

VH-CATT啮合过程弹流润滑最小油膜厚度分析

罗培¹ 侯力¹ 吴阳¹ 吉阳珍¹ 刘旭槟¹ 魏永峭²

(1 四川大学 机械工程学院, 四川 成都 610065)

(2 兰州理工大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要 基于变双曲圆弧齿线圆柱齿轮(VH-CATT)的齿面方程,利用齿轮啮合原理进行啮合过程中的齿面接触分析,得到VH-CATT齿轮副凹、凸齿面啮合过程中各啮合点的位置分布。根据齿轮几何学原理,推导出VH-CATT齿轮副凹、凸齿面各啮合点处的主曲率、卷吸速度等弹流润滑重要参数的计算公式。采用Downson-Higginson最小油膜厚度模型进行VH-CATT啮合过程弹流润滑最小油膜厚度分析,得到齿轮副在不同齿轮设计参数下啮合过程中弹流润滑最小油膜厚度的变化规律。理论分析表明,VH-CATT主动轮(凹齿面)齿根处与从动轮(凸齿面)齿顶处润滑情况最差,此处最易出现齿面摩擦磨损失效;输入转速增加,最小油膜厚度大幅增加,润滑性能得到提升;输入载荷增加,最小油膜厚度略微减小,齿轮具有抗冲击载荷的特性;压力角增加,最小油膜厚度增加,润滑性能与承载能力得到提升;齿线半径增加,最小油膜厚度轻微减小,选用合理的刀盘半径加工该齿轮有利于提高润滑性能。研究结果为VH-CATT润滑设计、磨损量计算提供了一定的理论依据。

关键词 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮 接触分析 弹流润滑 最小油膜厚度

Analysis of VH-CATT EHL Minimum Film Thickness in Meshing Process

Luo Pei¹ Hou Li¹ Wu Yang¹ Ji Yangzhen¹ Liu Xubing¹ Wei Yongqiao²

(1 School of Mechanical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

(2 School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract Based on the tooth surface equation of the Variable hyperbolic circular-arc-tooth-trace (VH-CATT), the gear meshing principle is used to analyze the tooth surface contact during the meshing process, the positions distribution of the VH-CATT meshing point during meshing process of the concave and convex tooth surface is obtained. According to the principles of gear geometry, the formulas for calculating the important parameters of EHL such as the principal curvatures and entrainment velocity of the VH-CATT meshing point during meshing process of the concave and convex tooth surface is obtained. The Downson-Higginson minimum film thickness model is used to analyze the minimum film thickness of EHL in the VH-CATT meshing process, and the variation rules of EHL minimum film thickness in the meshing process of gear pairs with different gear design parameters are obtained. Theoretical analysis shows that the lubrication condition between the dedendum of driver gear (the concave tooth surface) and the addendum of driven gear (the convex tooth surface) of VH-CATT is the worst, where the wear failure of tooth surface is most likely to occur. When the input load increases, the minimum film thickness decreases slightly, and the gear is provided with the characteristics of impact load resistance. With the increase of pressure angle, the minimum film thickness increases so that the lubricity and bearing capacity are improved. When the tooth trace radius becomes longer, the minimum film thickness decreases slightly, selecting a reasonable cutter head radius to process the gear can improve the lubricity. The results provide a theoretical basis for the lubrication design and wear calculation of VH-CATT.

Key words Variable hyperbolic circular-arc-tooth-trace (VH-CATT) Contact analysis Elastohydrodynamic lubrication (EHL) Minimum film thickness

0 引言

VH-CATT (Variable Hyperbolic Circular-Arc-Tooth-Trace) 是基于格利森弧齿锥齿轮而发展起来的一种新型齿轮。该型齿轮具有承载能力强、传动效率高、安装精度要求低、无轴向分力等特点^[1-2]。Tseng 等诸多学者利用齿轮啮合原理与分形理论进行研究, 推导出 VH-CATT 的齿面方程, 进行了齿轮几何特性分析, 并以此建立了三维模型及滑动摩擦接触力学模型^{[3-5][6][71-179][7-8]}, 但少有对 VH-CATT 润滑性能研究相关的报道。齿轮副啮合过程中润滑性能不良是其传动过程中发生齿面磨损和胶合等失效的主要原因之一。与传统流体润滑不同, 啮合过程中最小润滑油膜厚度是弹性流体动力润滑分析中的重要参数^[9], 它将直接影响到齿轮副的可靠性及运行寿命。在齿轮副设计过程中, 考虑啮合过程中的齿面接触情况、几何特性及润滑性能, 对于提高齿轮传动的承载能力、使用寿命、传动精度具有积极影响。因此, 齿轮设计初期开展以齿面接触分析为基础的 VH-CATT 齿轮副啮合过程中弹流润滑最小油膜厚度的研究, 对该齿轮传动的设计及性能分析有重要意义。Roland 用数值方法分析计算了简单变化载荷下的瞬时弹流润滑问题, 推导了渐开线直齿圆柱齿轮的瞬时弹流润滑模型^[10]。Wang Y 等用多重网格技术对直齿轮的非稳态弹流润滑进行了数值分析, 得到直齿圆柱齿轮的最小油膜厚度变化规律^[11]。闫玉涛等分析了螺旋锥齿轮从泛油润滑到无油润滑的时间, 并进行齿轮寿命的预测^[12]。王延忠等研究了弧齿锥齿轮的润滑特性, 研究分析了弧齿锥齿轮从齿根到齿顶之间的最小油膜厚度的变化规律^[13]。以上研究基本上建立了直齿圆柱齿轮、锥齿轮弹流润滑研究的理论和体系, 其为 VH-CATT 的润滑性能研究提供了参考。

目前, 未见以齿面接触分析为基础的 VH-CATT 润滑成膜研究。本文中以 VH-CATT 啮合齿面为研究对象, 进行了齿轮副啮合过程中的齿面接触分析, 得到齿轮接触精确位置。推导了啮合过程中不同接触点 Guass 曲率、平均曲率、主曲率、卷吸速度、瞬时传动比等的计算公式, 得到接触点的润滑参数。基于 Downson-Higginson 弹流润滑理论建立了啮合过程中具有较高精度的弹流润滑最小油膜厚度模型, 利用此较高精度的模型进一步对比分析了不同转速、不同载荷、不同齿轮设计参数等条件下更接近实际的弹流润滑最小油膜厚度变化规律。

1 VH-CATT 的齿面方程

VH-CATT 采用双刃切削的加工方式^[14], 齿廓成形由安装于机床主轴上的旋转刀盘绕其自身轴线作旋转运动而成, 加工原理如图 1 所示。

利用固定在旋转刀盘上的铣刀随刀盘转动进行切削, 刀具同一圆周上的内刀刃和外刀刃分别在齿轮毛胚上切削出 VH-CATT 的凸面轮廓和凹面轮廓, 刀具的内外刀刃与刀具轴线(旋转刀盘轴线)成固定的角度。

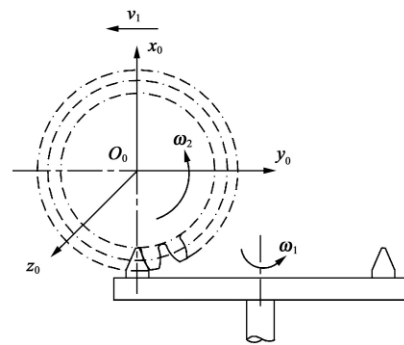


图1 旋转刀盘铣削加工原理图

Fig. 1 Principle diagram of rotating cutter-head milling

根据该齿轮加工原理与空间啮合原理, 可得到 VH-CATT 在工件动坐标系 $S_0(x_0, y_0, z_0)$ 下的齿面方程的表达式为^{[6][71-172]}

$$\begin{cases} x_0 = \left[-\left(R \mp \frac{\pi}{4} m \pm u \sin \alpha \right) \cos \theta + R + R_1 \varphi \right] \cos \varphi + \\ \quad (u \cos \alpha - R_1) \sin \varphi, \\ y_0 = \left[\left(R \mp \frac{\pi}{4} m \pm u \sin \alpha \right) \cos \theta - R - R_1 \varphi \right] \sin \varphi + \\ \quad (u \cos \alpha - R_1) \cos \varphi, \\ z_0 = \left(R \mp \frac{\pi}{4} m \pm u \sin \alpha \right) \sin \theta, \\ u_0 = \mp \sin \alpha \frac{\cos \theta \left(R \mp \frac{\pi}{4} m \right) - (R_1 \varphi + R)}{\cos \theta} \end{cases} \quad (1)$$

式中, “ \mp ”、“ \pm ”取上部符号表示内刀刃加工出的齿轮凸面, 取下部符号表示外刀刃加工出的齿轮凹面; α 为压力角; θ 为刀具转角; φ 为工件转角; m 为齿轮模数; R 为刀盘半径(齿线半径); R_1 为被加工齿轮的分度圆半径。

2 齿面接触分析

2.1 主动轮和从动轮齿面方程坐标变换

根据齿轮接触分析原理^[15], 为了对接触痕迹限定在局部的两齿面的啮合和接触进行分析, 需要将分析

和计算过程限定在同一绝对固定的坐标系中进行。

根据 VH-CATT 齿坯与刀盘的关系和齿轮正确啮合条件，建立如图 2 所示的空间坐标系，其中， $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 为假定的固定坐标系； $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 与 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 分别为与主动轮和从动轮相互固联的工件动坐标系； $S_m(x_m, y_m, z_m)$ 与 $S_n(x_n, y_n, z_n)$ 为从动轮坐标变换过程中的中间辅助坐标系； a 为齿轮副标准中心距； ϕ_p 为主动轮的转角； ϕ_g 为从动轮的转角。

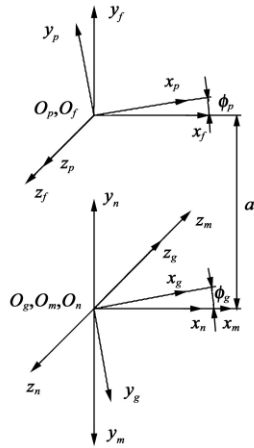


图 2 空间坐标系

Fig. 2 Coordinate systems of VH-CATT

由图 2 所示可以看出，在此啮合过程中，始终是由主动轮的凹齿面对应从动轮的凸齿面啮合。结合式(1)，可知工件动坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 下的主动轮取凹面的齿面方程 r_p ，以矢量的形式表示，如式(2)所示；工件动坐标系 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 下的从动轮则取凸面的齿面方程 r_g ，同样以矢量的形式表示，如式(3)所示。参数 φ 的取值范围可由文献[6]¹⁷¹⁻¹⁷² 确定。

$$r_p(\theta_p, \varphi_p) = x_p(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{i} + y_p(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{j} + z_p(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{k} \quad (2)$$

$$r_g(\theta_g, \varphi_g) = x_g(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{i} + y_g(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{j} + z_g(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{k} \quad (3)$$

则主动轮凹齿面从坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 到 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 的坐标变换矩阵为 M_{fp} 。

主动轮的转角 ϕ_p 取值是有一定范围的。无误差时，VH-CATT 的凹、凸齿面接触发生在齿轮的中截面上，该齿轮中截面齿廓为渐开线齿廓，则主动轮的转角 ϕ_p 取值范围可根据渐开线特性及其啮合特点确定。主动轮与从动轮按标准中心距安装时，啮合传动过程如图 3 所示。

直线 N_1N_2 为啮合线，线段 $\overline{B_pB_g}$ 为实际啮合线， r_{ap} 、 r_{ag} 和 r_{bp} 、 r_{bg} 分别为两动轮的齿顶圆半径和基圆半径。发生线上线段长度等于基圆上被滚过的弧长，根据图 3 可知，转角 ϕ_p 的范围是从接触线上 B_g 点进

入啮合、 B_p 点脱离啮合时主动轮所转过的角度。推导出主动轮转角 ϕ_p 的取值范围为

$$\begin{cases} \phi_p \geq \tan \alpha - \tan \alpha_{bp} - \frac{\pi}{2z_p} \\ \phi_p \leq \tan \alpha_{ap} - \tan \alpha_{bp} \end{cases} \quad (4)$$

式中， z_p 为主动轮齿数； $\alpha_{ap} = \arccos[2r_{bp}/(z_p+2)m]$ ； $\alpha_{bp} = \arccos[r_{bp}/o_pB_g]$ 。

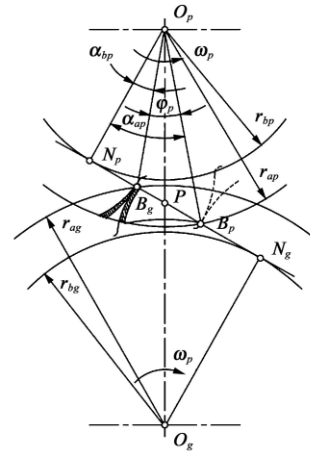


图 3 VH-CATT 齿廓啮合过程

Fig. 3 Tooth profile meshing process of VH-CATT

利用齐次坐标进行坐标变换，则主动轮凹齿面从坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 到绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 的坐标变换可用矩阵方程式(5)表示。

基于该齿轮凹面的齿面方程和坐标变换矩阵，可以得到主动轮凹齿面在绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 下的齿面方程，如式(6)所示，式(6)中 u_p 的取值如式(7)所示。

$$\begin{bmatrix} x_{fp} \\ y_{fp} \\ z_{fp} \\ 1 \end{bmatrix} = M_{fp} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} r_{fp}(\theta_p, \varphi_p) &= x_{fp}(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{i} + y_{fp}(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{j} + z_{fp}(\theta_p, \varphi_p)\mathbf{k} = \\ &\{ [-R + \frac{\pi}{4}m - u_p \sin \alpha] \cos \theta_p + R + R_p \varphi_p \} \cos(\varphi_p - \phi_p) + (u_p \cos \alpha - R_p) \sin(\varphi_p - \phi_p) \} \mathbf{i} + \\ &\{ [-R + \frac{\pi}{4}m - u_p \sin \alpha] \cos \theta_p + R + R_p \varphi_p \} \sin(\phi_p - \varphi_p) + (u_p \cos \alpha - R_p) \cos(\phi_p - \varphi_p) \} \mathbf{j} + \\ &\{ (R + \frac{\pi}{4}m - u_p \sin \alpha) \sin \theta_p \} \mathbf{k} \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_p = \sin \alpha \frac{\cos \theta_p (R + \frac{\pi}{4}m) - (R_p \varphi_p + R)}{\cos \theta_p} \quad (7)$$

主动轮在工件动坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 中的凹齿面单位法线矢量表示为

$$\mathbf{n}_p = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \theta_p} \times \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \varphi_p}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \theta_p} \times \frac{\partial \mathbf{r}_p}{\partial \varphi_p} \right|} \quad (8)$$

由主动轮凹齿面的坐标变换矩阵可得到该齿面单位法线矢量从工件动坐标系 $S_p(x_p, y_p, z_p)$ 到绝对固定坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 的坐标变换矩阵为 L_{fp} 。

齿面 Σ_p 的单位法线矢量 \mathbf{n}_{fp} 在坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 中可用矩阵方程表达, 即

$$\mathbf{n}_{fp} = L_{fp} \mathbf{n}_p \quad (9)$$

由图2可知, VH-CATT从动轮齿面由工件动坐标系 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 到绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 的坐标变换经过两个辅助坐标系, 坐标变换矩阵依次为 M_{mg} 、 M_{nm} 、 M_{fn} 。因此, 可得到坐标变换矩阵 M_{fg} 为

$$M_{fg} = M_{fn} M_{nm} M_{mg} \quad (10)$$

得到从动轮凸齿面由工件动坐标系 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 到绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 齐次坐标变换的矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} x_{fg} \\ y_{fg} \\ z_{fg} \\ 1 \end{bmatrix} = M_{fg} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

则从动轮凸齿面在绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 下的齿面方程可推出, 矢量的形式如式(12)所示。凸齿面矢量形式代入具体的齿面方程后与凹齿面类似, 由于篇幅有限, 此处不再赘述。

$$\mathbf{r}_{fg}(\theta_g, \varphi_g) = x_{fg}(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{i} + y_{fg}(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{j} + z_{fg}(\theta_g, \varphi_g)\mathbf{k} \quad (12)$$

与主动轮同理, 从动轮在工件动坐标系 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 中的凸齿面单位法线矢量表示为

$$\mathbf{n}_g = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \theta_g} \times \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \varphi_g}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \theta_g} \times \frac{\partial \mathbf{r}_g}{\partial \varphi_g} \right|} \quad (13)$$

从动轮齿面的单位法线矢量 \mathbf{n}_{fg} 从工件动坐标系 $S_g(x_g, y_g, z_g)$ 到绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 需要变换3次, 其与从动轮齿面方程的坐标变换步骤完全相同。凸齿面的单位法线矢量 \mathbf{n}_{fg} 在坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 中的矩阵方程表示为

$$\mathbf{n}_{fg} = L_{fg} \mathbf{n}_g = L_{fn} L_{nm} L_{mg} \mathbf{n}_g \quad (14)$$

式中, L_{fn} 、 L_{nm} 、 L_{mg} 分别为 M_{fn} 、 M_{nm} 、 M_{mg} 的3阶子矩阵。

2.2 啮合点及齿面接触轨迹

VH-CATT接触迹线为该齿轮的中截面齿廓, 当两齿面接触时, 接触点矢量相等、法线平行。两齿面的切触如图4所示。

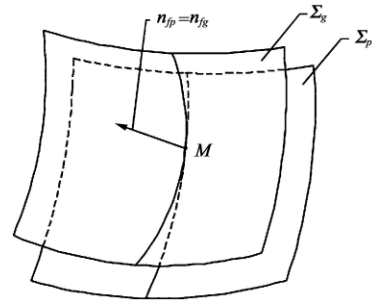


图4 主、从动轮齿面切触图

Fig. 4 Tooth surface contact diagram of driver gear and passive gear

图4中, Σ_p 、 Σ_g 分别表示主、从动轮的凹、凸齿面。基于绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 中已推导出的 VH-CATT 主动轮、从动轮啮合面的齿面方程 (\mathbf{r}_{fp} 、 \mathbf{r}_{fg}) 和单位法向矢量 (\mathbf{n}_{fp} 、 \mathbf{n}_{fg}), 利用微分几何和空间啮合原理, 可得到齿面接触的矢量方程组为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{fp}(\varphi_p, \theta_p, \phi_p) - \mathbf{r}_{fg}(\varphi_g, \theta_g, \phi_g) = 0 \\ \mathbf{n}_{fp}(\varphi_p, \theta_p, \phi_p) - \mathbf{n}_{fg}(\varphi_g, \theta_g, \phi_g) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

因为

$$|\mathbf{n}_{fp}| = |\mathbf{n}_{fg}| = 1 \quad (16)$$

故从矢量方程组(15)导出含有未知数 φ_p 、 θ_p 、 φ_g 、 θ_g 和 ϕ_g 的5个独立数量方程为

$$f_i(\varphi_p, \theta_p, \varphi_g, \theta_g, \phi_g) = 0, f_i \in C (i = 1, 2, 3, 4, 5) \quad (17)$$

对该齿轮进行接触分析时, 主动轮转角 ϕ_p 作为已知参数代入式(17)中, 从动轮转角 ϕ_g 的取值范围由式(4)确定。

利用 Matlab 软件进行数值仿真计算, 齿轮接触分析程序需要限定齿面范围, 方可对接触痕迹限制在局部的两齿面的啮合和接触进行模拟。由隐函数组存在定理, 从式(17)中得到函数为

$$[\varphi_p(\phi_p), \theta_p(\phi_p), \varphi_g(\phi_p), \theta_g(\phi_p), \phi_g(\phi_p)] \in C \quad (18)$$

将表1中的齿轮作为算例, 对 VH-CATT 进行接触分析, 从式(18)得出齿轮副啮合状况的全部20组数据。

表1 VH-CATT基本参数

Tab. 1 Parameters of VH-CATT

| 参数 | 数值 | 参数 | 数值 |
|------------------|----|----------------------|-----|
| 模数 m/mm | 4 | 压力角 $\alpha/(\circ)$ | 20 |
| 主动轮齿数 z_p | 29 | 齿宽 b/mm | 90 |
| 从动轮齿数 z_g | 49 | 齿线半径 R/mm | 300 |

由 $\mathbf{r}_p(\varphi_p, \theta_p)$ 、 $\varphi_p(\phi_p)$ 、 $\theta_p(\phi_p)$ 确定主动轮 Σ_p 上的接触点迹线, 数值计算得到20组主动轮啮合点位置分布, 如图5所示。

同理, 由 $\mathbf{r}_g(\varphi_g, \theta_g)$ 、 $\varphi_g(\phi_g)$ 、 $\theta_g(\phi_g)$ 确定从动轮 Σ_g 上的接触点迹线, 数值计算得到从动轮对应20组啮合点位置分布, 如图6所示。

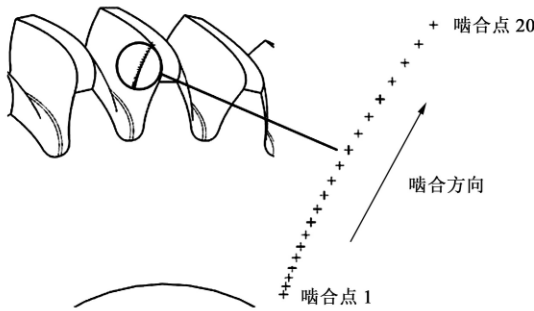


图 5 主动轮接触点迹线

Fig. 5 Point trace of contact on driver gear

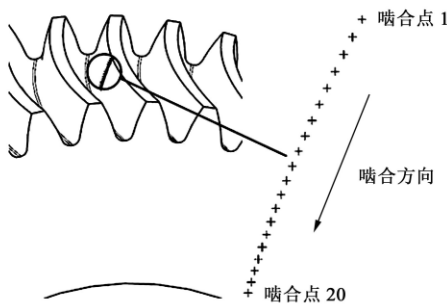


图 6 从动轮接触点迹线

Fig. 6 Point trace of contact on passive gear

3 齿面弹流润滑参数计算

3.1 接触点主曲率分析

由 Hertz 弹性接触理论可知，变双曲圆弧齿线圆弧齿轮的接触点主曲率可以影响到齿轮副啮合过程中的弹流润滑研究。根据齿轮几何学^[6]中的方法计算曲率，结合已知的齿面单位法向矢量与齿面方程，可以推导出 VH-CATT 接触点的 Gauss 曲率、平均曲率、主曲率。

简化主、从动轮的单位法向矢量表达式(8)、式(13)，统一表示为

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi}{|\mathbf{r}_\theta \times \mathbf{r}_\varphi|} \quad (19)$$

式中， \mathbf{r}_θ 为齿面沿齿线方向上的切向量，以矢量的形式表示为

$$\mathbf{r}_\theta = \frac{\partial x}{\partial \theta} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \theta} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \theta} \mathbf{k}$$

\mathbf{r}_φ 为齿面沿齿廓方向上的切向量，以矢量的形式表示为

$$\mathbf{r}_\varphi = \frac{\partial x}{\partial \varphi} \mathbf{i} + \frac{\partial y}{\partial \varphi} \mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial \varphi} \mathbf{k}$$

可推出齿面上的 Gauss 曲率 K 和平均曲率 H 分别表示为

$$K = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad (20)$$

$$H = \frac{LG - 2MF + NE}{2(EG - F^2)} \quad (21)$$

式中，Gauss 曲率 K 和平均曲率 H 计算式的参数 E 、 G 、 F 、 L 、 M 、 N 结合曲面第一和第二基本齐式的定义得到，即

$$E = (\mathbf{r}_\theta)^2, G = (\mathbf{r}_\varphi)^2, F = \mathbf{r}_\theta \cdot \mathbf{r}_\varphi, \\ L = \mathbf{r}_{\theta\theta} \cdot \mathbf{n}, M = \mathbf{r}_{\theta\varphi} \cdot \mathbf{n}, N = \mathbf{r}_{\varphi\varphi} \cdot \mathbf{n}$$

由式(20)、式(21)可推出该齿轮的主曲率计算式为

$$\begin{cases} K_1 = H + \sqrt{H^2 - K} \\ K_2 = H - \sqrt{H^2 - K} \end{cases} \quad (22)$$

式中，主曲率 K_1 、 K_2 分别表示在齿线方向和齿廓方向上的主曲率。

将 20 组接触点的齿面参数 φ 和 θ 代入式 (22) 得到的主、从动轮在接触点处的主曲率，分别用 K_{p1} 、 K_{p2} 、 K_{g1} 、 K_{g2} 表示，如表 2 所示。

表 2 啮合点主曲率

Tab. 2 Principal curvature on meshing point 10^{-2} mm^{-1}

| 点 | K_{p1} | K_{p2} | K_{g1} | K_{g2} |
|----|----------|------------|----------|----------|
| 1 | 0.311 31 | -10.528 60 | 0.317 92 | 2.280 13 |
| 2 | 0.311 17 | -9.475 45 | 0.317 78 | 2.336 36 |
| 3 | 0.311 04 | -8.613 83 | 0.317 64 | 2.395 44 |
| 4 | 0.310 90 | -7.895 85 | 0.317 50 | 2.457 59 |
| 5 | 0.310 77 | -7.288 35 | 0.317 36 | 2.523 05 |
| 6 | 0.310 63 | -6.767 65 | 0.317 22 | 2.592 09 |
| 7 | 0.310 50 | -6.316 39 | 0.317 08 | 2.665 01 |
| 8 | 0.310 36 | -5.921 55 | 0.316 94 | 2.742 16 |
| 9 | 0.310 23 | -5.573 17 | 0.316 80 | 2.823 90 |
| 10 | 0.310 09 | -5.263 50 | 0.316 66 | 2.910 67 |
| 11 | 0.309 96 | -4.986 43 | 0.316 52 | 3.002 94 |
| 12 | 0.309 82 | -4.737 08 | 0.316 38 | 3.101 25 |
| 13 | 0.309 69 | -4.51147 | 0.316 24 | 3.206 22 |
| 14 | 0.309 55 | -4.306 38 | 0.316 10 | 3.318 54 |
| 15 | 0.309 42 | -4.119 12 | 0.315 96 | 3.439 01 |
| 16 | 0.309 29 | -3.947 47 | 0.315 82 | 3.568 56 |
| 17 | 0.309 15 | -3.789 56 | 0.315 68 | 3.708 26 |
| 18 | 0.309 02 | -3.643 79 | 0.315 54 | 3.859 34 |
| 19 | 0.308 89 | -3.508 82 | 0.315 40 | 4.023 25 |
| 20 | 0.308 75 | -3.383 49 | 0.315 26 | 4.201 70 |

3.2 齿面卷吸速度分析

VH-CATT 卷吸速度的变化对其弹流润滑中的油膜厚度、油膜压力和油温会产生较大的影响。从点接触弹流润滑最小油膜厚度公式^{[17]264-268}可以看出，卷吸速度与最小油膜厚度成正相关，且啮合点的卷吸速度是计算最小油膜厚度的重要参数。

齿轮副啮合点的位置在绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 中的矢量表达形式如式(6)、式(12)所示, 齿轮副啮合点的角速度 ω_{fp} 、 ω_{fg} 在绝对坐标系 $S_f(x_f, y_f, z_f)$ 中的矢量表达式为

$$\begin{cases} \omega_{fp} = \omega_{px}i + \omega_{py}j + \omega_{pz}k \\ \omega_{fg} = \omega_{gx}i + \omega_{gy}j + \omega_{gz}k \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} v_{fp} = \omega_{fp} \times r_{fp} = -\omega_p(y_{fp} + R_p)i + \omega_p x_{fp}j \\ v_{fg} = \omega_{fg} \times r_{fg} = \omega_g(y_{fg} - R_g)i - \omega_g x_{fg}j \end{cases} \quad (24)$$

根据 VH-CATT 的传动特性, 可以得到主、从动轮啮合点绝对速度 v_{fp} 和 v_{fg} 的矢量表达式, 用式(24)表示。其中, 主动轮角速度 $\omega_p = \omega_p k$, 从动轮角速度 $\omega_g = \omega_g k$ 。 R_p 、 R_g 为主、从动轮的分度圆半径, 则主、从动轮在啮合点相对速度 v_r 的表达式如式(25)所示。

将齿轮副的绝对速度 v_{fp} 、 v_{fg} 投影在相对速度 v_r 的方向上, 可推导出啮合点处的卷吸速度 u_e 为

$$v_r = v_{fp} - v_{fg} = -[\omega_p(y_{fp} + R_p) + \omega_g(y_{fg} - R_g)]i + (\omega_p x_{fp} + \omega_g x_{fg})j \quad (25)$$

$$u_e = \frac{v_{fp} \cdot l_r \cdot l_r + v_{fg} \cdot l_r \cdot l_r}{2} \quad (26)$$

式中, l_r 为相对速度 v_r 的单位矢量。

可假设从动轮速度 $\omega_g = 1$, 瞬时传动比为 $i(t)$, 则齿轮副的瞬时传动比的计算式为

$$i(t) = \frac{c_g \times r_g \cdot n_g}{c_p \times r_p \cdot n_p} \quad (27)$$

式中, c_p 、 c_g 分别为工件动坐标系下主、从动轮转轴的单位矢量。

拟定主动轮转速分别为 $\omega_p^I = 8\ 000\ \text{r/min}$ 、 $\omega_p^{II} = 4\ 000\ \text{r/min}$ 、 $\omega_p^{III} = 2\ 000\ \text{r/min}$, 通过数值计算得到 20 组接触点处的瞬时传动比和卷吸速度如表 3 所示。

表 3 啮合点处卷吸速度

Tab. 3 Entrainment velocity on the meshing point

| 点 | 瞬时传动比 $i(t)$ | 卷吸速度 $u_e / (\text{m/s})$ | 卷吸速度 $u_e^I / (\text{m/s}^1)$ | 卷吸速度 $u_e^{II} / (\text{m/s})$ |
|----|--------------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 1 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 2 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 3 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 4 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 5 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 6 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 7 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 8 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 9 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 10 | 1.689 66 | 10.400 00 | 5.200 00 | 2.600 00 |
| 11 | 1.689 66 | 10.409 91 | 5.204 95 | 2.602 48 |
| 12 | 1.689 66 | 10.458 05 | 5.229 02 | 2.614 51 |
| 13 | 1.689 66 | 10.506 19 | 5.253 09 | 2.626 55 |

| 点 | 瞬时传动比 $i(t)$ | 卷吸速度 $u_e / (\text{m/s})$ | 卷吸速度 $u_e^I / (\text{m/s}^1)$ | 卷吸速度 $u_e^{II} / (\text{m/s})$ |
|----|--------------|---------------------------|-------------------------------|--------------------------------|
| 14 | 1.689 66 | 10.554 33 | 5.277 16 | 2.638 58 |
| 15 | 1.689 66 | 10.602 47 | 5.301 23 | 2.650 62 |
| 16 | 1.689 66 | 10.650 61 | 5.325 30 | 2.662 65 |
| 17 | 1.689 66 | 10.698 75 | 5.349 37 | 2.674 69 |
| 18 | 1.689 66 | 10.746 89 | 5.373 45 | 2.686 72 |
| 19 | 1.689 66 | 10.795 03 | 5.397 52 | 2.698 76 |
| 20 | 1.689 66 | 10.843 17 | 5.421 59 | 2.710 79 |

4 VH-CATT 齿轮副啮合中弹流润滑最小油膜厚度

4.1 弹流润滑最小油膜厚度模型的建立

VH-CATT 副啮合时是点接触, 润滑为点接触润滑, 相比线接触或面接触润滑的情况更为复杂。影响点接触弹流润滑的因素有很多, Dowson 和 Higginson 对各种载荷、速度和材料等参数下的弹流润滑进行了广泛的数值计算分析。Dowson 和 Higginson 提出了点接触弹流润滑的最小油膜厚度, 给出齿轮副接触为点接触形式时的计算公式, 即 Dowson-Higginson 最小油膜厚度公式^{[17]264-275}, 为

$$H_{\min} = 3.63U^{0.68}G^{0.49}W^{-0.073}(1 - e^{-0.68k}) \quad (28)$$

式中, U 为速度参数; G 为材料参数; W 为载荷参数; e 为 Euler 数。参数 U 、 G 、 W 的取值表达式为

$$\begin{cases} U = \frac{\eta_0 u_e}{E' R_x} \\ G = \alpha_0 E' \\ W = \frac{F}{E' R_x^2} \\ k = 1.03 \left(\frac{R_y}{R_x} \right)^{0.64} \end{cases} \quad (29)$$

式中, $\frac{1}{E'}$ 为综合弹性模量, 取 $\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \mu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \mu_g^2}{E_g} \right)$, E_p 、 E_g 分别为主、从动轮弹性模量, $E_p = E_g = 2.07 \times 10^{11}\ \text{Pa}$; η_0 为动力黏度, 取 $\eta_0 = 0.08\ \text{Pa} \cdot \text{s}$; μ_p 、 μ_g 分别为主、从动轮材料的泊松比, 取 $\mu_p = \mu_g = 0.3$; k 为椭圆参数; α_0 为黏压参数, 取 $\alpha_0 = 2.3 \times 10^{-8}\ \text{Pa}^{-1}$; F 为接触力, 取从齿轮所受力矩 $T_g = 1\ 000\ \text{N} \cdot \text{m}$, $F = T_g / R_g$; R_x 、 R_y 分别为综合曲率半径, 其取值表达式为

$$\begin{cases} R_x = \frac{R_{p\max} R_{g\max}}{(R_{p\max} + R_{g\max})} \\ R_y = \frac{R_{p\min} R_{g\min}}{(R_{p\min} - R_{g\min})} \end{cases}$$

引入单位后的实际的最小油膜厚度为 $h_{\min}=H_{\min}R_x$ ，利用 Matlab 数值仿真计算得到 VH-CATT 副 20 组啮合点处最小油膜厚度的计算参数如表 4 所示。

表 4 弹流润滑最小油膜厚度的计算参数

Fig. 4 Calculation parameters of minimum film thickness of EHL

| 点 | 速度参数 $U/10^{-11}$ | 材料参数 $G/10^3$ | 载荷参数 $W/10^{-6}$ | 椭圆参数 k |
|----|-------------------|---------------|------------------|----------|
| 1 | 2.301 46 | 5.231 87 | 1.776 09 | 0.149 72 |
| 2 | 2.300 45 | 5.231 87 | 1.774 53 | 0.157 64 |
| 3 | 2.299 44 | 5.231 87 | 1.772 97 | 0.164 86 |
| 4 | 2.298 43 | 5.231 87 | 1.771 41 | 0.171 42 |
| 5 | 2.297 42 | 5.231 87 | 1.769 85 | 0.177 37 |
| 6 | 2.296 41 | 5.231 87 | 1.768 30 | 0.182 75 |
| 7 | 2.295 40 | 5.231 87 | 1.766 75 | 0.187 59 |
| 8 | 2.294 40 | 5.231 87 | 1.765 20 | 0.191 91 |
| 9 | 2.293 39 | 5.231 87 | 1.763 65 | 0.195 73 |
| 10 | 2.292 39 | 5.231 87 | 1.762 10 | 0.199 07 |
| 11 | 2.293 56 | 5.231 87 | 1.760 56 | 0.201 95 |
| 12 | 2.303 16 | 5.231 87 | 1.759 02 | 0.204 38 |
| 13 | 2.312 75 | 5.231 87 | 1.757 48 | 0.206 36 |
| 14 | 2.322 33 | 5.231 87 | 1.755 94 | 0.207 90 |
| 15 | 2.331 90 | 5.231 87 | 1.754 41 | 0.209 02 |
| 16 | 2.341 47 | 5.231 87 | 1.752 87 | 0.209 71 |
| 17 | 2.351 02 | 5.231 87 | 1.751 34 | 0.209 97 |
| 18 | 2.360 57 | 5.231 87 | 1.749 81 | 0.209 82 |
| 19 | 2.370 11 | 5.231 87 | 1.748 28 | 0.209 25 |
| 20 | 2.379 64 | 5.231 87 | 1.746 76 | 0.208 25 |

主动轮输入转速分别为 $\omega_p=8\ 000\ \text{r/min}$ 、 $\omega_p^I=4\ 000\ \text{r/min}$ 、 $\omega_p^{II}=2\ 000\ \text{r/min}$ 时，得到 VH-CATT 副啮合过程中不同转速下齿面最小油膜厚度分布如图 7 所示。

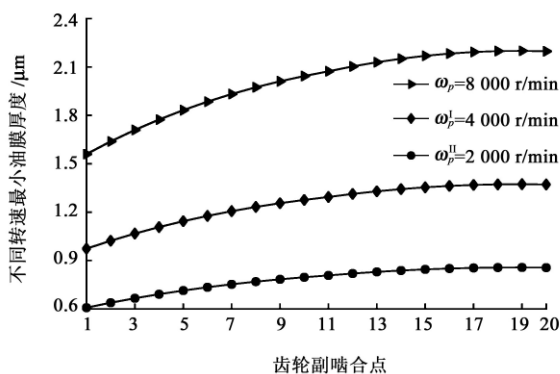


图 7 VH-CATT 啮合过程中不同转速下最小油膜厚度分布
Fig. 7 Distribution of minimum film thicknesses at different speeds during VH-CATT meshing processing

由图 7 所示可以看出，同一转速下整个啮合过程

中的最小油膜厚度最小值出现在齿轮副进入啮合处，即最小油膜厚度发生在主动轮(凹齿面)齿根处与从动轮(凸齿面)齿顶处，此处摩擦功耗较大。随着啮合过程的进行，最小油膜厚度有逐渐增大的趋势，润滑性能也在逐渐增强。由于卷吸速度和润滑油黏度对油膜产生的影响较大，齿轮副刚进入啮合时，卷吸速度较小，不易形成油膜，故啮合过程中的最小油膜厚度最小值出现在进入啮合处。卷吸速度随着啮合的进行而增大，所以最小油膜厚度也在逐渐增加。

因此可知，在进入啮合处的齿面润滑性能最差，摩擦功耗最大，刚进入啮合的 VH-CATT 齿面处最容易出现磨损，又因为主动轮(小齿轮)的齿面受力较大齿轮更好，则该齿轮副从动轮(大齿轮)齿顶处是啮合过程中磨损失效的高发区域。

保持齿轮其他参数不变，从动轮输入转矩为 $T_g=1\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ ，主动轮输入转速 ω_p 从 $2\ 000\sim 8\ 000\ \text{r/min}$ 按 20 等分变化时，得到 VH-CATT 副啮合过程中进入啮合处的最小油膜厚度(啮合过程中最小油膜厚度最小值)和啮合过程中的平均最小油膜厚度(某一参数条件下啮合全过程的最小油膜厚度取平均值)变化规律，如图 8 所示。

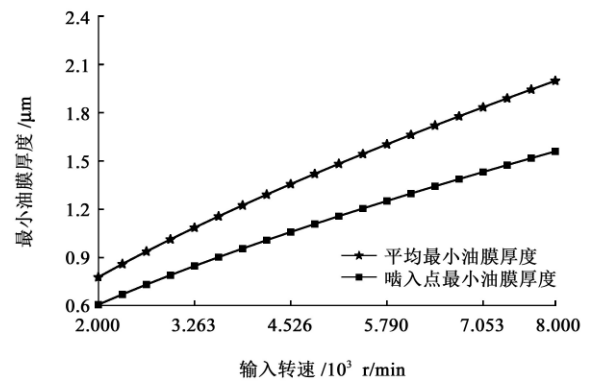


图 8 VH-CATT 输入转速变化的最小油膜厚度

Fig. 8 Minimum film thicknesses of VH-CATT when input speeds change

在输入不同转速时，从图 8 可以看出，转速提升对平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度的影响都很大，均成正相关。转速为 $8\ 000\ \text{r/min}$ 下的平均最小油膜厚度增大到转速 $2\ 000\ \text{r/min}$ 下的 257%，转速为 $8\ 000\ \text{r/min}$ 下的啮入点最小油膜厚度增大到转速为 $2\ 000\ \text{r/min}$ 下的 256%。可知输入较高的转速可大幅提高最小油膜厚度，增强润滑性能。由式(37)、式(39)、式(40)可知，提高输入转速，将提高卷吸速度，从而增大 Dowson-Higginson 最小油膜厚度数学模型中影响最显著的速度参数 U ，故提高输入转速会对最小油膜厚度产生积极影响。在 VH-CATT 的设计中，选择较高的输入转速可有效提高润滑性能，

延长齿轮副的有效工作时间。

4.2 VH-CATT不同设计参数下的最小油膜厚度

本节中分析比较不同输入转矩、齿轮副压力角、齿轮副齿线半径对VH-CATT啮合过程中弹流润滑最小油膜厚度的影响。

(1) 主动轮输入转速为 $\omega_p=8\ 000\ \text{r/min}$ ，齿轮副压力角 $\alpha=20^\circ$ ，齿轮副齿线半径 $R=300\ \text{mm}$ ；其他参数保持不变。当从动轮输入转矩分别为 $T_g^I=500\ \text{N}\cdot\text{m}$ 、 $T_g^I=1\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ 、 $T_g^II=2\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ 时，得到的齿面最小油膜厚度分布如图9所示。从动轮输入转矩 T_g 从500~2 000 N·m等分为20组，可得到输入转矩 T_g 按线性增加时，该齿轮副啮合过程中的进入啮合处最小油膜厚度和啮合过程中的平均最小油膜厚度变化规律如图10所示。

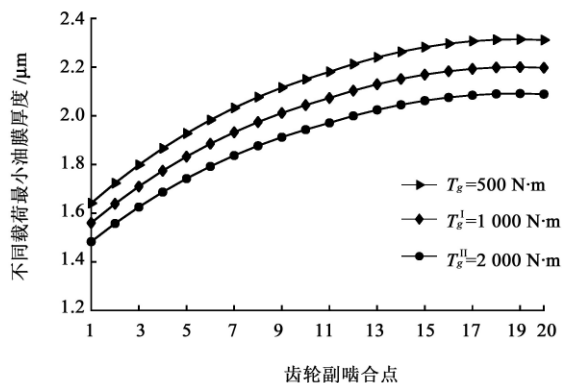


图9 VH-CATT啮合过程中不同载荷下最小油膜厚度分布

Fig. 9 Distribution of minimum film thicknesses under different loads during VH-CATT meshing processing

由图9可以看出，输入不同载荷时，啮合过程中的最小油膜厚度的变化趋势和图7反映出的情况相同，表明载荷变化不会影响VH-CATT啮合中的最小油膜厚度正常形成过程，仍是在进入啮合时为最小值，在退出啮合前达到最大值。

由式(39)、式(40)可知，载荷参数 W 对无纲量最小油膜厚度影响较小。根据图10中平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度随载荷的变化规律，平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度随输入载荷的增加而减小，两者最终减小到初始输入载荷下平均、啮入点最小油膜厚度的90%由此可知，载荷大幅增加会使最小油膜厚度减小，但最小油膜厚度的减小程度较轻微。出现这种变化规律是载荷增大使得正常的摩擦功耗增大所致，由此可知，啮合过程中载荷发生波动并不会严重影响VH-CATT的润滑稳定性。

(2) 主动轮输入转速为 $\omega_p=8\ 000\ \text{r/min}$ ，从动轮输入载荷 $T_g=1\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ ，齿轮副齿线半径 $R=300\ \text{mm}$ ；其他参数不变。当齿轮副的压力角分别为 $\alpha=15^\circ$ 、 $\alpha^I=20^\circ$ 、 $\alpha^{II}=25^\circ$ 时，得到齿面最小油膜厚度分布如

图11所示。

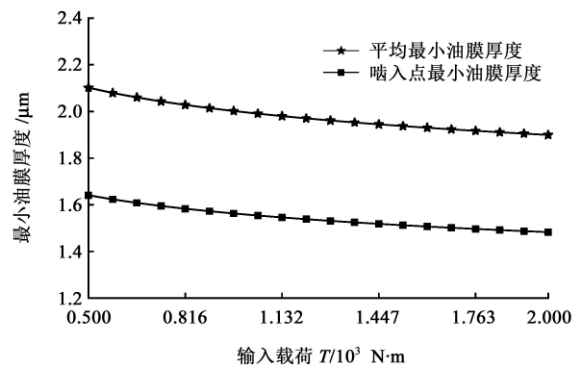


图10 VH-CATT输入载荷变化的最小油膜厚度

Fig. 10 Minimum film thicknesses of VH-CATT when input loads change

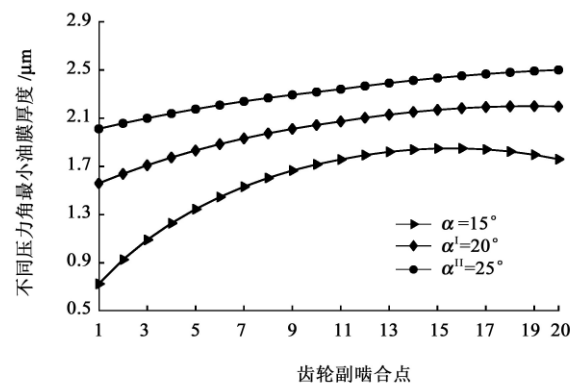


图11 VH-CATT啮合过程中不同压力角下的最小油膜厚度分布

Fig. 11 Distribution of minimum film thicknesses under different pressure angles during VH-CATT meshing processing

由图11可以看出，改变VH-CATT压力角的大小，齿轮副啮合过程中仍是进入啮合处的最小油膜厚度为最小值，随啮合进程而逐渐增大的变化规律。由此可知，改变压力角不会影响啮合过程中弹流润滑的正常过程。

同样，齿轮副压力角 α 从 $15^\circ\sim 25^\circ$ 等分为20组，得到压力角线性增加时该齿轮副啮合过程中进入啮合处最小油膜厚度和啮合过程中的平均最小油膜厚度变化规律如图12所示。

由图12可以看出，具体某一啮合点来说，最小油膜厚度与压力角正相关，因为压力角的改变，

改变了速度参数 U 和主曲率 k ，进而提高了最小油膜厚度。平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度随压力角的增加而提高，两者最终提高到初始压力角下平均最小油膜厚度、啮入点最小油膜厚度的147%和278%。压力角增大对提高齿面润滑是有利的。从啮入点最小油膜厚度的变化规律可知，增大压力角将有效改善齿轮副进入啮合处润滑不良的情况。在齿轮参数设计和加工该齿轮时，可考虑选用较大的压力角，既有利于流体动力效应产生的润滑油层而提高齿轮承载能力，又可以降低进入啮合处

齿面摩擦力，减少摩擦磨损，增加齿轮疲劳寿命。

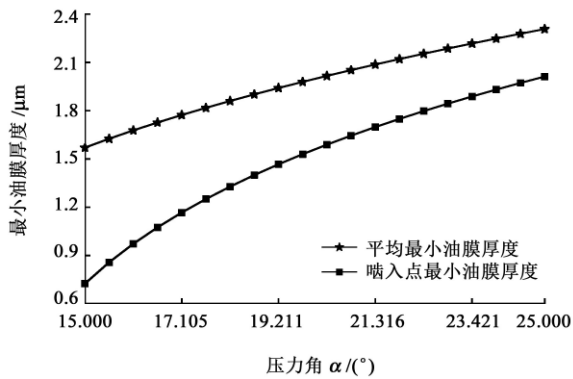


图 12 VH-CATT 压力角变化的最小油膜厚度

Fig. 12 Minimum film thicknesses of VH-CATT when pressure angles change

(3) 主动轮输入转速为 $\omega_p=8\ 000\ \text{r/min}$ ，从动轮输入载荷 $T_g=1\ 000\ \text{N}\cdot\text{m}$ ，齿轮副压力角 $\alpha=20^\circ$ ；其他参数不变。当齿轮副的齿线半径(刀盘半径)分别为 $R=150\ \text{mm}$ 、 $R^I=300\ \text{mm}$ 、 $R^{II}=500\ \text{mm}$ 时，得到的齿面最小油膜厚度分布如图 13 所示。

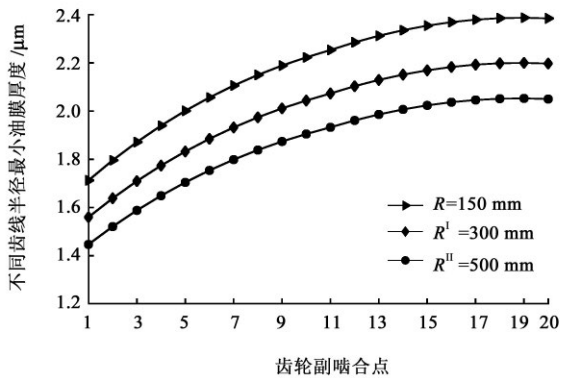


图 13 VH-CATT 啮合过程中不同齿线半径最小油膜厚度分布

Fig. 13 Distribution of minimum film thicknesses with different tooth trace radius in VH-CATT meshing processing

由图 13 可以看出，VH-CATT 不同齿线半径下啮合过程中的最小油膜厚度变化规律与图 7 相同。齿线半径选用 500 mm 和 150 mm 时，啮合过程中两者最小油膜厚度差值的平均值约为 $0.379\ \mu\text{m}$ ，可知齿线半径增大，该齿轮可形成稳定的油膜，齿轮副啮合时齿面仍有良好的润滑状态。

现将齿线半径 R 从 150~500 mm 等分为 20 组，得到齿线半径按线性增加时，该齿轮副啮合过程中进入啮合处最小油膜厚度和啮合过程中的平均最小油膜厚度变化规律如图 14 所示。

由图 14 可知，随着该齿轮副齿线半径增大，最后平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度分别减小到初始齿线半径下平均最小油膜厚度和啮入点最小油膜厚度的 86% 和 85%，由此可知，其对最小油膜厚度的影响较小。根据 VH-CATT 的成型原理，齿

线半径即加工该齿轮的刀盘半径。因此，在其他参数不变条件下，增大切削加工的刀盘半径不会对被加工齿轮的润滑油膜形成产生严重影响。设计、加工该齿轮时选用合适的刀盘半径可同时获得 VH-CATT 合理的几何参数和良好的润滑特性。

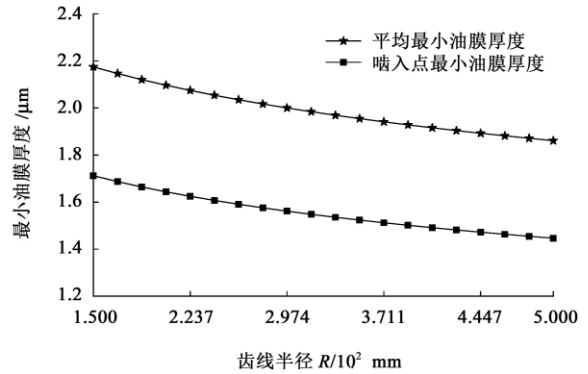


图 14 VH-CATT 齿线半径变化的最小油膜厚度

Fig. 14 Minimum film thicknesses of VH-CATT tooth trace radius change

5 结论

(1) 根据 VH-CATT 的齿面方程和大刀盘成型原理，建立了齿面接触分析的空间坐标系，通过坐标变换和啮合原理推导了齿轮副啮合过程中的接触点方程，数值计算得到了主、从动轮啮合点位置，并可视化了齿轮接触迹线。

(2) 基于齿面方程，根据齿轮几何学原理，推导了齿轮弹流润滑所需的润滑参数即啮合点主曲率、卷吸速度等的计算公式。结果表明，润滑参数将直接影响 VH-CATT 弹流润滑最小油膜厚度的分布情况与变化规律。

(3) 通过数值仿真计算，在 VH-CATT 啮合过程中，最小油膜厚度最小值出现在进入啮合阶段，说明此阶段齿面润滑性能最不理想，容易发生齿面摩擦磨损失效，其具体位于主动轮(凹齿面)齿根处与从动轮(凸齿面)齿顶处，该结论可为齿轮的磨损计算提供参考。

(4) 理论计算表明，输入转速、输入载荷、压力角、齿线半径均对齿轮润滑性能具有一定影响。主动轮输入转速越大，弹流润滑最小油膜厚度显著增大，则该齿轮副啮合过程中的润滑性能越好；输入载荷增大，最小油膜厚度有轻微减小，齿轮副啮合过程中仍能形成稳定的弹流润滑油膜，该齿轮副具有一定抵抗冲击载荷和进行变载荷传动的能力；压力角增大，更有利于弹流润滑油膜形成，对提高齿轮承载能力和使用寿命具有积极影响；齿线半径(刀盘半径)增大，最小油膜厚度略有减小，对啮合中弹流润滑影响程度较轻，设计时选用合理的齿线

半径可兼具良好的润滑性能与几何参数。

参 考 文 献

- [1] 马振群,王小椿.一种高性能重载齿轮的研究[J].西安交通大学学报,2002,3(36):282-286.
MA Zhenqun, WANG Xiaochun. Research on a highly durable and heavy duty gearing[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2002, 3(36):282-286.
- [2] 王少江,侯力,董璐,等.面向制造的弧齿圆柱齿轮建模及强度分析[J].四川大学学报(工程科学版),2012,44(2):210-215.
WANG Shaojiang, HOU Li, DONG Lu, et al. Modeling and strength analysis of cylindrical gears with curvilinear shape teeth for manufacture[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2012, 44(2):210-215.
- [3] TSENG J T, TSAY C B. Mathematical model and surface deviation of cylindrical gears with curvilinear shaped teeth cut by a hob cutter [J]. Journal of Mechanical Design, 2005, 45:982-987.
- [4] 宋爱平,易红,汤文成,等.渐开线弧齿圆柱齿轮及其啮合特性[J].中国机械工程,2006,17(18):1888-1892.
SONG Aiping, YI Hong, TANG Wencheng, et al. Involute arc cylindrical gear and its mesh characteristics [J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(18):1888-1892.
- [5] 赵斐,侯力,段阳,等.旋转刀盘圆弧齿轮成形理论分析及数字化建模研究[J].四川大学学报(工程科学版),2016,48(6):119-125.
ZHAO Fei, HOU Li, DUAN Yang, et al. Research on the forming theory analysis and digital model of circular arc gear shaped by rotary cutter [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2016, 48(6):119-125.
- [6] 罗岚,侯力,赵斐,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮传动几何特性分析[J].工程科学与技术,2018,50(1):171-179.
LUO Lan, HOU Li, ZHAO Fei, et al. Analysis on geometric characteristics of cylindrical gear with variable hyperbolic circular-arc-tooth-trace [J]. Advanced Engineering Sciences, 2018, 50(1):171-179.
- [7] 魏永峭,马登秋,吴阳,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮齿面曲率特性研究[J].工程科学与技术,2017,49(6):196-203.
WEI Yongqiao, MA Dengqiu, WU Yang, et al. Study on the tooth surface and curvature characteristics of cylindrical gear with variable hyperbolic arc-tooth-trace [J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, 49(6):196-203.
- [8] 马登秋,侯力,魏永峭,等.基于分形理论的圆弧齿轮滑动摩擦接触力学模型[J].机械工程学报,2016,52(15):121-127.
MA Dengqiu, HOU Li, WEI Yongqiao, et al. Sliding friction contact mechanics model of the involute arc cylindrical gear based on fractal theory [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(15):121-127.
- [9] 杨沛然.流体润滑数值分析[M].北京:国防工业出版社,1998:48-59.
YANG Peiran. Numerical analysis of fluid lubrication [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998:48-59.
- [10] ROLAND L. Transient non-newtonian elastohydro dynamic lubrication analysis of an involute spur gear [J]. Wear, 1997, 207(1/2):67-73.
- [11] WANG Y, WU C, TANG W, et al. Analysis on isothermal elastohydro dynamic lubrication of orthogonal face gear [J]. Tribology Transactions, 2012, 55(6):863-871.
- [12] 闫玉涛,孙志礼,王延忠.螺旋锥齿轮乏油弹流润滑寿命预测[J].兵工学报,2009,30(7):973-977.
YAN Yutao, SUN Zhili, WANG Yanzhong. Life prediction of spiral bevel gears for starved elastohydrodynamic lubrication [J]. Acta Armamentarii, 2009, 30(7):973-977.
- [13] 王延忠,周云飞,周济,等.高速弧齿锥齿轮弹流润滑特性分析[J].华中科技大学学报,2001,29(12):4-7.
WANG Yanzhong, ZHOU Yunfei, ZHOU Ji, et al. The elastohydrodynamic lubrication characteristic of spiral bevel gear with high speed [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2001, 29(12):4-7.
- [14] 常青林,侯力,孙志军,等.弧齿圆柱齿轮两种加工方法的工艺分析[J].机械传动,2014,38(6):96-100.
CHANG Qinglin, HOU Li, SUN Zhijun, et al. Process analysis of two kinds of processing method cylindrical gear with curvilinear shape tooth [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2014, 38(6):96-100.
- [15] 吴序堂.齿轮啮合原理[M].北京:机械工业出版社,1982:25-212.
WU Xutang. Theory of gear engagement [M]. Beijing: China Machine Press, 1982:25-212.
- [16] LITVIN F L. 齿轮几何学与应用理论[M].上海:上海科技出版社,2008:1-282.
LITVIN F L. Gear geometry and applied theory [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Press, 2008:1-282.
- [17] HAMROCK B J, DOWSON D. Isothermal elastohydrodynamic lubrication of point contacts: part III—fully flooded results [J]. Journal of Lubrication Technology, 1977, 99(2):264-275.

收稿日期:2019-12-25 修回日期:2020-02-19

基金项目:国家自然科学基金(51375320,51875370)

机械传动国家重点实验室(重庆大学)开放基金资助项目(SKLM-T-KFKT-201807)

作者简介:罗培(1995—),男,四川南充人,硕士研究生,主要研究方向为机构学及新型传动。

通信作者:侯力(1956—),男,四川成都人,教授,博士研究生导师,主要研究方向为齿轮传动技术、机电传动与智能控制。