

基于自适应阈值的小波消噪算法研究及应用

毛海杰, 陈晓辉, 李 炜

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 基于小波多尺度分解的阈值方法是一种有效的信号去噪方法. 应用最为广泛的是 Donoho 阈值法, 但由于其阈值为全局阈值, 不能在每级尺度上将信号与噪声做最大分离, 去噪效果并不理想. 在分析 Donoho 硬阈值和软阈值方法特点的基础上, 提出了一种新的自适应阈值消噪方法, 结合了硬阈值和软阈值方法的优点, 仿真试验和工程实例均证明了该方法优于传统的阈值消噪方法.

关键词: 小波多尺度分解; 阈值消噪; 管道泄漏

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

文章编号: 1004-0366(2008)02-0116-04

Study of Wavelet De-noising Algorithm and Its Application Based on Adaptive Thresholding Method

MAO Hai-jie, CHEN Xiao-hui, LI Wei

(College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Science and Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: An effective method to reduce the noise in signals is based on wavelet multiscale decomposition. The thresholding de-noising proposed by Donoho is a standard wavelet de-noising method. But it has some disadvantages. Based on Donoho's method, an improved wavelet de-noising method with adaptive thresholding is given, which has both advantages of hard-thresholding and soft-thresholding. The simulation experiment and project practice indicate that the proposed method is better than traditional wavelet thresholding de-noising methods.

Key words: wavelet multiscale decomposition; thresholding de-noising; pipeline leakage

在工程应用中, 大多数信号都不可避免的受到来自外界的各种干扰, 因此, 对信号进行消噪处理就成为数据预处理中一项首要的工作, 能否有效的消除噪声直接影响着数据预处理的其他后续工作. 小波变换是近年来发展起来的一门热点学科, 在信号处理, 边缘检测、语音识别等方面有良好的应用. 在信号消噪方面, 随着 Donoho 等人提出了小波阈值消噪方法^[1], 许多人为此展开了广泛深入的研究^[2~7]. 其基本原理是: 在不同分解尺度上利用信号与噪声具有不同的表现这一特征, 通过设置一定的阈值, 对小波分解后的信号采用某一阈值函数进行处理, 再对处理后的信号进行重构即可获得消噪后的信号. 在这一过程中, Donoho 提出的是固定阈值,

然而针对不同的分解层数, 信号与噪声具有不同的幅值变化规律及稠密度, 因此使用固定阈值显然是不合适的. 如何针对不同的含噪信号, 在不同的分解层内自适应的选取阈值, 最终使得消噪效果达到最优就成为关键要解决的问题. 对此, 我们将 Donoho 提出的单一固定阈值进行了改进, 并通过构造新的阈值处理函数, 使得消噪效果较固定阈值相比有较大改善. 同时, 将这一方法应用到长输管道泄漏信号的检测中, 仿真实验证明了该方法的优越性.

1 小波阈值消噪原理

定义 1 设 n 为一正整数, 且满足 $n \leq \alpha \leq n+1$. 称函数 $f(x)$ 在 x^0 的 lipschitz 指数为 α 当且仅当

存在 2 个常数 A 和 $h_0 > 0$, 及一个 n 阶的多项式 $P_n(x)$, 使得 $h < h_0$ 时, 有下式成立:

$$|f(x_0 + h) - P_n(h)| \leq A |h|^\alpha. \quad (1)$$

设 x 为信号 $f(x)$ 的局部奇异点, 则在该点处 $f(x)$ 的小波变换取得模极大值, 在离散二进小波变换中有

$$|W^{2^j} f(x)| \leq K(2^j)^\alpha, \quad (2)$$

其中 j 为分解尺度, L 为常数, α 为该点的 lipschitz 指数. 将式(2) 两端取对数有

$$\log_2 |W^{2^j} f(x)| \leq \log_2 K + j\alpha, \quad (3)$$

由式(3) 可知, 若信号在 x 处的奇异性大于 0, 即 $\alpha > 0$, 则随着分解尺度 j 的增加, 小波变换模极大值的对数也随之变大; 当 $\alpha < 0$ 时, 即信号具有负的奇异性时, 则随着分解尺度的增加, 小波变换极大值随之变小; 当 $\alpha = 0$ 时, 小波变换模极大值将不随尺度的增加而变化.

设 $n(x)$ 为高斯白噪声, 且满足 $n(x) \sim N(0, \sigma^2)$, $W^{2^j} n(x)$ 为白噪声的二进小波变换, 则由小波变换的性质可知, $W^{2^j} n(x)$ 也为一随机过程. 考察其方差有

$$E[|W^{2^j} n(x)|^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E[n(u)n(v)] \phi_{2^j}(x-u) \phi_{2^j}(x-v) du dv = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma^2 \phi_{2^j}^2(x-u) du, \quad (4)$$

又 $\phi_{2^j}(x) = \frac{1}{2^j} \phi\left(\frac{x}{2^j}\right)$, 故式(4) 为

$$E[W^{2^j} n(x)^2] = \frac{\|\phi\|^2}{2^j} \sigma^2, \quad (5)$$

式(5) 表明 $|W^{2^j} n(x)|^2$ 的平均幅值反比于尺度 j , 即随着尺度的增加, 噪声的小波变换的模极大值将减小, 即噪声具有负的奇异性.

由此, 式(3) 和式(5) 即成为区分有用信号与噪声信号在多尺度分解中模极大值传播行为的依据.

2 小波阈值消噪步骤

目前, 在小波消噪方面, 应用较广的是 Donoho 提出的基于软阈值和硬阈值的小波消噪算法. 设有如下检测信号: $f(k) = s(k) + n(k)$, 其中: $s(k)$ 为原始信号, $n(k)$ 为高斯白噪声信号, 满足 $n(k) \sim N(0, \sigma^2)$, 即服从均值为 0, 方差为 σ^2 的正态分布. 则小波消噪问题可描述为如何从被污染的信号 $f(k)$ 中不失真的恢复真实信号 $s(k)$. 为此, 采用小波阈值消噪一般有以下步骤:

(1) 选择合适的小波基 $\phi(x)$ 及相应的分解尺度

j , 对含有噪声的信号进行二进离散小波变换, 得到各尺度上的小波系数 $w_{j,k}$;

(2) 采用一定的阈值 t 及相应的阈值处理函数 $g(w_{j,k}, t)$ 对小波系数进行处理, 得到处理后的系数

$$\hat{w}_{j,k} = g(w_{j,k}, t);$$

(3) 对处理后的系数 $\hat{w}_{j,k}$ 进行小波重构, 得到关于真实信号 s 的估计 \hat{s} .

由以上消噪过程可以看出, 小波阈值消噪效果的好坏主要取决于 4 个因素: ① 门限阈值的选择; ② 阈值函数的选取; ③ 小波基的选择; ④ 分解层数的确定. 其中, 门限阈值及阈值处理函数的选取又至关重要. 阈值选取过大, 会丢失很多有用信号, 阈值选取过小, 又会保留很多噪声, 使得消噪效果不理想. 目前应用最为广泛的阈值消噪方法是硬阈值和软阈值方法, 其阈值选取为 $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log N}$, 其中 σ^2 为噪声方差; N 为信号长度, 即不论软阈值或硬阈值均为全局阈值, 也就是说不管小波分解层数为多少, 每层阈值均相同且固定不变.

3 阈值的自适应选择

由以上分析可知, 信号与噪声在不同的分解尺度上, 其幅值及稠密度等特征是完全不同的, 因此采用固定阈值对信号进行处理显然是不合适的. 为克服这一弊端, 考虑到信号与噪声随尺度的增加, 幅值所表现出的不同特性, 我们采用的自适应阈值为

$$\lambda = \frac{\sigma \sqrt{2 \log N}}{\log(j+1)}, \quad (6)$$

其中 σ^2 为噪声方差, N 为信号长度, j 为分解尺度.

由式(6) 可以看出, 随着分解尺度的增大, 阈值 λ 总的变化趋势是减小的, 这一点恰好适应了噪声幅值的变化规律.

在阈值处理函数方面, 由 Donoho 提出的硬阈值处理方法中, 其处理函数为

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} w_{j,k}, & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (7)$$

可见, 小波系数 $w_{j,k}$ 在阈值 λ 与 $-\lambda$ 之间是不连续的.

在软阈值中, 其处理函数为

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \text{sgn}(w_{j,k})(|w_{j,k}| - \lambda), & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (8)$$

式(8) 中 $w_{j,k}$ 虽然是连续的, 但 $w_{j,k}$ 与 $\hat{w}_{j,k}$ 之间存在恒定的偏差, 这必将影响到重构的精度, 从而影响到消噪的效果. 为克服这一缺陷, 以下采用文献[8] 所构造的新的阈值处理函数:

$$\hat{w}_{j,k} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(w_{j,k}) \left[|w_{j,k}| - \frac{\lambda}{\exp\left(\frac{|w_{j,k}| - \lambda}{N}\right)} \right], & |w_{j,k}| \geq \lambda \\ 0, & |w_{j,k}| < \lambda \end{cases} \quad (9)$$

其中 N 为任意正常数. 由式(9) 可以得出

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \operatorname{sgn}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda / \exp((|w_{j,k}| - \lambda) / N)) = \operatorname{sgn}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda),$$

$$\lim_{N \rightarrow 0} \operatorname{sgn}(w_{j,k}) (|w_{j,k}| - \lambda / \exp((|w_{j,k}| - \lambda) / N)) = w_{j,k},$$

即当 $N \rightarrow \infty$ 时, 新阈值函数趋于软阈值; 当 $N \rightarrow 0$ 时, 新阈值趋于硬阈值函数. 可见, 当 N 取定某一常数后, 新阈值函数是处于软阈值和硬阈值之间的一个灵活选择.

4 仿真实验分析

为验证上述算法的有效性, 以 Matlab 中典型的 Block 信号作为测试对象, 分别将新的消噪算法与

软阈值消噪算法和硬阈值消噪算法进行比较. 其中, 小波基选择 db1 小波, 分解层数为 3, 噪声信号的信噪比为 4. 由图 1 可以看出, 新算法的消噪效果明显好于其他 2 种. 另外, 由表 1 给出的 3 种消噪方法的信噪比和均方误差比较, 也可以看出新提出的自适应阈值方法更为理想.

通过叠加不同能量的噪声, 仍可以得到相同的结论.

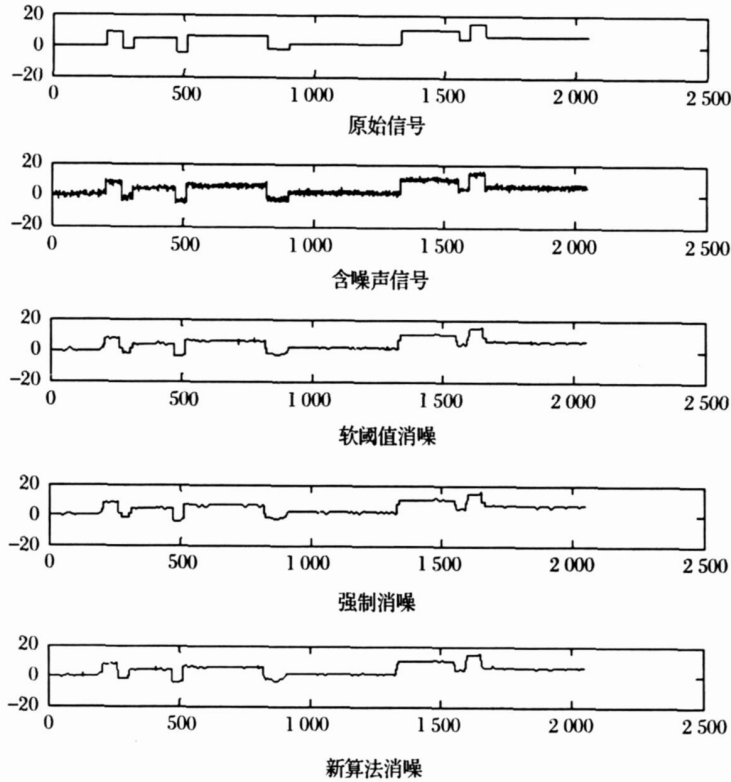


图 1 对含噪声的 Block 信号作不同的消噪处理

表 1 3 种阈值去噪法的信噪比和均方误差

| 估计器 | 软阈值法 | 硬阈值法 | 新阈值法 |
|-----|----------|----------|----------|
| SNR | 29.830 4 | 31.055 6 | 33.552 8 |
| MSE | 0.786 7 | 0.691 7 | 0.542 3 |

5 工程应用

随着管道运输在我国国民经济中发挥的作用日益提高, 管道的维护和管理、泄漏检测及管道的安全

运行已成为重要的研究课题, 受到了世界各国的高度重视. 在众多的泄漏检测与定位方法中, 负压波法以其原理简单、检测速度快等优点, 在实际管线中的应用越来越广泛. 其基本原理是通过设置在泄漏点两侧或泵站内的传感器来采集压力波信号, 根据压力波的物理特征和时间差, 利用信号处理方法即可检测泄漏的存在, 同时确定泄漏程度和泄漏位置. 然而管道在传输流体的过程中, 由于管道周围介质的

扩散、管道摩阻等影响,使得在管道两端测得的压力和流量信号带有很大的噪声.例如小泄漏和缓慢泄漏形成的负压波信号往往被淹没在噪声中,无法提取.因此,有效的噪声消除技术是保证管道泄漏快速检测和精确定位的基础.为此,将上述提到的新的小

波阈值消噪方法应用到一段管道泄漏信号的滤波处理中,仿真效果显著.由图 2 可以看出,经过对消噪后的信号进行多尺度分解,更加准确的检测到了信号的奇异点位置,从而为后续的泄漏快速检测和精确定位提供了坚实的理论基础.

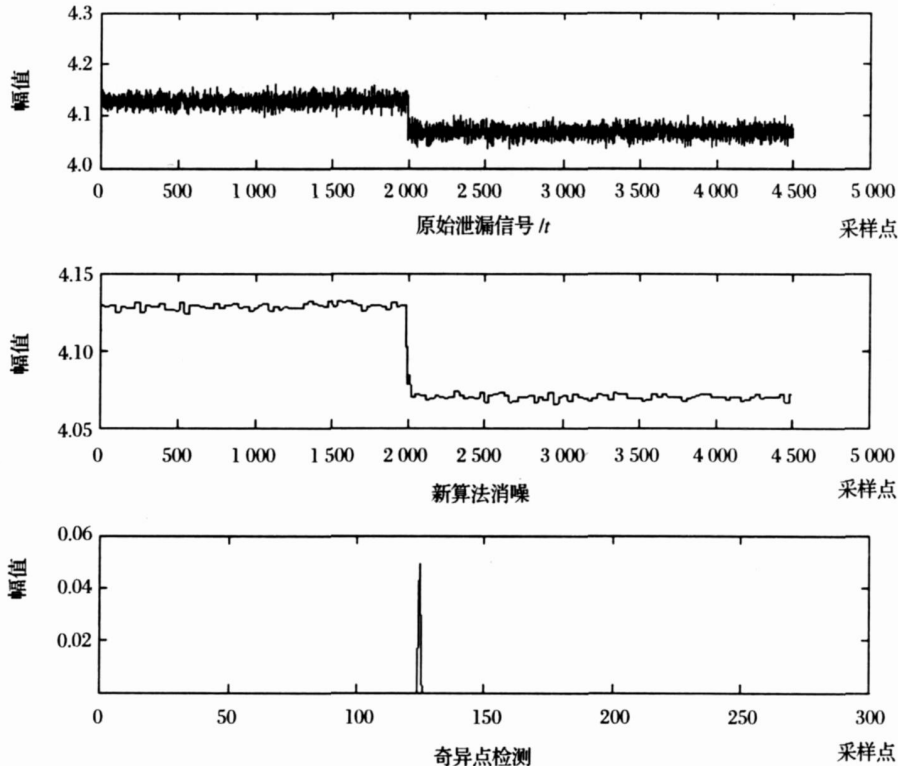


图 2 采用新算法对管道泄漏信号进行消噪并捕捉奇异点

6 结论

以上提出了一种新的阈值去噪方法,与传统的硬阈值、软阈值方法相比,去噪效果无论从视觉上还是去噪后信号的信噪比和均方误差意义上都有了明显的改善.但在仿真试验中发现,无论硬阈值、软阈值还是新算法,对阈值选取策略依赖性很强,能否找到一种不受阈值选取约束的阈值函数,是进一步研究的方向.

参考文献:

- [1] D. L. Donoho. De-noising by Soft-Thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- [2] Berkner K and Wells R O. Smoothness Estimates for Soft-Threshold Denoising Via Translation-invariant Wavelet Transforms[J]. Applied and Computational Harmonic Analy-

sis, 2002, 12(1): 1-24.

- [3] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially Adaptive Wavelet Thresholding with Context Modeling for Image Denoising [J]. IEEE Trans. on Image Proc, 2000, 9(9): 1 522-1 530.
- [4] 潘泉,孟晋丽.小波滤波方法及应用[J].电子与信息学报, 2007, 29(1): 236-240.
- [5] 黄宜军,汪金友.信号去噪阈值参数选择的自适应退火遗传算法[J].测试技术学报, 2006, 20(5): 456-460.
- [6] 谢杰成,张大力,徐文力.小波图像去噪综述[J].中国图象图形学报, 2002, 7(3): 209-215.
- [7] 王慧琴,何继爱,张秋余.小波变换在语音增强中的应用[J].甘肃科学学报, 2005, 17(4): 79-81.
- [8] 张围强,宋国乡.基于一种新的阈值处理函数的小波域信号去噪[J].西安电子科技大学学报, 2004, 31(2): 296-299.
- [9] 胡昌华,张军波,夏军,等.基于 Matlab 的系统分析与设计—小波分析[M].西安:西安电子科技大学出版社, 1999.
- [10] 徐长发,李国宽.实用小波方法[M].武汉:华中科技大学出版社, 2004.

作者简介:

毛海杰 (1978-)女,内蒙古自治区赤峰市人,2004年毕业于兰州理工大学控制理论与控制工程专业,现任兰州理工大学电信学院讲师,主要从事动态系统故障诊断与容错控制,系统仿真,小波分析等方面的教学和科研工作.