第 7卷 第 7期 2007年 4月
1671-1819(2007)7-1385-04
科 学 技 术 与 工 程
Science Technology and Engineering
Vol.7 No.7 Apr.2007
2007 Sci.Tech.Engng

聚结 CAP在求解频率分配问题中的应用

张远平 勇萌哲* 张永生
(兰州理工大学计算机与通信学院,兰州 730050)

摘 要 信道分配问题(CAP)是无线蜂窝网中的一个重要方面,它根据呼叫请求对频率进行分配,同时使得整个网络所需的频率最少。文中描述了一个有效的频率分配策略(聚结 CAP),它源于多重染色算法,所用模型基于移动通信网络中常用的三角网格图。同时,该方案是分布式的,即网络中每个基站只需要和其邻接基站之间交换部分信息,即可得出自身的频率分配方案。

关键词 频率分配 近似算法 聚结 CAP 分布式
中图法分类号 TP393.07; 文献标识码 B

在移动通信中,提供给用户和无线网络基站之间通信的频带宽度是有限的。特别是随着手机用户的普及,这个有限的资源成为移动通信系统发展的瓶颈。因此,优化信道分配的问题变得越来越重要,通过优化可以大大提高系统容量,并且减少通信间的干扰,从而改善了通信质量,提高客户的满意度。尽管 CAP是一个 NP完全问题[1],但可将一些近似算法应用于其中,来寻求较好的结果。

1 预备知识

现在的移动通信一般采用小区制网络,对相隔一定距离的频率进行复用,即频率复用。当两个基站之间的距离小于一定值时,它们分配出的频率之间需满足一定间隔,以避免发生干扰。

如文献[1,2]中所述,小区制网络可用图来表示,图的顶点为小区的基站,边为相邻接基站间的连线。顶点的集合为 V,边集合为 E,则小区制网络的构成为一个三角网格图 G(V,E)。假定三角网格是由一组矢量 $p=(1,0)$ 及 $q=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 产生的[4],然后就可以使用网格中的坐标来标记图中的各个顶点。具体地说,某个顶点 (i,j) 就代表这个顶点在网格中的位置是 $ip+jq$,由此相当于在网格图上建立了一个坐标系,如图 1所示。

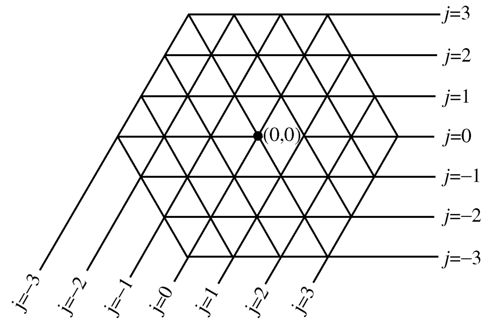

图 1 建立在网格图上的坐标系

在图 1中,两个顶点 u,v之间的距离 $d(u,v)$是指这两个顶点之间最短路径的长度,对于任意顶点 u有 $d(u,v)=0$。如果图中某个顶点和顶点 v间的距离为 1,则称这个顶点为 v的一个邻接顶点;所有 v的邻接顶点以及 v组成一个集合,称之为 v的邻接集合。因而,图 1中每个顶点都有六个邻接顶点:$(x\pm1,y)$,$(x,y\pm1)$,$(x+1,y-1)$,$(x-1,y+1)$,如图 2所示。

2006年 11月 16日收到 甘肃省自然科学基金(3ZS051-A25-037)资助

第一作者简介:张远平(1966—),男,汉族,安徽无为人,(双)博士,教授,硕士生导师,研究方向:算法设计与分析、组合论、矩阵分析、图论、信息论等。
*通信作者简介:勇萌哲(1982—),男,汉族,河南南阳人,硕士研究生,研究方向:频率分配问题、着色问题等。E-mail:yongmengzhe@163.com。

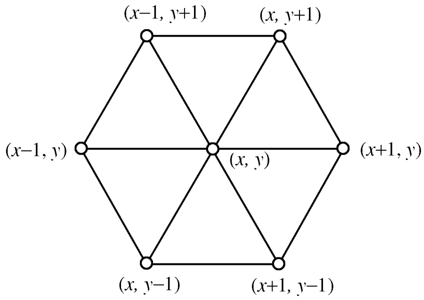

图 2 顶点 (x, y) 的邻接顶点坐标

如下网络模型参见文献[4]。

一个受限带权图 (G, w)，其中 $G = (V, E, c_0, c_1, \cdots, c_k)$ 为受限图，顶点集 V 代表网络上所有基站的集合，c_0 代表分配给同一个顶点的频率之间应满足的最小距离，c_1 代表分配给相邻顶点的频率之间应满足的最小距离。以此类推，c_k 代表分配给距离是 k 的两个顶点之间的频率应满足的最小距离；而 w 是一个由图中顶点决定的非负整数，即对于一个顶点 u，$w(u)$ 代表顶点 u 的权重，也就是这个顶点需要提供的频率数。

对于一个受限带权图 (G, w) 进行一次频率分配，就是指建立一个分配函数 f，其值域为一个非负整数集，定义域为图的顶点集合，且满足以下三个条件：

$|f(u)| = w(u)$, $(u \in V)$；

$i \in f(u)$ 且 $j \in f(v) \Rightarrow |i - j| \geqslant c_1$，当 $d(u, v) = 1$ 时；

$i, j \in f(u)$ 且 $i \neq j \Rightarrow |i - j| \geqslant c_0$，$(u \in V)$。

下面所做的工作是将聚结 CAP 模型[5,6]和多重染色算法[6]相结合，提出一种新的信道分配策略，然后比较采取何种局部多重染色算法，所得的效率最高。

2 聚结 CAP 模型

聚结 CAP 是一种首次通过小的网络小区子集，将已给的 CAP P 映射到改进问题 P'（聚结 CAP）的方法。它能够大量的减少搜索空间，有助于更加有效地运用近似算法来解决问题 P'。

2.1 CAP 模型

该模型由以下部分组成：

1) 由 n 个不同的标号为 $0, 1, \cdots, n-1$ 的小区组成的集合 X；

2) 需求向量 $W = (w_i)$ $(0 \leqslant i \leqslant n-1)$，$w_i$ 表示小区 i 需要的信道数；

3) 频率间隔矩阵 $C = (c_{ij})$，c_{ij} $(0 \leqslant i, j \leqslant n-1)$。表示小区 i 和小区 j 之间所分配信道的最小频率间隔；

4) 频率分配矩阵 $\varphi = (\varphi_{ij})$，φ_{ij} $(0 \leqslant i \leqslant n-1, 0 \leqslant j \leqslant w_i - 1)$ 表示在小区 i 中分配给呼叫 j 的频率；

5) 对于所有 i, j, k, h（除了 $i = j, k = h$），满足 $|\varphi_{ik} - \varphi_{jh}| \geqslant c_{ij}$。

2.2 构建聚结 CAP

步骤 1：根据所给的 CAP P，先定义 CAP P^*，CAP $P^* = (X, W^*, C)$，$W^* = (w_i^*) = 1$，也就是 $w_i^* = 1 \ \forall i$ $(0 \leqslant i \leqslant n-1)$。

步骤 2：对于 P^*，应用合适的算法，例如遗传算法[7]等，找到一个可行的频率分配 φ^*。让 $\alpha_0, \alpha_1, \cdots, \alpha_{z-1}$ 为 z $(z \leqslant n)$ 个由 φ^* 分配的不同频率。

步骤 3：根据 φ^* 构造出 CAP P'

(3.1)：由 φ^* 分配频率 a_i 的集合记为 $Y(i)$。因假设每个小区的需求量只有 1，故当 $i \neq j$ 时，$Y(i)$ 和 $Y(j)$ 的交集是空集。当 φ^* 可行时，$X^* = \bigcup_{i=0}^{i=z-1} Y(i)$。

(3.2)：对于每一个小区对，u 和 v，其中 $u \in Y(i)$，$v \in Y(j)$，计算它们在 C 中的最大项，记为 $c'(a_i, a_j)$。

$c'(a_i, a_j) = c'(Y(i), Y(j)) = \max\{c_{uv}\}$，其中 $u \in Y(i)$，$v \in Y(j)$，$0 \leqslant i, j \leqslant z-1$。

步骤 4：在 $Y(i)$ 的所有小区中找到最大的需求量，并把它记为 $M(a_i)$。这样，

$M(a_i) = M(Y(i)) = \max\{w_j\}$，其中 $j \in Y(i)$，$0 \leqslant i \leqslant z-1$。

步骤 5：将所有的在 $Y(i)$ 中的小区用一个带权图中的一个顶点 $N(Y(i))$ 来表示，顶点 $N(Y(i))$ 的权重为 $M(Y(i))$。用一条边连接顶点 $N(Y(i))$ 和 $N(Y(j))$，边的权重为 $c'(Y(i), Y(j))$。

3 聚结 CAP 的应用实例

3.1 初步分配

在受限六边图中，通过聚结 CAP，可得到一种

新的信道分配方法。聚结 CAP将一组整数（频率）分配给带权图 (G, w)，这样每个顶点接收到 $w(v)$ 个频率，同时，分配给相邻结点的频率组不相交，即没有共同的元素。因此，关于此分配的受限带权图为 (G', w)，$G' = (V, E, 1, 1)$。将各顶点中所分配的频率乘以 a，即得一新的受限带权六边图 (G'', w)，其中 $G'' = (V, E, a, a)$。用聚结 CAP做进一步的扩展，同样能够得到一种关于受限六边图 $G = (V, E, a, a, b)$ 的信道分配方案。

为了满足整个网络所需要的频率数最少，该方案用到了图 $G^2 - G$（图 $G^2 - G$ 和图 G 具有相同的顶点，在图 $G^2 - G$ 中两个顶点相邻的条件是它们在图 G 中的距离为 2）。在此图中，将每个顶点分配一个逻辑信道。同时，保证每个相邻顶点所分配的频率均不相同，初步频率分配方案如图 3所示。

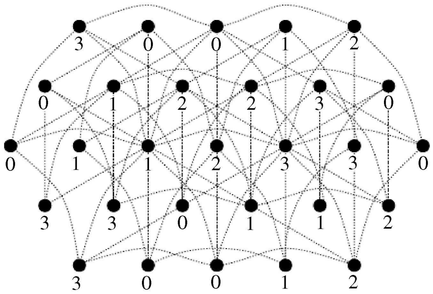

图 3 $G^2 - G$ 的初步频率分配方案

因为图 3中各顶点的坐标和图 1相同，所以可以用它们在图 1中的坐标来表示，进而可得：

$Y(0) = \{(-2, 2), (-1, 2), (-3, 1), (2, 1), (-3, 0), (3, 0), (0, -1), (0, -2), (1, -2)\}$；

$Y(1) = \{(0, 2), (-2, 1), (-2, 0), (-1, 0), (1, -1), (2, -1), (2, -2)\}$；

$Y(2) = \{(1, 2), (-1, 1), (0, 1), (0, 0), (3, -1), (3, -2)\}$；

$Y(3) = \{(-3, 2), (1, 1), (1, 0), (2, 0), (-2, -1), (-1, -1), (-1, -2)\}$。

用

$$z \bigcup_{m=0}^{3} Y(m) \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$$

来表示这种分配。

3.2 局部信息

每个结点 v 都可通过图 3，得知它们各自的逻辑信道；此外，任何聚结 CAP所需的局部信息都可通过 v 得到。

3.3 最终分配

在图 3中，每个顶点 v 可通过多重染色算法[7]，得到它在 $f(v)$ 中的频率，其中每个顶点权重都是相等的，即每个顶点所分配的频率个数是相同的，在聚结 CAP中，表现为

$$M(a_i) = M(Y(i)) = |f(v)|。$$

最终的分配方案 g 可通过下式得到：

$$g(v) = \{(a + 3b)k + bz(v) \mid k \in f(v), v \in \bigcup_{m=0}^{3} Y(m)\}。$$

3.4 正确性分析

从式子 g 中，可以看出，任何两个频率分配给同一个顶点之间的间隔至少是 $a + 3b$。所以，满足第一个间隔限制条件。

现在考虑 3图中两个不同的顶点 u 和 v。让 $y_1 \in g(u)$ 和 $y_2 \in g(v)$ 为分别分配给顶点 u 和 v 的频率。于是有信道 $k \in f(u)$ 和信道 $\bar{k} \in f(v)$。

这样可得 $y_1 = (a + 3b)k + bz(u)$，$y_2 = (a + 3b)\bar{k} + bz(v)$。为了不失一般性，可以假设 $y_1 \geqslant y_2$。因为 $z(u) - z(v) \leqslant 3$，它遵从 $i \geqslant j$。

假设 $d(u, v) = 1$。这样 $f(u)$ 和 $f(v)$ 没有共同的元素，同时，$i > j$。此时，可得下式：

$$y_1 - y_2 = (a + 3b)(k - \bar{k}) + b(z(u) - z(v)) \geqslant (a + 3b) - 3b = a。$$

故第二个间隔限制条件也满足。

假设 $d(u, v) = 2$。它遵从 $z(u) \neq z(v)$。如果 $i > j$，则如上一个假设情况所示，$y_1 - y_2 \geqslant a$。如果 $i = j$，那么 $z(u) > z(v)$，$y_1 - y_2 \geqslant b(z(u) - z(v)) \geqslant b$。所以，最后的间隔限制条件也得到了满足。

由上面的分析可知，$g(v)$ 完全满足网络模型的约束条件，是正确而有效的。

3.5 性能比

算法的性能取决于所选用的多重染色算法的性能比，假设最多用到 $pw + \Theta(1)$ 种颜色，$aw - a$ 为带权图 (G, W) 的带宽下限，其中 $G = (V, E, a, a, b)$，该策略的信道分配带宽为 $(a + 3b)s - \Theta(1)$，s 为

多重染色算法所用到的颜色数，故最终所得的性能比为：

$$\frac{(a+3b)pw+\Theta(1)}{aw-a}=p\left(1+\frac{3b}{a}\right)+\Theta(1) \quad (1)$$

观察此式，在 a，b相同的情况下，性能比的好坏直接取决于 p值的大小。根据文献［7］，4—局部多重染色算法最多用到 4w/3种颜色；3—局部多重染色算法最多用到 17w/12种颜色；1—局部多重染色算法最多用到 3w/2种颜色。将它们分别代入（1）式，可知用 4—局部多重染色算法所得的性能比最小，为 $\left(\frac{4}{3}+4\frac{b}{a}\right)+\Theta(1)$。故该策略采用 4—局部多重染色算法时，效率最高。

4 结束语

聚结 CAP将通信网中具有同类性质的小区归为一类，如 Y(i)。这样，在图 3中即可进行初步的频率分配，然后结合多重染色算法，确定最终的频率分配方案。实践证明，该策略降低了算法复杂度，提高了算法效率，有着广阔的应用前景。

参 考 文 献

1 Hale W. Frequency assignment. Proc IEEE, 1980; 1497—1514

2 Feder T, Shende S. Online channel allocation in FDMA networks with reuse constraints. Inform Process Letter, 1998; 295—302

4 张远平，张永生.一种求解频率分配问题的分布式算法.科学技术与工程，2006；6(20)：3310—3313

5 Sasthi C, Sinha B P. Coalesced CAP: an improved technique for frequency assignment in cellular networks. IEEE Transaction on Vehicular Technology, 2006; 55(2):

6 Narayannan L. Channel assignment and graph multicoloring. Handbook of Wireless Networks and Mobile Computing. New York: Wirely, 2001; 95—117

7 Beckmann D, Killat U. A new strategy for the application of genetic algorithms to the channel—assignment problem. IEEE Transaction on Vchicular Technology, 1999; 48, (4).

8 Fitzpatrick S, Janssen J, Nowakowski R. Distributive online channel assignment for hexagonal cellular networks with constraints. Discrete Applied Math, 2004; 84—91

Application of Coalesced CAP in Solving Frequency Assignment Problem

ZHANG Yuan-ping, YONG Meng-zhe*, ZHANG Yong-sheng

(School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, P. R. China)

[Abstract] The Channel Assignment Problem (CAP) is an important aspect of cellular network, it is required that frequencies must be assigned to call requests and the frequency number of the whole network is minimized. An efficient frequency assignment strategy (coalesced CAP) is introduced, it is derived from a multicolouring algorithm. Its model is based on a triangular lattice—mobile communication network. The strategy is distributed: each cell server will need only a limited exchange of information with cells in its proximity to make decisions on its frequency assignment.

[Key words] frequency assignment approximation algorithms triangular lattice distributed