DOI: 10.3969/j.issn.1001-3881.2010.23.026

机床三支承主轴的刚度计算

李慧云[1]，高仲达[1]，张永贵[2]，谢昭童[3]
(1.宁夏职业技术学院，宁夏银川 750002; 2.兰州理工大学机电工程学院，甘肃兰州 730050;
3.宁夏银川大河数控机床有限公司，宁夏银川 750021)

摘要：利用三支承机床主轴的力学模型分析主轴的刚度。从辅助支承发生作用的条件出发，假设三个支承在载荷作用下的变形呈线性关系，由此求解出辅助支承约束力，从而将超静定问题转化为静定问题，推导出主轴端部柔度（刚度的倒数）计算公式。经实际计算验证该公式的正确性，对三支承结构的机床主轴设计和专业教学具有一定的实际意义。

关键词：机床；三支承主轴；刚度；超静定问题
中图分类号：TG502.1　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1001-3881（2010）23-083-3

Stiffness Calculating of a Three Point Supported Spindle of Machine Tool

LI Huiyun[1], GAO Zhongda[1], ZHANG Yonggui[2], XIE Zhaotong[3]
(1.Ningxia Polytechnic College, Yinchuan Ningxia 750021, China;
2.School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;
3.Ningxia Yinchuan Dahe CNC Machine Tool Co., Ltd., Yinchuan Ningxia 750021, China)

Abstract: The stiffness of spindle was analyzed using the mechanics model of a three point supported spindle of machine tool. Starting from the working condition of assistant bearing, supposing that relation of the deformations of three bearing were linear, the sanction of assistant bearing was solved to translate the statically indeterminate problem into a statically determinate problem and the flexibility expressions of spindle end was deduced. The expressions was validated by practically calculating. It is effective for the design of machine tool with three point supported spindle and specialty teaching.

Keywords: Machine tool; Three point supported spindle; Stiffness; Statically indeterminate problem

机床主轴部件的刚度，综合地反映了主轴和轴承抵抗变形的能力，与机床加工精度有直接关系，是主轴部件结构性能的重要指标，主轴部件刚度的大小通常以在主轴前端施加的作用力与力的方向上所产生的位移的比值大小来衡量。在设计高精度机床的主轴组件时，考虑主轴结构的高刚度是必须满足的要求。

影响主轴部件刚度的因素很多，如主轴本身的尺寸和形状，滚动轴承的型号、数量、配置形式和预紧，前后支承间的距离和主轴前端的悬伸量，传动件的布置方式，主轴部件的制造和装配质量等[1]。从主轴支承的布置来看，国内外机床产品中既有两支承结构，又有三支承结构（其中两个为主支承，一个为辅助支承）。不管何种布置方式，在主轴的形状尺寸以及滚动轴承型号确定的情况下，主轴支承间的距离对于主轴部件的刚度具有举足轻重的影响，因此在设计中都追求能够达到刚度最高的最佳跨距。针对两支承结构的刚度及“最佳跨距”的获得方法，已进行了广泛的研究[2-4]。对三支承结构的刚度问题，虽然也有一些讨论[1,5]，但限于问题本身的复杂性以及研究者着眼点的不同，还不能在实际设计或专业教学中起到明确的帮助作用。作者以车床加工为例，分析讨论三支承结构主轴的刚度问题。

1　三支承结构主轴模型的简化

车床主轴典型的三支承结构如图 1所示，一般为前端定位，前支承和后支承做主支承，中间支承为辅

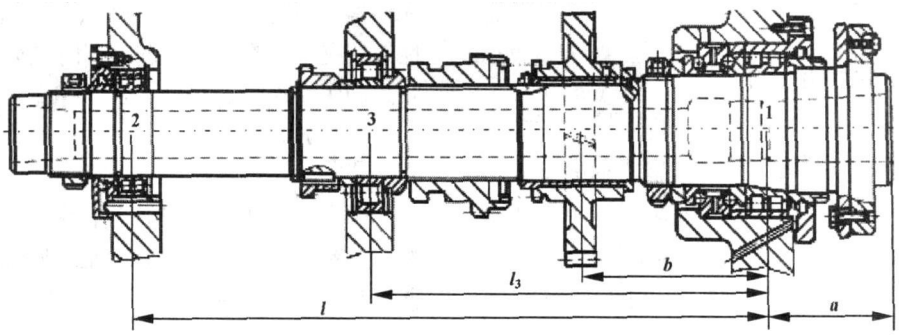

图 1　车床主轴三支承结构

收稿日期：2009-10-21
作者简介：李慧云，女，副教授，主要从事机械设计与工程力学方面的教学科研工作。E-mail: nxddlhy@163.com.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

助支承。也有前支承和中间支承为主支承，后支承做辅助支承的结构。

为了叙述方便，将主支承中前支承标为 1，后支承标为 2，辅助支承标为 3，主轴端部标记为 0；图中 l为主支承两作用点间的跨距、l_3为辅助支承到前支承的跨距、b为传动齿轮作用点到前支承作用点的距离、a为主轴悬伸量。为了计算简便，针对上述主轴结构进行结构简化：（1）将变截面主轴简化为等截面，取平均直径为其计算直径；（2）将主轴支承简化为径向支承，只考虑径向轴承刚度，略去推力轴承的抗弯能力，并在主轴前端施加切削载荷 P、在传动齿轮作用点施加径向力 Q。简化的主轴三支承结构模型如图 2所示。

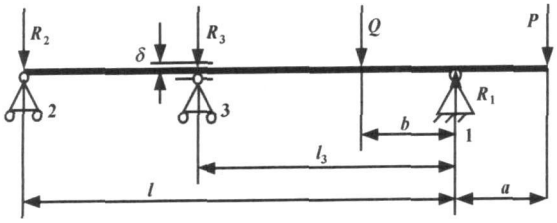

图 2 三支承结构主轴的简化模型

工程实际中，传动作用力 Q与切削力 P并不共面，这里假设 Q是传动作用力折算到 P作用面上的径向力，假设主轴的弹性模量为 E，惯性矩为 I，辅助支承的轴承间隙为 δ为已知量，将轴承简化为铰链约束，则原三支承机床主轴抽象为如图 2所示的力学模型，存在静力平衡方程：

$$\begin{cases} R_1 - P - Q - R_2 - R_3 = 0 \\ Pa - Qb - R_2 l - R_3 l_3 = 0 \end{cases} \tag{1}$$

当 a、b、l、l_3已知时，求解支承的支反力时未知数数目比方程数目多一个，属于一次超静定问题。由于轴承的刚度是其承受载荷的函数，所以在计算中必须求出轴承的支反力，在设计计算中也是根据 R_1、R_2、R_3的值计算轴承刚度，然后代入主轴部件的刚度表达式中求解确定 l、l_3的最佳值（a、b根据结构确定）。

2 三支承结构主轴的力学模型

由于主轴部件刚度是综合作用的结果，或者说，切削载荷作用下主轴端部的位移，是由于轴承、主轴本身在载荷作用下变形的叠加。进一步分析，可以将主轴部件看做是支承刚性、主轴弹性的力学模型和支承弹性而主轴刚性的力学模型的复合，下面分别就这两种情况讨论问题的求解模型。

如图 3所示，在支承刚性的假设条件下，主轴本身在载荷作用下发生弹性变形。由于中间的辅助支承是主轴支承，3处的变形大于轴承间隙 δ时才起作用，因此首先讨论支承 3处的变形。

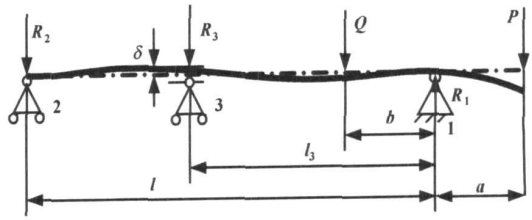

图 3 支承刚性主轴弹性时的变形

对载荷 P、Q作用结果分别讨论，然后叠加。根据工程力学知识[6]，在载荷 P作用下，支承 3处的变形 $\delta_{s3,P}$为：

$$\delta_{s3,P} = \frac{Pa(l-l_3)^2}{6lEI}(l+l_3) \tag{2}$$

在载荷 Q作用下，支承 3处的变形 $\delta_{s3,Q}$为：

$$\delta_{s3,Q} = \frac{Qb(l-l_3)}{6lEI}[l^2+(l-l_3)^2+b^2] \tag{3}$$

二者综合作用的结果为：

$$\delta_{s3} = \frac{(Pa+Qb)(l-l_3)}{6lEI}[2l^2+(l-l_3)^2+b^2-l_3^2] \tag{4}$$

而对于支承弹性而主轴刚性的情况，如图 4所示，主轴在载荷 P、Q作用下相当于其原始轴线发生偏斜。假设 3个支承的刚度分别已知为 k_1、k_2、k_3，在辅助支承不起作用的情况下，存在：

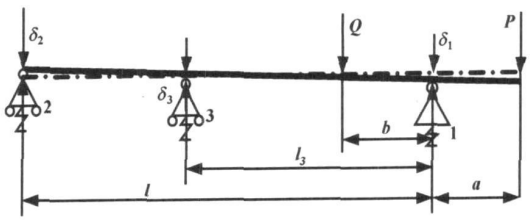

图 4 支承弹性主轴刚性时的变形

$$\delta_1 = \frac{P(a+l)+Q(l-b)}{k_1 l} \qquad \delta_2 = \frac{Pa-Qb}{k_2 l}$$

由于 3个支承中 2个主支承都预紧，而辅助支承无预紧，且存在 $k_1 > k_2 \gg k_3$，故可以假设在主轴刚性的情况下，在支承 3起作用时该处的变形 δ_3与 δ_1、δ_2之间关系始终为线性关系，存在：

$$\delta_3 = \frac{\delta_1(l-l_3)+\delta_2 l_3}{l} \tag{5}$$

那么，在载荷作用下，主轴在支承 3处的变形量为 $\delta_{s3}+\delta_3$，当 $\delta_{s3}+\delta_3>\delta$时辅助支承起作用，需要克服的变形量为 $\delta_{s3}+\delta_3-\delta$，则存在：

$$R_3/k_3 = \delta_{s3}+\delta_3-\delta \tag{6}$$

式（6）即为求解式（1）的超静定问题的变形协调条件，式（1）和（6）联立即可求得辅助支承起作用时各个支承的支反力，从而将图 2所示的超静定问题转

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

化为静定问题，其模型如图 5所示。由此即可进行主轴的刚度分析。

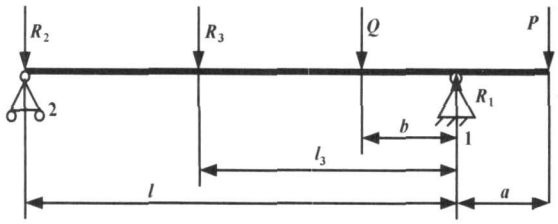

图 5　三支承结构主轴的力学模型

3　三支承结构主轴的刚度计算

针对图 5所示的主轴力学模型，讨论其端部在载荷作用下的变形，类似于上述分析过程，仍然按照支承刚性主轴弹性和支承弹性而主轴刚性 2种情况分别讨论，然后叠加。

支承刚性主轴弹性的情况与图 3相似（篇幅所限，不再给出图形），主轴端部的变形是载荷 P、Q、R_3分别作用的结果，分别可用如下公式求得：

$$\delta_{s0,P}=\frac{Pa^2}{3EI}(l+a)$$

$$\delta_{s0,Q}=\frac{Qb}{6lEI}(2l^2-3lb+b^2)$$

$$\delta_{s0,R_3}=\frac{R_3l_3}{6lEI}(2l^2-3ll_3+l_3^2)$$

按照叠加原理：$\delta_{s0}=\delta_{s0,P}+\delta_{s0,Q}+\delta_{s0,R_3}$

$$\delta_{s0}=\frac{1}{3EI}\left[Pa^2(l+a)-\frac{Qb(2l^2-3lb+b^2)+R_3l_3(2l^2-3ll_3+l_3^2)}{2l}\right] \tag{7}$$

支承弹性主轴刚性的情况与图 4相似（篇幅所限，不再给出图形），主轴端部的变形是载荷作用下 2个主支承变形的结果。

支承 1、2的变形反映到主轴端部分别为：

$$\delta_{z0,1}=\delta_1\frac{a+l}{l}\qquad \delta_{z0,2}=\delta_2\frac{a}{l}$$

二者叠加则有：

$$\delta_{z0}=\frac{P(l+a)^2+Q(l-b)(l+a)}{k_1l^2}+\frac{Pa^2-Qab}{k_2l^2} \tag{8}$$

根据叠加原理，主轴端部的变形为：$\delta_0=\delta_{s0}+\delta_{z0}$

$$\delta_0=\frac{1}{3EI}\left[Pa^2(l+a)-\frac{Qb(2l^2-3lb+b^2)+R_3l_3(2l^2-3ll_3+l_3^2)}{2l}\right]+\frac{P(l+a)^2+Q(l-b)(l+a)}{k_1l^2}+\frac{Pa^2-Qab}{k_2l^2} \tag{9}$$

根据主轴刚度的定义，使主轴前端产生单位位移时，在位移方向测量所需施加的力，得 $k=P/\delta_0$，将式（9）代入，则 k的表达式比较繁杂，为此，引入主轴柔度的概念，为主轴刚度的倒数，即有：

$$\frac{\delta_0}{P}=\frac{1}{3EI}\left[a^2(l+a)-\frac{Qb(2l^2-3lb+b^2)+R_3l_3(2l^2-3ll_3+l_3^2)}{2lP}\right]+\frac{(l+a)^2+Q(l-b)(l+a)/P}{k_1l^2}+\frac{a^2-Qab/P}{k_2l^2} \tag{10}$$

从式（10）可以看出，考虑了传动力和辅助支承约束的三支承主轴端部的柔度表达式比两支承结构的复杂，在根据结构预先确定悬伸量 a及主轴基本结构尺寸（即确定 E、I）的情况下，除了两个主支承的跨距与刚度的影响，传动力作用的位置、辅助支承的布置位置也都对主轴端部的柔度（或刚度）产生影响，而且也反映出轴端载荷 P与传动力、辅助支承约束力之间的比例关系，也对主轴端部的柔度（或刚度）有影响作用，将式（10）计算结果取倒数即为主轴部件的刚度。

针对某 CA6140型车床的三支承主轴结构，主支承跨距 l=625 mm，当量直径为 105.9 mm，内孔直径为 52 mm，主轴端径向载荷 P=5 000 N，采用式（9）计算主轴端部的位移为 $\delta_{0j}=6.10\ \mu m$，在同样载荷下实测主轴端部的位移 $\delta_{0c}=10\ \mu m$，分析实测值与计算值之间的差异，主要是由于计算中对主轴的简化没有考虑螺纹越程槽、砂轮越程槽等的影响，其次轴承刚度采用公式计算获得，预加载荷分别为额定动载荷的 1/10，使得轴承刚度高于实际值，再者，实测时传动横向力不起作用。因此，主轴端部的计算位移接近于实际情况，说明采用式（9）计算主轴端部位移和用式（10）计算主轴主轴柔度（刚度的倒数）是可行的。

4　结论

综合上述，可以得出如下结论：

（1）对于三支承结构主轴，假设三个支承的变形呈线性关系，由此对辅助支承约束力求解，从而将超静定问题转化为静定问题是可行的；

（2）采用文中给出的公式计算的主轴端部位移或刚度，基本符合实际情况，可以在实际设计中用于计算。

参考文献：

【1】戴曙. 金属切削机床设计［M］. 北京：机械工业出版社，1981.
【2】翁德玮. 制造装备主轴优化设计及其软件研制［J］. 机械设计与研究，2003，19（3）：80－82.
【3】杨美英. 数控机床主轴组件设计及刚度计算［J］. 机械工程与自动化，2004（2）：72－74.
【4】陈启铠. 数控车床主轴弯曲刚度校验的研究［J］. 上海应用技术学院学报，2005，5（3）：157－161.
【5】高斌，李冬霞，王冠中. 关于机床主轴部件静刚度的再研究［J］. 机械研究与应用，1996（1）：7－10.
【6】马安禧，于绶章，周康年，等. 材料力学［M］. 2版. 高等教育出版社，1987.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net