

非线性系统的改进型迭代学习控制算法研究

郝晓弘¹, 周 勃²

(1.兰州理工大学 计算机与通信学院,甘肃 兰州 730050 2.兰州理工大学 电气工程与信息工程学院,甘肃 兰州 730050)

摘 要 针对普通闭环 PD 型迭代学习控制算法收敛速度慢且收敛精度不高的问题,通过在闭环 PD 型控制算法中引入动态扩张-收缩因子(dynamic expansion compression coefficient, DECC)的方法,提高闭环 PD 型算法的收敛速度以及收敛精度。同时将鲁棒控制引入至算法中,进一步提高算法抑制外界干扰的能力。通过构造李雅普诺夫函数证明了在所提改进的控制律作用下的信号是有界且收敛的。最后将改进的迭代学习控制算法应用在一类具有重复运行性质的非线性系统中,证明所提算法是有效的。

关键词 非线性系统;迭代学习控制;PD 型学习率;动态扩张-收缩因子

中图分类号:TH16;TP273 文献标识码:A 文章编号:1001-3997(2018)06-0029-04

DOI:10.19356/j.cnki.1001-3997.2018.06.008

Improved Iterative Learning Control Algorithm for Nonlinear Systems

HAO Xiao-hong¹, ZHOU Bo²

(1.College of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Gansu Lanzhou 730050, China;

2.College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Gansu Lanzhou 730050, China)

Abstract It aimed at the problem of slow convergence and low precision of the general closed loop PD type iterative learning control algorithm. By introducing the dynamic expansion compression coefficient (DECC) in the closed loop PD control algorithm, the convergence speed and convergence accuracy of the closed loop PD algorithm are improved. At the same time, the robust control is introduced into the algorithm, which can further improve the ability of the algorithm to restrain the external disturbance. It based on Lyapunov function proved that the proposed signal control law is improved under bounded and convergent. Finally, the improved iterative learning control algorithm is applied to a class of nonlinear systems with repetitive operations, and it is proved that the proposed algorithm is effective.

Key Words Nonlinear System; Iterative Learning Control; PD-Type Learning Algorithm; Dynamic Expansion Compression Coefficient

1 引言

迭代学习控制的概念由 Arimoto 与 1984 年首先提出^[1],并且由于迭代学习对复杂系统输出轨迹跟踪的优越性,其已成为控制领域的研究热点之一^[2]。在 Arimoto 之后,Moore 也对迭代学习控制进行了相关研究^[3]。此外,国内外研究学者对迭代学习控制及其特性展开了诸多研究^[4-5]。现阶段,科研人员将越来越多的注意力放在了提出更优的迭代学习控制的学习率,力争使得迭代学习控制算法具有良好的稳定性及收敛性,提高收敛速度,增强算法的鲁棒性等。一个好的迭代学习控制律应当具有良好的稳定性,以及优秀的迭代收敛速度^[6]。Arimoto 首先提出 PID 型学习控制律^[7],并且证明了线性系统在 D 型学习律下的稳定性和收敛性,后来的学者对其他复杂系统进行了稳定性及收敛性证明,从而补充了迭代学习控制律的应用范围。例如谢胜利等对非线性连续系统^[8]进行

了系统的分析,杨胜跃对离散系统的迭代学习控制律阐述了自己的观点^[9]。在基本闭环 PD 型迭代学习控制算法中引入了动态扩张-收缩因子(dynamic expansion compression coefficient, DECC),以提高现有自适应迭代学习算法的收敛速度以及收敛精度,并将鲁棒控制引入迭代学习算法,进一步增强算法的稳定性。引入 Lyapunov 函数定理证明了在所提学习控制律作用下信号的有界性及系统的收敛性。最后将该控制律应用至一类具有重复运行性质的非线性系统中,验证改进后的自适应闭环 PD 型控制算法的有效性。

2 问题描述

2.1 研究对象

我们考虑在区间 $[0, T]$ 上具有重复运行性质的一阶非线性时滞系统:

来稿日期:2017-12-24

基金项目:国家自然科学基金项目(61263008, 61540033)

作者简介:郝晓弘(1960-)男,甘肃涇川人,硕士研究生,博士生导师,教授,主要研究方向:智能控制理论与应用,复杂系统的建模与控制;

周 勃(1989-)男,甘肃兰州人,硕士研究生,主要研究方向:系统控制和电能质量

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \theta(t)\varepsilon(x_i(t), t) + ph(x_i(t-\tau), t) + u_i(t) + d(t) \\ y_i(t) = x_i(t) \\ x_i(t) = \phi_i(t), t \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (1)$$

式中 $i=0, 1, 2, \dots$ —系统的迭代次数 $x \in R$ —可测的系统状态 $u \in R$ —系统的控制输入 $\gamma \in [0, T]$ $\theta(t) \in [0, T]$ 有界时变函数 p —位置常量 τ —系统时延 $d(t) \in R$ —外部扰动 $\phi_i(t)$ —在 $[-\tau, 0]$ 上的光滑函数 $\varepsilon(x_i, t)$ 和 $h(x_i(t-\tau), t)$ —关于 x, t 的满足局部 Lipschitz 条件的非线性函数。

不妨令给定的跟踪轨迹的动态方程为 $y_d(t) = f(x, r, t), t \in [0, T]$ 则系统的输出误差 $e_i(t) = y_d(t) - y_i(t)$ 。

对误差两边求导数, 可得:

$$\dot{e}_i(t) = f_r - \theta(t)\varepsilon_i(t) - ph_i(t, \tau) - u_i(t) - d(t) \quad (2)$$

初态学习率为:

$$x_{i+1}(0) = x_i(0) + Le_i \quad (3)$$

为了便于分析和说明, 不妨假设系统(1)有如下合理性特性:

- 特性 1. 规定 y_d 和 f_r 在 $t \in [0, T]$ 的范围内处处有界;
- 特性 2. 规定初值 $\|e_i(0)\| \leq C$ 式中 C —一个有界常数;
- 特性 3. 规定外部扰动在一定的范围内波动, 即 $|d(t)| \leq \theta(t), t \in [0, T]$ 式中 $\theta(t)$ —已知连续函数。

2.2 动态扩张 - 收缩系数

动态扩张-收缩系数 β 能够调节迭代学习算法的收敛过程 β 的控制方式对于算法的计算性能具有重要的影响, 其表达式如下:

$$\beta = \frac{1}{\lambda} \times \lambda^{\frac{t}{N-k}}$$

式中 β —动态扩张-收缩因子 λ —正整数 N —最大迭代次数; k —当前迭代次数。

动态扩张-收缩因子(DECC)可以随着迭代的进行线性减小, 迭代初期较大的 β 有利于加快迭代速度, 使得迭代学习更好地跟踪期望的输出轨迹, 随着迭代次数的增加, 压缩因子逐渐收敛, 输出较小 β 以提高迭代精度, 实际输出轨迹和期望输出轨迹误差尽可能解决零, 提高了迭代算法的精度。

2.3 学习控制律的提出

采用改进的 PD 型自适应迭代学习控制律, 并用鲁棒控制来抑制外界干扰, 控制器的形式如下所示:

$$u_i(t) = \beta \begin{bmatrix} k_p e_i(t) + k_d \dot{e}_i(t) + f_r - \hat{\theta}_i(t) \varepsilon_i \\ -\hat{p}_i h_i + \alpha(\text{sgn}(e_i(t))\theta(t)) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $k_p > 0$ —控制器比例增益 $k_d > 0$ —控制器微分增益 $\hat{\theta}_i(t)$ \hat{p}_i —对未知参数的估计值 β —动态扩张-收缩系数 α —自适应控制律因子。

对于未知参数 $\theta(t)$ 采用如下的差分型自适应控制律:

$$\hat{\theta}_i(t) = \text{proj}(\hat{\theta}_{i-1}(t)) - q_1 \varepsilon_i e_i(t), \hat{\rho}_0(t) = 0 \quad (5)$$

其中 $\text{proj}(\cdot) = \begin{cases} \cdot & |\cdot| \leq \theta^* \\ \text{sign}(\cdot)\theta^* & |\cdot| > \theta^* \end{cases}$

对于未知参数 p 采用如下的微分自适应控制律:

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}}_i(t) = -q_2 h(x_i(t-\tau), t) e_i(t) \\ \hat{p}_0(t) = 0, \hat{p}_{i+1}(t) = \hat{p}_i(T) \end{cases} \quad (6)$$

式中 $q_1, q_2 > 0$ —参数学习增益。

将式(4)~(6)带入式(2), 可得:

$$\dot{e}_i(t) = \frac{\beta}{1+k_d} \begin{bmatrix} -k_p e_i(t) - \phi_i \varepsilon_i - \phi_i h_i \\ -(d_i(t) + \alpha(\text{sgn}(e_i(t))\theta(t))) \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $\phi_i(t) = \theta(t) - \hat{\theta}_i(t)$ $\rho_i(t) = p - \hat{p}_i(t)$ 。

3 收敛性分析

对于式(1)所描述的系统, 令 $t \in [0, T]$ 时满足上文所提到的

假设 1、假设 2、假设 3, 若给定如下条件

$$(1) \|1-L\| < 1;$$

$$(2) \text{子序列 } \{e_{ij}\} \in \{e_i\}, \text{ 当 } i_j \text{ 趋于无穷时 } \|e_{ij}\|_T \leq \varepsilon \text{ 对于任意 } \varepsilon > 0 \text{ 都成立, 其中 } \varepsilon = \sqrt{\frac{(C^2 + \delta)}{\frac{2k_p}{1+k_d}}};$$

(3) 当 i 趋于无穷时有 $\|e_{ij}\|_T \leq \varepsilon_0$, 对于任意小的 $\varepsilon_0 > 0$ 和 $k > \frac{C^2}{2\varepsilon_0}$ 都成立。

则可以推出系统具有以下特性:

① 在区间 $[0, T]$ 上, 随着迭代次数 i 趋于无穷大, 跟踪误差 $\|e_{ij}\|_T$ 逐渐收敛于 0, 即 $\lim_{i \rightarrow \infty} \int_0^T \|e_{ij}\|^2 d\sigma = 0$ 。

② 闭环系统中信号 x_i, θ_i, q_1, q_2 和 u_i 在 $L^2_{[0, T]}$ 范数意义下有界。

3.1 系统有界性证明

不妨假设 Lyapunov 函数^[10]:

$$V_i(t) = \frac{1}{2} (e_i(t))^2 + \frac{1}{2q_2(1+k_d)} (\phi_i(t))^2 + \frac{1}{2q_1(1+k_d)} \int_0^t (\phi_i(\sigma))^2 d\sigma \quad (8)$$

对上式求导, 有:

$$\dot{V}_i(t) = e_i \dot{e}_i - \frac{1}{q_2(1+k_d)} \phi_i \dot{\phi}_i + \frac{1}{2q_1(1+k_d)} \phi_i^2$$

将式(7)带入上式, 可得:

$$\dot{V}_i(t) = \frac{\beta}{1+k_d} \begin{bmatrix} -k_p e_i^2 - \phi_i \varepsilon_i e_i + \frac{1}{2q_1} \phi_i^2 \\ -e_i (d_i(t) + \alpha(\text{sgn}(e_i(t))\theta(t))) \end{bmatrix} \quad (9)$$

当 $i=1, t=0$ 时:

$$V_1(0) \leq \frac{1}{2} C^2 + \frac{\beta}{2q_1(1+k_d)} p^2$$

已知 C, p 都是有界常数, 故 $V_1(0)$ 是有界的。

由上可以推出:

$$\beta [-e_i (d_i(t) + \alpha(\text{sgn}(e_i(t))\theta(t)))] \leq -|e_i| |\theta(t) + \alpha| |\theta(t)| = 0$$

由式(5)可以推出 $\varepsilon_i e_i = -\frac{1}{q_1} \hat{\theta}_i(t)$, 把该式代入式(9)有:

$$\dot{V}_i(t) \leq \frac{\beta}{2q_1(1+k_d)} \theta^{*2}$$

式中 θ^* —一个有界常数, 因此知道 $\dot{V}_i(t)$ 在 $[0, T]$ 是有界的, 又根据 $V_i(t)$ 是有界的, 可以推出 $V_i(t)$ 在 $[0, T]$ 上是有界的, 则可知 $e_i, \hat{\theta}_i, \hat{p}_i, u_i$ 及其导数在 $[0, T]$ 上均有界。

利用数学归纳法, 不妨设 $e_{i-1}, \hat{\theta}_{i-1}, \hat{p}_{i-1}, i \geq 2$ 在 $[0, T]$ 上是有界的, 则根据式(9)可知:

$$\dot{V}_i(t) \leq \frac{\beta}{(1+k_d)} \left[-k_p e_i^2 - \phi_i \varepsilon_i e_i + \frac{1}{2q_1} \phi_i^2 \right]$$

将差分自适应控制率(5)带入上式, 可得:

$$\dot{V}_i(t) \leq \frac{\alpha}{2q_1(1+k_d)} \phi_{i-1}^2 \quad (10)$$

根据假设 2 和式(5)可知:

$$V_i(0) \leq \frac{1}{2}C^2 + \frac{\beta}{2q_2(1+k_d)}(\varphi_{i-1}(T))^2 \quad (11)$$

由假设 $e_{i-1}, \hat{\varphi}_{i-1}, \hat{\phi}_{i-1}, i \geq 2$ 在 $[0, T]$ 上是有界的可以得到 $\dot{V}_i(t)$ 和 $V_i(0)$ 是有界的, 则可以推出 $V_i(t)$ 在 $[0, T]$ 上是有界的。进一步可知 $e_i, \hat{\varphi}_i, \hat{\phi}_i, \mu_i$ 在 $[0, T]$ 上是有界的, 这样 x_i, y_i 的有界性就得到了保证。

综上, 我们可知, 在区间 $[0, T]$ 上, 所有信号都是有界的。

3.2 系统的收敛性证明

计算相邻两次 Lyapunov 函数的差值:

$$\begin{aligned} \Delta V_i(t) &= V_i(t) - V_{i-1}(t) \\ \Delta V_i(t) &= V_i(t) - V_{i-1}(t) = \\ & \frac{1}{2}(e_i(t))^2 + \frac{\beta}{2q_2(1+k_d)}(\varphi_i(t))^2 + \\ & \frac{\beta}{2q_1(1+k_d)} \int_0^t ((\phi_i(\sigma))^2 - (\phi_{i-1}(\sigma))^2) d\sigma - \\ & \frac{1}{2}(e_{i-1}(t))^2 - \frac{\beta}{2q_2(1+k_d)}(\varphi_{i-1}(t))^2 \end{aligned} \quad (12)$$

对上式进行逐项分析。

首先根据假设 2、式(5)以及式(6), 可知式(12)右边第一项展开计算为:

$$\frac{1}{2}(e_i(t))^2 = \frac{1}{2}(e_i(0))^2 + \int_0^t e_i(\sigma) \dot{e}_i(\sigma) d\sigma \quad (13)$$

对式(12)右边第二项展开计算为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2q_2(1+k_d)}(\varphi_i(t))^2 &= \frac{\beta}{2q_2(1+k_d)}(\varphi_i(0))^2 + \\ & \frac{\beta}{(1+k_d)} \int_0^t \varphi_i(\sigma) h_i e_i d\sigma \end{aligned} \quad (14)$$

对式(12)右边第三项展开计算为:

$$\frac{1}{2}(\phi_i^2 - \phi_{i-1}^2) \leq \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} & (\theta - \hat{\theta}_i)^2 - \\ & (\theta - \text{proj}(\hat{\theta}_{i-1}))^2 \end{aligned} \right] = \phi_i \varepsilon_i e_i - \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 e_i^2 \quad (15)$$

则有:

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{2q_1(1+k_d)} \int_0^t ((\phi_i(\sigma))^2 - (\phi_{i-1}(\sigma))^2) d\sigma = \\ \frac{\beta}{q_1(1+k_d)} \int_0^t (\phi_i \varepsilon_i e_i - \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 e_i^2) d\sigma \end{aligned} \quad (16)$$

将式(13)、式(14)和式(16)代入式(12)中, 整理可得:

$$\begin{aligned} \Delta V_i(t) \leq \frac{\beta}{1+k_d} + \left[\frac{1}{2q_2} ((\varphi_i(0))^2 - (\varphi_{i-1}(t))^2) + \right. \\ \left. \int_0^t (-k_p e_i^2(\sigma)) d\sigma \right] + \\ \frac{1}{2}(e_i(0))^2 - \frac{1}{2}(e_{i-1}(t))^2 \end{aligned} \quad (17)$$

经过多次迭代, $V_i(t)$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} V_i(t) \leq V_0(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (e_j(0))^2 - \frac{1}{1+k_d} \sum_{j=1}^i \int_0^t (k_p e_j^2(\sigma)) d\sigma \\ - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} (e_j(t))^2 + \frac{1}{2q_2} \sum_{j=1}^i ((\varphi_j(0))^2 - (\varphi_{j-1}(t))^2) \end{aligned} \quad (18)$$

因此当 i 趋于无穷时, 有:

$$\begin{aligned} \lim_{i \rightarrow \infty} V_i(t) \leq V_0(t) + \frac{1}{2} \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^i (e_j(0))^2 - \\ \frac{\rho}{1+k_d} \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^i \int_0^T (k_p e_j^2(\sigma)) d\sigma - \\ \frac{1}{2} \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^{i-1} (e_j(t))^2 + \\ \frac{1}{2q_2} \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^i ((\varphi_j(0))^2 - (\varphi_{j-1}(t))^2) \end{aligned} \quad (19)$$

应用反证法, 不妨设存在一个正整数 N 对于 $i \geq N$ 有 $\|e_i(0)\| \geq \varepsilon$, 接下来设 $t=T$, 由上文推导可知, 存在 $\|e_i(0)\| \leq C$, 把这些条件代入(19), 可知:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V_i(T) \leq B + \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{1}{2}(i-N)C^2 - \frac{\beta}{1+k_d} \lim_{i \rightarrow \infty} (i-N)k_p \varepsilon^2 \quad (20)$$

$$B = V_0(T) + \frac{1}{2}NC^2 - \frac{\alpha}{1+k_d} \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \int_0^T (k_p e_j^2) d\sigma \text{ 为一个常数。}$$

将条件(2)代入到式(18)中, 可得:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} V_i(T) \leq B - \lim_{i \rightarrow \infty} (i-N)\delta \quad (21)$$

显然上式右侧小于 0, 即不满足 $V_i(t) \geq 0$ 。

综上所述, 对于正整数 N 以及和任意小的正数 ε , 对于 $i \geq N$ 有 $\|e_i\|_T < \varepsilon$ 。根据式(19)可知:

$$V_i(T) \leq V_0(T) + \frac{1}{2}iC^2 - \frac{\beta k_d}{1+k_d} \sum_{j=1}^i \|e_j\|_T^2 \quad (22)$$

由上式可以看出随着 $\|e_j\|_T$ 增大的速度增加, $V_i(T)$ 减小的速度随之增加, 不妨取的 $\|e_j\|_T$ 最小值 ε_0 , 根据条件(3), 保证了 $\Delta V_i(T) = V_i(T) - V_{i-1}(T) = \frac{1}{2}C^2 - \frac{\beta k_p}{1+k_d} \|e_j\|_T < 0$, 即误差是收敛的, 证毕。

4 仿真实例

考虑如下重复运行的系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = px(t-\tau) + \theta(t)(x(t)^2 + x(t)) + u(t) + d(t) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (23)$$

式中时延项常参数 $p=5$, 不确定参数 $\theta(t)=1+\cos(\pi t)$, $d(t)=0.3\cos(\pi t)$ 是干扰项, 时延 $\tau=1$ 。

设定系统的期望轨迹为 $y_d(t) = f_i = 11(t-1) - 0.7$ 。

仿真时, 取控制器比例参数 $k_p=5$, $k_d=0.5$, 根据式(4)的描述, 设计控制器如下:

$$u_i(t) = \beta \begin{bmatrix} -y_i(t) + \cos(\pi t) - \hat{p}_i(t)x(t-1) - \\ \hat{\theta}_i(t)x^2(t) + 5e_i(t) + 0.5\dot{e}_i(t) + \\ \alpha(\text{sgn}(e_i(t))\theta(t)) \end{bmatrix} \quad (24)$$

自适应参数控制律为:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i(t) = \text{proj}(\hat{\theta}_{i-1}(t)) - 20e_i(t)x^2(t) \\ \hat{p}_i(t) = -10x(t-1)e_i(t) \end{cases} \quad (25)$$

不妨假设系统(2)在所建立的控制器下具有收敛性, 为了证明其收敛, 我们引入最大跟踪误差, 定义如下:

$$\sup e_k(t) = \max_{t \in [\frac{kT}{a}, \frac{(k+1)T}{a}]} |y_d(t) - y_k(t)| \quad (26)$$

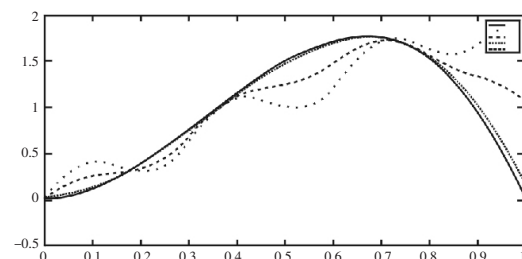


图1 系统输出跟踪过程

Fig.1 Tracking Processes of System Output

系统在控制器(24)的作用下系统输出对期望输出跟踪的过程, 如图1所示。从图1中可以看出, 虽然在第一次迭代中, 系统

的实际输出轨迹和对期望轨迹的跟踪效果并不令人满意,但随着迭代次数的增加,如图的2次、5次、10次迭代学习系统输出轨迹,可以看出系统的输出始终可以一致单调收敛于期望轨迹。

系统引入的动态压缩-扩张系数以及自适应因子在迭代学习过程中的变化规律如图2所示。由前面分析可知,动态扩张-收缩系数 DECC 可以随着迭代的进行线性减小,迭代初期较大的 β 有利于加快迭代速度,使得迭代学习更好地跟踪期望的输出轨迹,随着迭代次数的增加,压缩因子逐渐收敛,输出较小 β 以提高迭代精度,实际输出轨迹和期望输出轨迹误差尽可能解决零,提高了迭代算法的精度,动态压缩-扩张系数以及自适应因子并不等于 0,而是在 0 附近小范围波动。图 2 很好的展现了这一过程,动态压缩-扩张系数以及自适应因子变化符合预期。

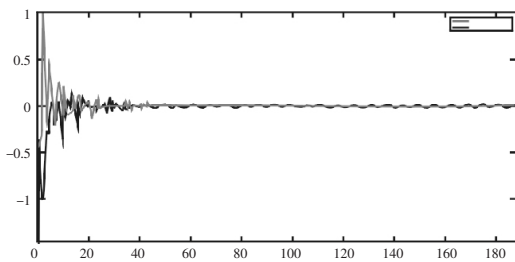


图2 动态压缩-扩张系数及自适应因子变化规律
Fig.2 Dynamic Compression Expansion Coefficient and Adaptive Factor Variation Law

最大跟踪误差 $\text{supe}_k(t)$ 的变化曲线如图3所示。其中 $\text{supe}_k(t)$ 的定义为式(26)所示。可以看出,在迭代后,系统的最大跟踪误差稳定在 0 附近,这与前面系统的输出跟踪是一致的。

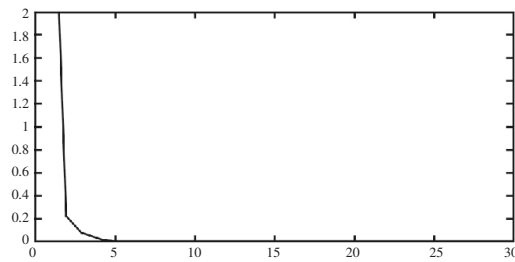


图3 历次迭代下最大跟踪误差

Fig.3 Maximum Tracking Error Under Previous Iteration

自适应闭环 PD 型迭代学习律与所提出的改进后自适应闭环 PD 型迭代学习律进行比较,如图4所示。由图4可知,相比于一般的迭代学习控制算法,算法可以使得系统输出更快的跟踪期望输出,当迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时,可以实现 $t \in [0, T]$ 上的完全跟踪。

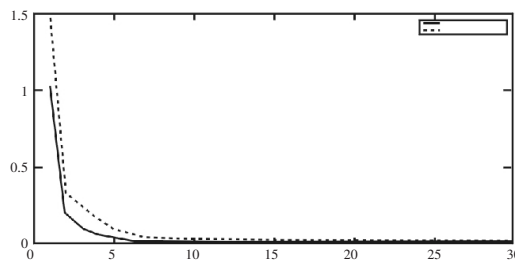


图4 自适应迭代学习控制与改进的迭代学习控制最大跟踪误差对比
Fig.4 Adaptive Iterative Learning Control and Improved Iterative Learning Control for Maximum Tracking Error Comparison

5 结论

针对普通闭环 PD 型迭代学习控制算法收敛速度慢且收敛精度不高的问题,对基本闭环 PD 型算法进行改进,在算法中引入了动态扩张-收缩因子 DECC,从而提高了现有自适应迭代学习算法的收敛速度以及收敛精度。其中,新引入的动态扩张-收缩因子 DECC 可以随着迭代的进行线性减小,这种特性的好处是,在迭代初期,较大的 DECC 有利于加快收敛速度,而在迭代后期,较小的 DECC 有利于提高迭代精度。最后将该控制律应用至一类具有重复运行性质的非线性系统中,验证了算法的有效性,对工业中面对的类似控制对象的控制系统设计具有一定参考价值。

参考文献

- [1] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123-140.
- [2] Ahn HS, Choi CH, Kim KB. Iterative learning control for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1993, 29(6): 1575-1578.
- [3] Moore KL, Dahleh M, Bhattacharyya SP. Iterative learning control: a survey and new results [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1992, 9(5): 563-594.
- [4] Chen Wei-sheng, Zhang Li. Adaptive iterative learning control for nonlinearly parameterized systems with unknown time-varying delays [J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2010, 8(2): 177-186.
- [5] 孙明轩. 有限时间迭代学习控制 [J]. *系统科学与数学*, 2010, 30(6): 733-741. (Sun Ming-xuan. Finite-time iterative learning control [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2010, 30(6): 733-741.)
- [6] Delchev Kamen. Iterative learning control for robotic manipulators: A bounded-error algorithm [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2014(12): 1454-1473.
- [7] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering operation of dynamic systems by learning: A new control theory for servomechanism or mechatronic systems [C]. In: *Proceedings of the 23rd IEEE Conference Decision and Control*, 1984: 1064-1069.
- [8] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 基于几何分析的迭代学习控制快速算法 [J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(3): 419-422. (Xie Sheng-li, Tian Sen-ping, Xie Zhen-dong. Fast algorithm of iterative learning control based on geometric analysis [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 419-422.)
- [9] 杨胜跃, 樊晓平, 年晓红. 离散时变系统迭代域最优学习控制 [J]. *系统工程*, 2005, 23(7): 7-11. (Yang Sheng-yue, Fan Xiao-ping, Nian Xiao-hong. Optimal learning control in iteration domain for discrete time-variant systems [J]. *Systems Engineering*, 2005, 23(7): 7-11.)
- [10] 朱淑. 基于初态学习的非线性控制系统的自适应迭代学习算法研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2013. (Zhu Shu. The research of adaptive iterative learning algorithm based on initial state learning in the nonlinear control system [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2013.)