文章编号: 1673-5196(2006)05-0158-03

密绕椭圆截面螺线管电流的磁场分布

冯旺军，魏智强，秦晓静，赵 伟

(兰州理工大学 理学院，甘肃 兰州 730050)

摘要: 利用叠加原理和数值计算方法，求解密绕椭圆截面螺线管电流的磁场，分析磁场与长短轴之比、螺线管长短的变化关系. 计算结果表明，长短轴之比越大，螺线管越短，磁场在垂直于螺线管轴线方向的分量越大，螺线管内匀强磁场的区域越小，但当长短轴比接近于 1 或螺线管较长时，磁场与密绕圆截面螺线管的磁场相似，螺线管内匀强磁场的区域较大，只在螺线管端口是非均匀磁场.

关键词: 密绕椭圆截面螺线管; 磁感应强度; 数值解

中图分类号: O441 **文献标识码**: A

Magnetic field distribution induced by current through close-wound oval-shaped spiral tube current

FENG Wang-jun, WEI Zhi-qiang, QIN Xiao-jing, ZHAO Wei

(School of Science, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: The principle of superposition and numerical computation was adopted to obtain the solution of the magnetic field induced by the current through a close-wound oval-shaped spiral tube, and analyze the relationship of field intensity to the ratio of length axes to short axes of the oval contour and the length of the solenoid. The computation result showed that the bigger the ratio and the shorter of the solenoid as well, the stronger the radial component of magnetic field would be and the area of equi-magnetic field would be smaller within the tube. But, when the ratio was close to unity or the solenoid was longer, the magnetic field would be similar to that of the tube with circular section contour and the area of equi-magnetic field would be bigger. Non-uniformity of the field took place only near the tube ends.

Key words: close oval-shaped spiral tube; magnetic inductive intensity; numerical solution

螺线管是用得最多的一种基本线圈形式，广泛应用于军事、经济、生态、医疗、天文、地质等众多领域中，常用螺线管组合(补偿法)产生均匀磁场. 单匝和多匝圆截面密绕螺线管电流磁场的分布在一些文献中已有论述[1~3]，密绕型椭圆截面螺线管电流也是很普遍的，在实际工程中常将其内部磁场视为匀强磁场[4~11]，但计算表明，只有螺线管中心附近的磁场才是匀强磁场，大部分范围的磁场是非均匀磁场，在要求较高的情况下，要考虑这种差别. 本文对密绕型椭圆截面螺线管电流的磁场分布进行了详细的计算.

1 计算方法

螺线管示意图如图 1 所示.

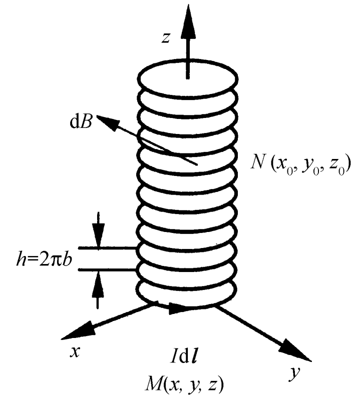

图 1 疏松型螺线管内示意图

Fig.1 Loose-wound spiral tube

收稿日期: 2005-03-16

基金项目: 甘肃省自然科学基金(ZS032-B25-019)

作者简介: 冯旺军(1965-)，男，甘肃会宁人，教授.

设螺线管的方程为

$$\begin{cases} x = a\cos\theta \\ y = b\sin\theta \ (0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi) \\ z = c\theta \end{cases}$$

式中：a、b、c 分别为螺线管的短轴、长轴半径和螺距. 螺线管放在磁导率为 μ 的均匀磁介质中.

1.1　单匝螺旋线电流的磁场

设通过螺线管的电流为 I，在螺旋线上任意一点 $M(x, y, z)$ 取电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}$，则该电流元在螺线管内一点 $N(x_0, y_0, z_0)$ 处产生的磁感应强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B} = \frac{\mu I}{4\pi[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^{3/2}} \times \{[a(z_0-z)\cos\theta - b(y_0-y)]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{i} + [a(z_0-z)\sin\theta + b(x_0-x)]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{j} + [a(y-y_0)\sin\theta + a(x-x_0)\cos\theta]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{k}\} \quad (1)$$

则单匝线圈在 N 点处产生的磁场强度为

$$\boldsymbol{B}_S = \int_0^{2\pi}\int_0^l \mathrm{d}\boldsymbol{B}$$

1.2　多匝螺线管电流的磁场

如图 1，沿 z 轴任取一微元 $\mathrm{d}z$，这一微元相当于电流 $nI\mathrm{d}z$（n 是沿 z 轴单位长度的线圈匝数）的螺旋线电流，利用上面单匝线圈的结果，用 $nI\mathrm{d}z$ 代替式 (1) 中的 I，则该电流元在 $N(x_0, y_0, z_0)$ 点产生的磁感应强度为

$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}_S = \int_0^{2\pi} \frac{\mu nI\mathrm{d}z}{4\pi[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^{3/2}} \times \{[a(z_0-z)\cos\theta - b(y_0-y)]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{i} + [a(z_0-z)\sin\theta + b(x_0-x)]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{j} + [a(y-y_0)\sin\theta + a(x-x_0)\cos\theta]\mathrm{d}\theta\boldsymbol{k}\}$$

设螺线管长为 l，则在管内任意一点 $N(x_0, y_0, z_0)$ 产生的磁感应强度为

$$\boldsymbol{B} = \int_0^l\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\boldsymbol{B}_S \quad (2)$$

式(2)先对 z 积分，再无量纲化：令 $m = b/a$、$n = l/a$、$r = c/a$、$p = x_0/a$、$q = y_0/a$、$u = z_0/a$、$C = (\mu nI)/4\pi$，(m、n、r 分别是螺线管长轴与短轴之比、长度与短轴之比、螺距与短轴之比，p、q、u 分别是螺线管内一点的坐标与短轴之比)，整理得：

$$B_{ox} = \int_0^{2\pi}\left\{m\cos\theta \frac{[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2} - (M^2+N^2+u^2)^{1/2}}{[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2}} + rN \times \frac{(u-n)\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2} + u[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}}{(M^2+N^2)[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2}}\right\}\mathrm{d}\theta$$

$$B_{oy} = \int_0^{2\pi}\left\{\sin\theta \frac{[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2} - (M^2+N^2+u^2)^{1/2}}{[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2}} - mM\cdot r \times \frac{(u-n)\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2} - u\cdot[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}}{(M^2+N^2)[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2}}\right\}\mathrm{d}\theta$$

$$B_{oz} = \int_0^{2\pi}\left\{(N\sin\theta + mM\cos\theta) \times \frac{(u-n)(M^2+N^2+u^2)^{1/2} + u[M^2+N^2+(u-n)^2]^{1/2}}{(M^2+N^2)[(M^2+N^2+(\mu-n)^2]^{1/2}\cdot(M^2+N^2+u^2)^{1/2}}\right\}\mathrm{d}\theta$$

式中：$M = \cos\theta - p$；$N = m\sin\theta - q$

2　数值计算结果与分析

对密绕($r = 0$)螺线管 B_{ox}、B_{oy}、B_{oz} 的数值计算结果如图 2～5，图 2 和图 3 显示当 $l = 8$，在 xoy 平面内 $x = y = 0.5$ 时，磁感应强度沿 x 轴与 y 轴的分量 B_{ox}、B_{oy} 在螺线管管口较大，在中部较小，接近于零. 随长短半径比的增大，管口 B_{ox}、B_{oy} 增大，中部减小，且两管口 x，y 轴方向的磁场方向相反. 在螺线管外部离螺线管较近的区域（$0 < u < 0.5$，$8 < v < 8.5$）磁场较强，离管口较远时（$u < 0.5$，$v > 8.5$）磁场迅速减小.

图 4 显示磁感应强度沿 z 轴的分量 B_{oz} 在管中间一段（$2 \leqslant u \leqslant 6$），磁场较强，且为匀强磁场. 在螺

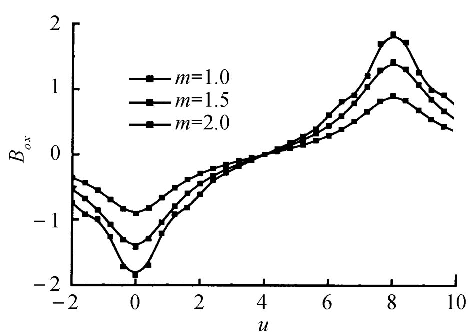

图 2　B_{ox}-u 曲线

Fig.2　B_{ox}-u curve

线管端口处，长短轴之比 **m** 越小，$\mathbf{B}_{oz}$ 越小，螺线管中段，$m = 1$ 时 B_{oz} 值比 $m = 1.5$、2.0 时大，说明圆截

面螺线管沿轴线的磁场比椭圆截面螺线管的磁场大,并且长轴与短轴长度差越大磁场越小.如图 5 显示螺线管越长(n 越大),其中部匀强磁场的区域越大.

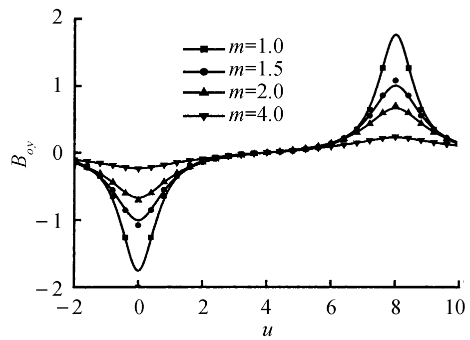

图 3 B_{oy}-u 曲线

Fig.3 B_{oy}-u curve

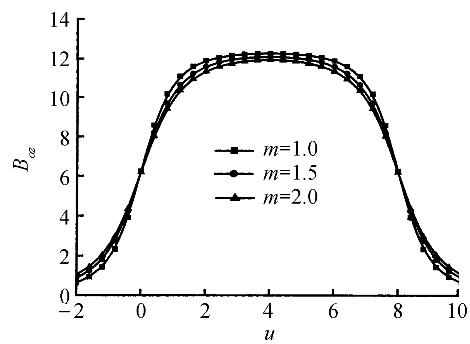

图 4 不同长短轴比螺线管 B_{oz}-u 曲线

Fig.4 B_{oz}-u curve for tubes with different oval ratio

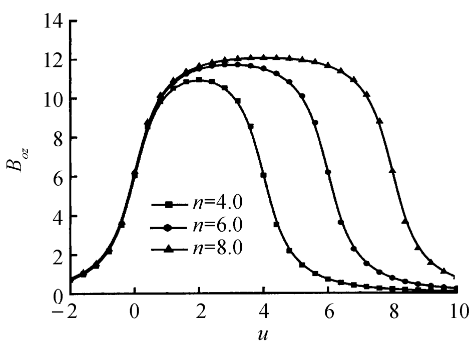

图 5 不同长度螺线管 B_{oz}-u 曲线

Fig.5 B_{oz}-u curve for tubes with different lengths

3 结论

有限长密绕椭圆截面螺线管内磁场是非均匀磁场,磁场分布与其结构有关.螺线管中部的磁场是匀强磁场,磁场最强,螺线管两端越接近管口沿轴向的磁场(B_{oz})减弱,但垂直于轴向的磁场(B_{ox}、B_{oy})增大,螺线管长短轴相差越大、螺线管越短,磁场沿垂直螺线管轴向的分量越大,反之,当螺线管截面是圆截面并且螺线管较长时,其内部匀强磁场区域最大,磁场最强.在工程技术中要根据所需磁场设计螺线管.

参考文献:

[1] 李 海,张玉颖.圆形线电流的磁感应强度[J].大学物理,1999,18(6):20-21.

[2] 冯旺军.螺旋线电流轴线上磁场的计算与分析[J].甘肃工业大学学报,2001,27(4):104-106.

[3] 王 键,余守宪,张思 .改进型helmholtz 线圈及其磁场均匀性分析[J].大学物理,2001,20(5):6-9.

[4] 余守宪,张思炯.Helmholtz 线圈、直螺线管及圆形电流磁场均匀分析的简单公式[J].大学物理,1999,18(8):1-3.

[5] OLIVIER E,VIKTOR S.The magnetic field of an infinite solenoid [J].American Jouranl of Physics,2003,71(9):953-957.

[6] JASON F,RICHARD H P.Field just outside a long solenoid [J].American jouranl of physics,2001,69(7):751-753.

[7] PROTHEROE F,RAYMOND J,KOKS D.The yransient magnetic field outside an infinite solenoid [J].American Journal of Physics,1996,64(11):1 389-1 392.

[8] 葛得彪.有限长螺线管内磁场的均匀性分析[J].大学物理,1998,17(3):17-19.

[9] 常同钦.截面为任意形状无限长螺线管的磁场[J].大学物理,2001,20(6):22-23.

[10] 赵春旺.王克勋.有限长螺线管内磁场的数值计算与分析[J].工科物理,1997,21(4):14-17.

[11] 冯旺军.疏松型螺线管电流轴线上磁场的数值计算[J].大学物理,2002,21(3):31-33.