修正的文献甚少, 参考文献[2]用双圆弧加线段修正双涡圈涡旋齿, 由于线段部分无法实现啮合, 没有形成完全啮合的修正型线。深入研究了双涡圈型线在工作啮合时的特点, 提出了圆弧线作为双涡圈啮合型线的条件, 创建了能实现完全啮合的双涡圈型线修正理论。

## 1 双涡圈型线修正的基本理论

### 1.1 圆弧线作为双涡圈完全啮合型线的条件

在动静式双涡圈渐开线型线涡旋压缩机中, 动静涡旋盘上都有形状相同且相位相差  $\pi$  角的 2 条涡旋齿, 在工作啮合时, 4 条形状完全相同的涡旋齿, 其相位依次相差  $\pi/2$  角, 首尾依次相啮合形成了 4 组月牙形压缩腔。

型线修正是在型线始端用一对大小圆弧线与渐开线相连接以构成能实现完全啮合的修正涡旋齿型线。经研究得知, 大小圆弧线能作为双涡圈完全啮合型线必须满足以下条件: ①一阶连续条件: 圆弧线与渐开线光滑连接<sup>[3]</sup>。②啮合条件: 两圆弧之间能够正确完全的啮合, 对于单个涡旋齿只需满足外侧型线上的小圆弧所在的扇形绕其基圆圆心旋转  $\pi/2$  角后, 所形成的扇形与内侧型线上的大圆弧所在的扇形能够同圆心, 共始边和终边。③大小圆弧相交条件: 两圆弧必相交且其交点是涡旋齿上的最终啮合点<sup>[4,5]</sup>。

20040526 收到初稿, 20040930 收到修改稿

### 1.2 双涡圈完全啮合的型线修正方法

如图1所示,以基圆圆心O为原点建立坐标系,以静涡旋上的右侧涡旋齿为例;取定 $\phi$ 后,在外侧和内侧渐开线上取中线展角为 $\phi$ 和 $\phi+\pi/2$ 的两点C和D,分别过这两点作基圆的切线CE和DF;计算出 $R_x$ 和 $R_d$ 的大小(计算公式在以下给出),在两切线上找出两圆弧的圆心点A和B,分别以A和B两点为圆心,以C和D两点为起点,作圆弧 $\widehat{CG}$ 和 $\widehat{DG}$ ,使得两圆弧满足第1.1节中的条件②,两圆弧相交于G点;圆弧 $\widehat{CG}$ 和 $\widehat{DG}$ 为修正圆弧。

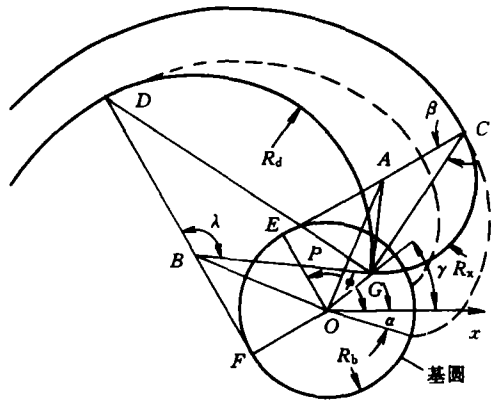


图1 双涡圈型线始端圆弧修正

### 1.3 修正参数间的关系式和修正圆弧方程

修正涡旋齿头有6个修正参数： $\phi$ 、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 、 $\beta$ 、 $R_d$ 和 $R_x$ ,如图1所示。其中 $\phi$ 是在修正之前取定的,其他5个修正参数随后加以确定。修正涡旋齿生成方法遵守圆弧作为双涡圈完全啮合型线的3个条件,因而可得 $\triangle AGC$ 和 $\triangle BGD$ 相似,且三条对应边分别相垂直; $\triangle AEO$ 和 $\triangle BFO$ 全等,且三条对应边分别相垂直; $\angle ACG = \angle AGC = \angle BDG = \angle BGD = \beta$ ,  $\angle CAG = \angle DBG = \lambda$ ,  $AC = AG = R_x$ ,  $BD = BG = R_d$ 。

根据双涡圈型线的几何关系<sup>[1]</sup>有

$$R_{or} = R_b(\pi/2 - 2\alpha) \tag{1}$$

由于 $EA = FB$ , 所以有

$$R_b(\phi + \alpha) - R_x = R_b(\phi + \pi/2 - \alpha) - R_d$$

整理得

$$R_d - R_x = R_{or} \tag{2}$$

又因为 $EA = R_b(\phi + \alpha) - R_x$ , 在直角 $\triangle EOA$ 中有 $OA = \sqrt{OE^2 + EA^2} = \sqrt{R_b^2 + [R_b(\phi + \alpha) - R_x]^2}$ , 在直角 $\triangle OBA$ 中有 $OB = OA$ , 所以得 $AB^2 = 2OA^2$ ; 在直角 $\triangle GAB$ 中有 $AB^2 = AG^2 + BG^2 = R_x^2 + R_d^2$ , 所以得 $R_d^2 + R_x^2 = 2R_b^2 + 2[R_b(\phi + \alpha) - R_x]^2$ 。将式(2)代入上式并整理得

$$R_x = \frac{R_b}{\pi + 4\phi} \left( 2 + 2\phi^2 - 2\alpha^2 + 4\phi\alpha - \frac{\pi^2}{4} + 2\alpha\pi \right) \tag{3}$$

又由于C、D是渐开线上的点, 其坐标为

$$\begin{cases} x_C = R_b[\cos\phi + (\phi + \alpha)\sin\phi] \\ y_C = R_b[\sin\phi - (\phi + \alpha)\cos\phi] \end{cases} \tag{4}$$

$$\begin{cases} x_D = R_b[\cos(\phi + \pi/2) + (\phi + \pi/2 - \alpha)\sin(\phi + \pi/2)] \\ y_D = R_b[\sin(\phi + \pi/2) - (\phi + \pi/2 - \alpha)\cos(\phi + \pi/2)] \end{cases} \tag{5}$$

在直角 $\triangle GCD$ 中有 $DC^2 = GC^2 + GD^2$ , 而 $DC = \sqrt{(y_D - y_C)^2 + (x_D - x_C)^2}$ ,  $GC = 2R_x \cos\beta$ ,  $GD = 2R_d \cos\beta$ , 将式(4)和(5)代入以上式中整理得 $R_b^2[(\phi + \pi/2 - \alpha - 1)^2 + (\phi + \alpha + 1)^2] = 4(R_d^2 + R_x^2)\cos^2\beta$  又由于 $\beta \in (0, \pi/2)$ , 所以有

$$\beta = \arccos \left( \frac{R_b}{2(R_d^2 + R_x^2)^{1/2}} [(\phi + \pi/2 - \alpha - 1)^2 + (\phi + \alpha + 1)^2]^{1/2} \right) \tag{6}$$

根据三角形内角关系有

$$\lambda = \pi - 2\beta \tag{7}$$

又因为 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形, 有 $\angle OGB = \angle OAB = \pi/4$ , 根据几何关系有 $\angle OPB = \angle OGB + \angle GOE$ , 代入角度并整理得

$$\gamma = \phi - \lambda + \pi/4 \tag{8}$$

B、A和G三点的坐标为

$$\begin{cases} x_B = R_b[\cos(\phi + \pi/2) + (\phi + \alpha - R_x/R_b)\sin(\phi + \pi/2)] \\ y_B = R_b[\sin(\phi + \pi/2) - (\phi + \alpha - R_x/R_b)\cos(\phi + \pi/2)] \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} x_A = R_b[\cos\phi + (\phi + \alpha - R_x/R_b)\sin\phi] \\ y_A = R_b[\sin\phi - (\phi + \alpha - R_x/R_b)\cos\phi] \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} x_G = \frac{\sqrt{2}}{2} R_{or} \cos\gamma \\ y_G = \frac{\sqrt{2}}{2} R_{or} \sin\gamma \end{cases} \tag{11}$$

修正圆弧的方程为

$$\widehat{GC}: \begin{cases} x = x_A + R_x \cos\varepsilon \\ y = y_A + R_x \sin\varepsilon \end{cases} \quad \varepsilon \in [\phi - \lambda - \pi/2, \phi - \pi/2] \tag{12}$$

$$\widehat{DG}: \begin{cases} x = x_B + R_d \cos\varepsilon \\ y = y_B + R_d \sin\varepsilon \end{cases} \quad \varepsilon \in [\phi - \lambda, \phi] \tag{13}$$

式(2)、(3)、(6)、(7)和式(8)为6个修正参数之

间的关系式，这 5 个方程相互独立，因此 6 个修正参数之中只有一个独立的变量。式(9)、(10)、(4)、(5)和式(11)为 2 个圆心点和 3 个连接点的坐标。以上公式可用于双涡圈型线修正的设计计算，且都可以表示成  $\phi$  的显函数形式。通过以上分析可知，按照以上方法得到的修正涡旋齿在工作中能够正确的完全啮合，图 2 为修正涡旋齿的啮合图。

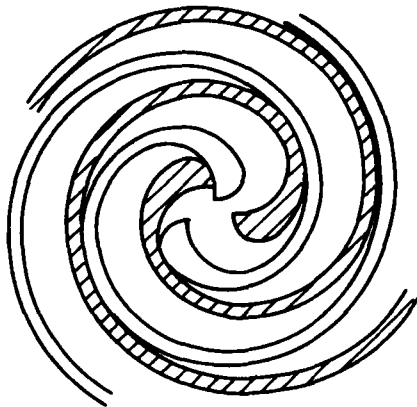


图 2 修正涡旋齿的啮合图

## 2 修正涡旋齿的几何理论

### 2.1 修正涡旋齿的轴向投影面积

如图 3 所示，修正涡旋齿是由 2 条渐开线和 2 条圆弧线组成的。

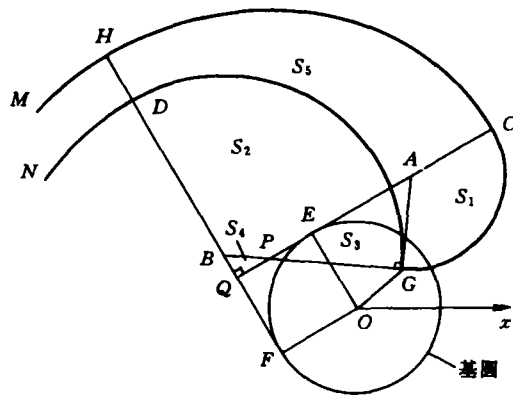


图 3 修正涡旋齿的面积分块

以下将利用一种面积分块法来推导修正涡旋齿轴向投影面积的计算公式，这种方法是：将整个涡旋齿分为渐开线齿  $MHDN$  (其面积记作  $S_j$ ) 和渐开线圆弧齿  $HCGD(S_x)$  两部分；将渐开线圆弧齿分为 5 个部分：扇形  $AGC(S_1)$ 、扇形  $BGD(S_2)$ 、直角  $\triangle GAP(S_3)$ 、直角  $\triangle QPB(S_4)$  和渐开线扇形  $QCHQ(S_5)$ 。对于不同  $\phi$  数值下的双涡圈型线修正，修正涡旋齿都可按以上方法进行分块，且每个子块的图形简单、面积易求，整个修正涡旋齿的轴向投影面积为

$$S = S_x + S_j = S_1 - S_2 + S_3 - S_4 + S_5 + S_j \quad (14)$$

各子块的面积分别为

$$S_1 = \frac{1}{2} \lambda R_x^2 \quad (15)$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \lambda R_d^2 \quad (16)$$

$$S_3 = \frac{1}{2} R_x^2 \tan 2\beta \quad (17)$$

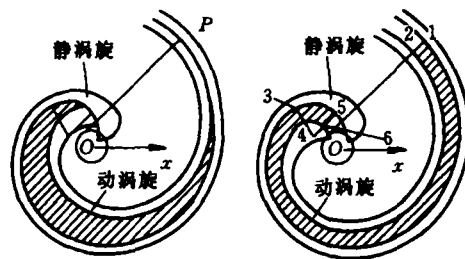
$$S_4 = \frac{1}{2} (R_d - R_x \tan 2\beta)^2 \sin 2\beta \cos 2\beta \quad (18)$$

$$S_5 = \frac{1}{6} R_b^2 [(\phi + \alpha + \pi/2)^3 - (\phi + \alpha)^3] - R_b^2 (1 - \pi/4) \quad (19)$$

$$S_j = \frac{1}{6} R_b^2 [(\phi_c + \alpha)^3 - (\phi_c - \alpha)^3 - (\phi + \alpha + \pi/2)^3 + (\phi - \alpha + \pi/2)^3] \quad (20)$$

### 2.2 单个压缩腔容积

修正涡旋齿在啮合时所形成的月牙形压缩腔在不同的曲轴转角下，时而由渐开线和圆弧线组成，时而仅由渐开线组成。当圆弧线不处于啮合时，月牙形压缩腔仅由 2 条渐开线组成，其容积由渐开线的几何理论即可求得；当圆弧线处于啮合时，最内部的月牙形压缩腔由 2 条渐开线和 2 条圆弧线组成，如图 4a 中的阴影部分所示，其面积的大小与图 4b 中的阴影部分相同，图 4b 中的动涡旋处于其回转中心的位置。



(a) 工作位置 (b) 回转中心位置

图 4 压缩腔投影面积

设外啮合点  $P$  在静涡旋内侧渐开线上的中线展角为  $\phi$ ，则压缩腔的投影面积为渐开线扇形部分(1342)与圆扇环形部分(3564)的面积之和，压缩腔容积为压缩腔投影面积乘以齿高，由渐开线和圆弧线组成的压缩腔投影面积  $S_c$  为

$$S_c = \frac{1}{6} R_b^2 \left[ (\phi - \alpha)^3 - \left( \phi - \frac{\pi}{2} + \alpha \right)^3 \right] - \frac{1}{6} R_b^2 \left[ \left( \phi + \frac{\pi}{2} - \alpha \right)^3 - (\phi + \alpha)^3 \right] + \frac{1}{2} (R_d^2 - R_x^2) \left[ \phi + \frac{\pi}{2} - (\phi - 2\pi) \right] \quad (21)$$

由于啮合点的中线展角与曲轴转角之间存在如下关系： $\Phi = \theta + \pi/2$ ，因而不同曲轴转角下的压缩腔容积均可确定。

### 3 双涡圈型线修正结果分析

#### 3.1 $\phi$ 、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 和 $\beta$ 之间的关系及其影响因素

在4个角度修正参数 $\phi$ 、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 和 $\beta$ 中， $\gamma$ 决定最小排气角 $\theta_{\min}^*$  ( $\theta_{\min}^* = 2\pi + \gamma$ )和最大压缩比的大小， $\gamma$ 越小， $\theta_{\min}^*$ 越小，最大压缩比越大； $\phi$ 决定圆弧线的所在位置， $\phi$ 越大，修正涡旋齿始端圆弧线的位置越向外； $\beta$ 越小， $\lambda$ 越大，圆弧线在啮合过程中曲轴转过的角度越大；反之亦然。4个角度的取值范围分别为： $\phi \in (-\pi/4, \infty)$ ， $\gamma \in (\gamma_{\min}, \infty)$ ， $\lambda \in (0, \pi)$ ， $\beta \in (0, \pi/2)$ 。4个角度之间的关系如图5所示，可见随着 $\phi$ 的增大， $\lambda$ 单调增加， $\beta$ 单调减小， $\gamma$ 先减小后增加。当 $\phi = \phi_0 = 4.31771^\circ$ 时，修正角最小为 $\gamma = \gamma_{\min} = -10.68229^\circ$ ， $\lambda$ 和 $\beta$ 都为 $\pi/3$ 。

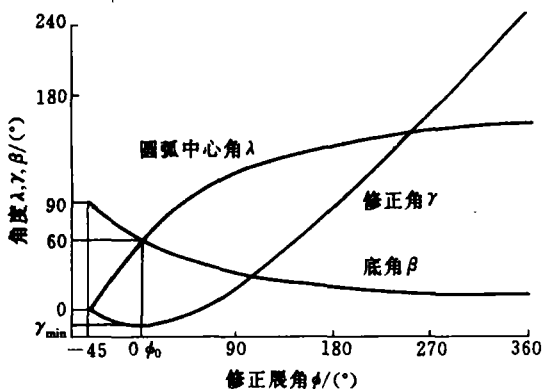


图5  $\phi$ 、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 和 $\beta$ 之间关系图

#### 3.2 修正参数对涡旋齿轴向投影面积的影响

修正涡旋齿是中线展角在 $[0, \phi + \pi/2]$ 内，由原渐开线齿变为渐开线圆弧齿。为了更好地描述修正参数对涡旋齿投影面积的影响，定义了修正面积系数 $\rho$ ， $\rho$ 是修正后的渐开线圆弧齿面积与有其相同中线展角范围的未修正的渐开线涡旋齿面积之比

$$\rho = \frac{S_x}{S[0, \phi + \pi]} \quad (22)$$

式中 $S[0, \phi + \pi]$ 为中线展角在 $[0, \phi + \pi]$ 之间的渐开线齿的轴向投影面积。因此整个修正涡旋齿的轴向投影面积 $S$ 即为

$$S = S[0, \phi + \pi] \rho + S[\phi + \pi, \phi_c] \quad (23)$$

$\rho$ 的大小表示修正涡旋齿头投影面积的变化情

况。 $\rho$ 是修正参数和 $\alpha$ 的函数，与 $R_b$ 无关。图6为在不同 $\alpha$ 下的 $\rho$ 和 $\phi$ 之间的关系图，可见 $\rho$ 在绝大部分范围内是大于1的，这表明修正后涡旋齿的投影面积是增加的( $\alpha$ 和 $\phi$ 都很小的情况除外)； $\rho$ 随 $\alpha$ 的减小而增大，随 $\phi$ 的增大而增大，且 $\alpha$ 越小，变化越明显。修正涡旋齿头强度受面积影响，面积越大，强度越大，型线修正对涡旋齿强度的增强越大，因此修正涡旋齿头强度随 $\phi$ 的增大而增加。

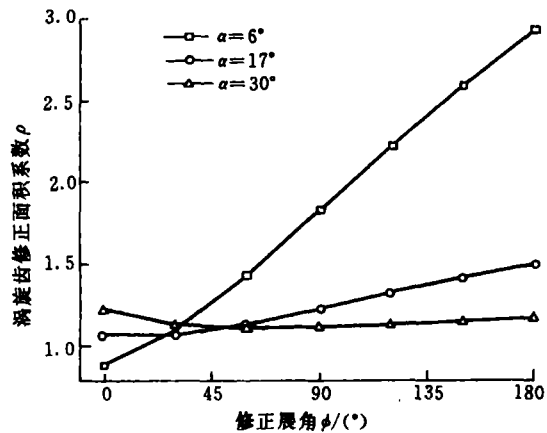


图6  $\rho$ 和 $\phi$ 之间关系图

#### 3.3 不同曲轴转角下的压缩腔容积

图7为不同 $\phi$ 下的修正涡旋齿形成的压缩腔容积随曲轴转角的变化图，图中 $A$ 点为进气容积， $AB_i$  ( $i=1,2,3$ ，以下相同)段为仅由渐开线组成的压缩腔容积， $B_iC_i$ 段为由渐开线和圆弧线组成的压缩腔容积， $C_i$ 点为压缩终止时的容积。可见 $B_iC_i$ 段比 $AB_i$ 段的容积变化率大，且 $\phi$ 越大，这种变化趋势越明显，这表明修正圆弧起到加快压缩、减小压缩腔容积和增加压缩比的作用； $A_i$ 、 $C_i$ 两点为压缩起始和终止时的容积，由此可确定修正涡旋齿所能达到的内容积比和压缩比，这样计算出的压缩比，没有忽略圆弧线对压缩腔容积的影响，随着 $\phi$ 的增加， $B_iC_i$ 段增长， $B_i$ 、 $C_i$ 两点向 $A$ 点靠近，压缩腔终止容积增大，压缩比减小。

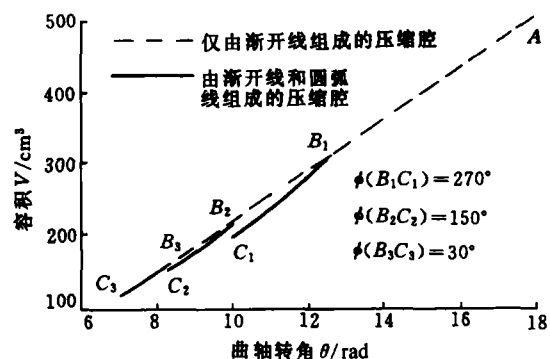


图7 压缩腔容积随曲轴转角的变化图

## 4 结 论

(1) 创建了双涡圈涡旋压缩机渐开线型线始端能够实现完全啮合的型线修正方法, 并得到了修正涡旋齿头 6 个修正参数  $\phi$ 、 $\gamma$ 、 $\lambda$ 、 $\beta$ 、 $R_d$  和  $R_x$  之间的关系式和大小修正圆弧方程; 在这 6 个修正参数中, 只有 1 个独立变量; 在型线修正设计中只需取定  $\phi$ , 即可确定涡旋齿的修正齿形; 6 个修正参数的大小、3 个连接点和 2 个圆心点的坐标都可以表示为  $\phi$  的显函数形式。

(2) 提出了一种双涡圈修正涡旋齿的面积分块方法, 此法具有通用性和简单易求解性, 并用此法推导出了修正涡旋齿的投影面积的精确表达式; 定义了一个描述修正涡旋齿面积变化的修正面积系数  $\rho$ ,  $\rho$  随  $\phi$  的增加而增加, 随  $\alpha$  的减少而增加, 与  $R_b$  无关; 修正涡旋齿的面积影响涡旋齿头的强度, 随着  $\phi$  的增加, 型线修正对涡旋齿的加强作用增大。

(3) 型线修正对压缩腔容积产生较大的影响, 由圆弧线和渐开线组成的压缩腔比仅由渐开线组成的压缩腔的容积变化率大, 即压缩速度较快, 这种变化趋势随  $\phi$  的增加而增大。

## 参 考 文 献

- 1 顾兆林, 郁永章, 蒋德明. 双涡圈及多涡圈涡旋机械几何特性的理论研究. 西安交通大学学报, 1998, 32(12): 90~93
- 2 刘卫华, 高秀峰, 冯诗愚, 等. 双涡圈涡旋机械修正齿型的基元面积计算. 西安交通大学学报, 2002, 36(11): 1195~1198
- 3 樊灵, 屈宗长, 靳春梅. 涡旋压缩机型线研究的概述. 机械工程学报, 2000, 36(9): 1~4
- 4 刘振全, 於时才, 杜桂荣. 涡旋式压缩机涡旋齿线性修正的图解法和修正角的研究. 制冷学报, 1992, 52(2): 6~10
- 5 Liu Z Q, Du G R, Yu S C, et al. The graphic method of modified wrap of scroll compressor. In: James F. H. 1992'

International Compressor Engineering Conference at Purdue. West Lafayette: Purdue University Press, 1992: 1099~1106

## THEORETICAL INVESTIGATION OF PERFECT MESHING PROFILE MODIFICATION FOR TWIN-SCROLL COMPRESSORS

Wang Jun Liu Zhenquan

(College of Petrochemical Technology, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050)

**Abstract:** A profile modification method for perfect meshing of involute wrap of twin-scroll compressor is established. The generation and characteristics of this modified wrap, general mutual dependence of modification parameters of wrap head as well as equations of modification circular arcs are given. An accurate expression for calculating axial projective area of modified wrap is derived. A method for calculation of compression chamber volume in different angular positions of crankshaft is proposed. The influence of every modification parameters on performance of modified wrap such as compression ratio and strength etc, is also analyzed. The investigation results show that only the modification expanding angle  $\phi$  needs to be determined in order to obtain the shape of modified wrap head and the value of other modification parameters. When the value of  $\phi$  increases, the compression ratio decreases and the thickness of modified wrap head also increases, so that its strength increases, also.

**Key words:** Scroll compressors Twin-scroll profile  
Perfect meshing profile modification  
Geometric theory

作者简介: 王君, 男, 1976 年出生, 博士研究生。主要研究方向为涡旋压缩机、容积式压缩机。

E-mail: wangjun760904@126.com