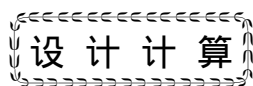


doi: 10.3969/j.issn.1001-4837.2021.10.008



腐蚀管道极限弯矩计算的理论和方法

李思源¹ 李逸轩²

(1. 兰州石油机械研究所 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 工程技术学院 兰州 730300)

摘要: 对在内压、轴向力和弯矩联合作用下的腐蚀管道,建立极限弯矩的工程计算方法。将腐蚀管道简化为 n 级对称等深减薄管道,简称为 n 级减薄管道。应用塑性屈服准则,导出了 n 级减薄管道横截面弯曲压缩侧的轴向极限应力和弯曲拉伸侧的轴向极限应力;分别按两种工况,利用横截面轴向载荷的平衡方程式,应用筛选方法确定 n 级减薄管道横截面的塑性中性轴,推导出 n 级减薄管道在联合载荷作用下的极限弯矩计算公式;建立了 n 级减薄管道极限弯矩计算理论,提出了腐蚀管道极限弯矩的工程计算方法。 $n=2$ 通常称为等深减薄管道,其极限弯矩可以作为腐蚀管道极限弯矩下限值;当 n 比较大时,用工程计算方法计算的极限弯矩值更接近腐蚀管道的极限承载力。

关键词: 管道; 腐蚀缺陷; 多级等深减薄; 组合载荷; 极限弯矩

中图分类号: TH123; TQ055.8; O344.5 **文献标志码:** A

Calculation theory and method of limit bending moment of corroded pipes

LI Siyuan¹, LI Yixuan²

(1. Lanzhou Petroleum Machinery Research Institute, Lanzhou 730050, China;

2. College of Technology and Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730300, China)

Abstract: For the corroded pipeline under the combined action of internal pressure, axial force and bending moment, an engineering calculation method for the ultimate bending moment was established. The corroded pipeline was simplified as an n -level symmetrical equal-depth thinned pipeline, which is referred to as an n -level thinned pipeline for short. By applying the plastic yield criterion, the axial ultimate stress on the bending compression side and the axial ultimate stress on the bending extension side of the n -level thinned pipe cross section were derived; for the two working conditions, using the balance equation of the axial load of the cross section and the screening method, the plastic neutral axis of the cross section of the n -level thinned pipe was determined and the calculation formula for the ultimate bending moment of the n -level thinned pipe under the combined load was derived; The calculation theory of ultimate bending moment of n -level thinning pipeline was established, and the engineering calculation method for ultimate bending moment of corroded pipeline was proposed. $n=2$ is usually called equal-depth thinned pipeline, and its ultimate bending moment can be used as the lower limit of the ultimate bending moment of the corroded pipeline; When n is relatively large, the ultimate bending moment value calculated by the engineering calculation method is closer to the ultimate bearing capacity of the corroded pipeline.

Key words: pipes; corrosion defect; multi-level equal-depth thinning; combined loads; limit bending moment

0 引言

近半个世纪以来,国内外对管道剩余强度的

评估开展了许多研究工作,其中 BOUWKAMP 等^[1-2]对无缺陷管道在联合载荷下极限承载力进行了大量的数值分析和试验研究。基于塑性失效

收稿日期: 2021-05-05 修稿日期: 2021-09-02

基金项目: 国家质检总局科技计划项目(2013zjjz074)

理论,采用理想弹塑性本构模型,MOHAREB等^[3-8]提出了无缺陷管道在内压、轴向力和弯矩联合载荷下的极限承载力解析解,并与试验结果进行比较,得出该简化方法能很好地预测管道极限承载力;其后,BAI等^[9-12]将这部分工作扩展到了腐蚀管道,将管道腐蚀形状简化为减薄深度在环向不发生变化,分别针对4种不同工况的等深减薄管道,提出了极限弯矩计算方法。该方法被ABS^[13]采用,评估腐蚀海底管道剩余强度。文献[14-15]采用Hill屈服准则,推导了不规则腐蚀缺陷管道在内压、轴向力和弯矩联合作用下极限承载力广义计算公式。文献[16]证明了文献[9-15]中极限弯矩计算式的理论依据不充分,并对承受内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用下的局部减薄管道建立了极限弯矩计算的新公式。文献[9-15]对腐蚀管道在内压、轴向力和弯矩联合作用下推导的极限弯矩计算式只有在纯弯曲载荷下才成立;当内压 $p > 0$ 时,文献[9-12]中定义的环向应力在管道未减薄区不一定满足屈服准则,文献[14-15]采用的环向应力 $\sigma_\theta = pR_m/t$ 在管道腐蚀区不一定满足屈服准则。实例计算结果表明^[16]:当内压 $p > 0$ 时,文献[9]中极限弯矩计算式的计算值都比文献[16]中新公式的计算值小;文献[14-15]中极限弯矩计算式的计算值都比文献[16]中新公式的计算值大。因此,文献[9-15]尚未解决腐蚀管道在内压、轴向力和弯矩联合作用下极限承载力的计算问题。文献[16]也是将管道腐蚀形状简化为减薄深度在环向不发生变化的情况下得到的,这种简化模型一般会使极限弯矩的计算结果偏于保守。因此,进一步研究腐蚀管道极限承载力的计算方法很重要。

本文对承受内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用的多级等深减薄管道,应用屈服准则,推导出管道横截面弯曲压缩侧和弯曲拉伸侧应力极限值的计算式;采用理想弹塑性本构模型,建立了多级等深减薄管道在联合载荷作用下的极限弯矩计算理论和计算公式;提出腐蚀管道在联合载荷作用下极限弯矩的工程计算方法。

1 基本理论

1.1 基本假定和简化

(1) 管道钢材不考虑应变强化作用,采用理想弹塑性应力-应变本构关系;

(2) 管道在达到全塑性状态前,管道的横截面形状不发生改变;

(3) 在管道达到极限状态时,塑性中性轴将管道横截面分为弯曲压缩和弯曲拉伸两个区域,管道截面达到相应的全塑性状态。

1.2 局部减薄管道的屈服准则

设管道的外半径为 R_o ,管壁厚度为 t ,平均半径 $R_m = R_o - t/2$;设管道内壁存在深度为 d_j ,环向截面夹角为 $\beta_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的 n 级对称等深减薄缺陷(见图1),其轴向长度很长。且:

$$d_k = \max\{d_1, \dots, d_n\} \quad (1)$$

$$d_h = \min\{d_1, \dots, d_n\} \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n \beta_j = \pi \quad (3)$$

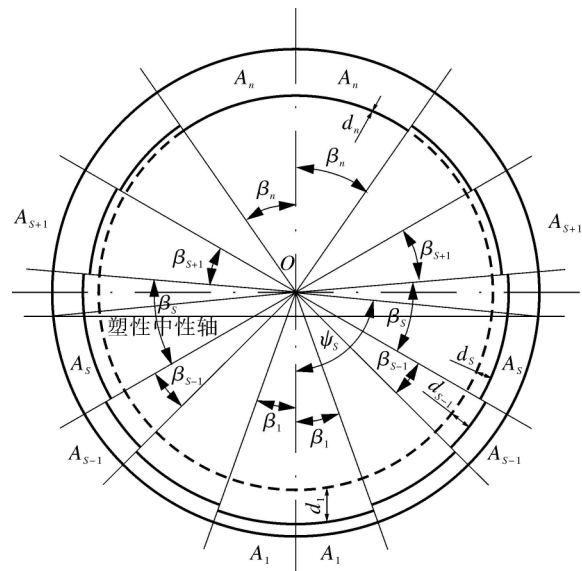


图1 n 级对称等深减薄管道横截面几何尺寸和塑性中性轴示意

Fig. 1 Schematic diagram of the geometric dimensions and plastic neutral axis of the cross section of the n -level symmetrical equal-depth thinned pipe

对于各向异性材料的管道,在内压 p 、轴向力 F 和弯矩 M 联合作用下发生屈服时,采用屈服准则可以得到:

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_{z1}^2} - 2\alpha \frac{\sigma_z}{\sigma_{z1}} \frac{\sigma_\theta}{\sigma_{\theta1}} + \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_{\theta1}^2} = 1 \quad (4)$$

式中 σ_z 为管道轴向应力; σ_{z1} 为管材轴向屈服应力; α 为各向异性系数,一般可取 $\alpha = \sigma_{\theta1}/2\sigma_{z1}$; σ_θ 为管道环向应力; $\sigma_{\theta1}$ 为管材环向屈服应力。

求解式(4)得到轴向应力 σ_z 的解:

$$\sigma_{z1} = \sigma_{z1} (\alpha \sigma_\theta / \sigma_{\theta1} + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_\theta^2 / \sigma_{\theta1}^2}) \quad (5)$$

$$\sigma_{z2} = \sigma_{z1} (\alpha \sigma_{\theta} / \sigma_{\theta l} - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta}^2 / \sigma_{\theta l}^2}) \quad (6)$$

1.3 管道弯曲屈服的轴向极限应力

含 n 级等深减薄管道 (见图 1) 在内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用下, 管道的环向应力 σ_{θ} 由内压 p 产生; 内压 p 对该管道产生的轴向力 F_p 作为轴向力 F 的组成部分。管道的轴向应力 σ_z 只由轴向力 F 和弯矩产生。

在管道减薄深度为 $d_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的部位, 管道的环向应力 $\sigma_{\theta j}$ 由内压 p 产生, 且近似为:

$$\sigma_{\theta j} = p(R_m + 0.5d_j) / (t - d_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

(1) 当管道减薄深度为 d_j 的部位 (见图 1) 处于弯曲压缩侧时, 将式 (7) 代入式 (6) 得到, 该部位屈服的轴向应力极限值 σ_{zj} 用式 (8) 计算。

$$\sigma_{zj} = \sigma_{z1} [\alpha \sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta j}^2 / \sigma_{\theta l}^2}] \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

(2) 当管道减薄深度为 d_j 的部位 (见图 1) 处于弯曲拉伸侧时, 将式 (7) 代入式 (5) 得到, 该部位屈服的轴向应力极限值 σ_{zj} 用式 (9) 计算。

$$\sigma_{zj} = \sigma_{z1} [\alpha \sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta j}^2 / \sigma_{\theta l}^2}] \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

1.4 极限应力不等式

(1) 第一极限应力不等式。

当管道的内压 $p > 0$, 管道等深减薄深度 d_i 和 d_j 有 $d_i > d_j$ 时, 则屈服的轴向极限应力 σ_{zi} 和 σ_{zj} 满足不等式:

$$\sigma_{zi} > \sigma_{zj} \quad (10)$$

由式 (7) 并计及 $d_i > d_j$ 得到:

$$\sigma_{\theta i} - \sigma_{\theta j} > 0 \quad (11)$$

令: $v_j = 1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta j}^2 / \sigma_{\theta l}^2$

$$v_i = 1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta i}^2 / \sigma_{\theta l}^2$$

计及式 (11), 则有 $v_j - v_i > 0$ 。因此有:

$$\sqrt{v_j} > \sqrt{v_i} \quad (12)$$

将式 (8) 代入计算式 $(\sigma_{zi} - \sigma_{zj}) / \sigma_{z1}$, 并利用式 (11) (12) 得到:

$$(\sigma_{zi} - \sigma_{zj}) / \sigma_{z1} = \alpha (\sigma_{\theta i} - \sigma_{\theta j}) / \sigma_{\theta l} + \sqrt{v_j} - \sqrt{v_i} > 0 \quad (13)$$

由此得到不等式 (10) 成立。

由第一极限应力不等式可直接推出第二极限应力不等式。

(2) 第二极限应力不等式。

当管道的内压 $p > 0$, 管道等深减薄深度 $d_j > 0$ ($j = 1, 2, \dots, n, j \neq h$) 时, 则屈服的轴向极限应力 σ_{zj} 和 σ_{zh} 满足不等式:

$$\sigma_{zj} > \sigma_{zh} \quad (j = 1, 2, \dots, n, j \neq h) \quad (14)$$

2 多级等深减薄管道极限弯矩计算理论

2.1 多级等深减薄管道承载弯矩载荷的条件

含 n 级对称等深减薄管道 (见图 1) 横截面的面积 S 用下式计算:

$$S = 2\pi R_m t - 2 \sum_{j=1}^n [R_m - (t - d_j) / 2] \beta_j d_j \quad (15)$$

管道在内压 p 和轴向力 F 联合作用下, 管道的轴向应力 $\sigma_z(F)$ 近似为:

$$\sigma_z(F) = F/S \quad (16)$$

令:

$$F_l = S\sigma_{z1} \quad (17)$$

(1) 承载弯矩载荷的条件。

含 n 级对称等深减薄管道 (见图 1) 在内压 p 和轴向力 F 联合作用下, 用式 (7) 计算管道最大减薄为 d_k 部位的环向应力 $\sigma_{\theta k}$ 和最小减薄为 d_h 部位的环向应力 $\sigma_{\theta h}$, 用式 (17) 计算 F_l 。该管道能承载弯矩载荷的条件为:

$$-\frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} < \frac{F}{F_l} < \frac{1}{\sqrt{1 - \alpha^2}} \quad (18)$$

且

$$\sigma_{\theta k} / \sigma_{\theta l} < \alpha F / F_l + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2} \quad (19)$$

$$\sigma_{\theta h} / \sigma_{\theta l} > \alpha F / F_l - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2} \quad (20)$$

(2) 在承载弯矩载荷的条件下。

$$\sigma_{zh} < \sigma_{zj} < \sigma_z(F) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (21)$$

$$\sigma_{zj} > \sigma_z(F) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (22)$$

验证如下。

(1) 含 n 级对称等深减薄管道 (见图 1) 在内压 p 和轴向力 F 联合作用下, 管道产生的轴向应力 σ_z 可用式 (16) 近似计算, 再应用式 (17) 得到:

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_{z1}} = \frac{F/S}{\sigma_{z1}} = \frac{F}{F_l}$$

利用上式和式 (7) 计算的环向应力 $\sigma_{\theta j}$ 得到, 在管道减薄深度为 $d_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 的部位都有:

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_{z1}^2} - 2\alpha \frac{\sigma_z}{\sigma_{z1}} \frac{\sigma_{\theta j}}{\sigma_{\theta l}} + \frac{\sigma_{\theta j}^2}{\sigma_{\theta l}^2} = \frac{F^2}{F_l^2} - 2\alpha \frac{F}{F_l} \frac{\sigma_{\theta j}}{\sigma_{\theta l}} + \frac{\sigma_{\theta j}^2}{\sigma_{\theta l}^2} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (23)$$

①由式 (1) 得到 $d_j \leq d_k$, 因此由式 (7) 计算得到 $\sigma_{\theta j} \leq \sigma_{\theta k}$ 。

$$\sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} \leq \sigma_{\theta k} / \sigma_{\theta l} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

又利用式(19)得到:

$$\sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} < \alpha F / F_l + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

由上式推出:

$$\frac{F^2}{F_l^2} - 2\alpha \frac{F}{F_l} \frac{\sigma_{\theta j}}{\sigma_{\theta l}} + \frac{\sigma_{\theta j}^2}{\sigma_{\theta l}^2} < 1 \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (24)$$

②由式(2)得到 $d_j \geq d_h$, 因此由式(7)计算得到 $\sigma_{\theta j} \geq \sigma_{\theta h}$ 。

$$\sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} \geq \sigma_{\theta h} / \sigma_{\theta l} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

再利用式(20)得到:

$$\sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} > \alpha F / F_l - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2} \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

由上式推出:

$$\frac{F^2}{F_l^2} - 2\alpha \frac{F}{F_l} \frac{\sigma_{\theta j}}{\sigma_{\theta l}} + \frac{\sigma_{\theta j}^2}{\sigma_{\theta l}^2} < 1 \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

将式(24)和上式代入式(23)得到, 在 n 级等深减薄管道的各等深减薄部位都有:

$$\frac{\sigma_z^2}{\sigma_{zl}^2} - 2\alpha \frac{\sigma_z}{\sigma_{zl}} \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{\theta l}} + \frac{\sigma_{\theta}^2}{\sigma_{\theta l}^2} < 1$$

因此, 含 n 级对称等深减薄管道(见图1)在内压 p 和轴向力 F 联合作用下没有屈服, 该管道还可以承载一定的弯矩载荷。

(3) 在承载弯矩载荷的条件下, 含 n 级对称等深减薄管道由内压 p 产生的环向应力 $\sigma_{\theta j}$ 和轴向力 F 都满足不等式(24)。

采用反证法证明式(21)和式(22)都成立。

2.2 多级等深减薄管道极限弯矩的计算公式

根据承载弯矩的条件, 计算 n 级对称等深减薄管道在内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用下的极限弯矩时, 内压 p 产生的环向应力 $\sigma_{\theta k}$ 、 $\sigma_{\theta h}$ 和轴向力 F 必须同时满足不等式(18)~(20)。

当管道在弯矩作用下达到全塑性状态时, 设塑性中性轴的夹角为 ψ 。考虑塑性中性轴的位置, 可按两种工况计算管道的极限弯矩: 工况1——塑性中性轴下方的管壁区域位于弯曲压缩侧, 塑性中性轴上方的管壁区域位于弯曲拉伸侧; 工况2——塑性中性轴下方的管壁区域位于弯曲拉伸侧, 塑性中性轴上方的管壁区域位于弯曲压缩侧。

(1) 工况1的极限弯矩计算公式。

在工况1条件下, 当塑性中性轴位于面积为

A_s ($s \in \{1, 2, \dots, n\}$) 区域中时, 则面积为 A_1, \dots, A_{s-1} 的区域都在弯曲压缩侧, 面积为 A_{s+1}, \dots, A_n 的区域都在弯曲拉伸侧。当管道在弯矩作用下达到全塑性状态时, 管道的轴向力 F 可近似表示为:

$$F = \sum_{j=1}^{s-1} A_j \sigma_{c_j} + A_{s1} \sigma_{cs} + A_{s2} \sigma_{ts} + \sum_{j=s+1}^n A_j \sigma_{t_j} \quad (25)$$

式中 σ_{c_j} 用式(8)计算, σ_{t_j} 用式(9)计算; A_j 分别为图1中对应区域的面积, 且:

$$k_{1j} = (1 - d_j/t) [1 + d_j/(2R_m)] \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$A_j = 2k_{1j} \beta_j R_m t \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$A_{s1} = 2(\psi - \sum_{i=1}^{s-1} \beta_i) k_{1s} R_m t$$

$$A_{s2} = 2(\sum_{i=1}^s \beta_i - \psi) k_{1s} R_m t$$

将上面诸式代入式(25), 得到塑性中性轴夹角的一次方程式, 当 $s \in \{1, 2, \dots, n\}$ 时, 塑性中性轴的夹角 $\psi = \psi_s$ 用式(26)计算。

$$\text{当 } s=1 \text{ 时: } \psi_1 = \frac{F - 2R_m t (\sum_{j=1}^n k_{1j} \beta_j \sigma_{t_j})}{2R_m t k_{11} (\sigma_{c1} - \sigma_{t1})}$$

且 $0 < \psi_1 < \beta_1$ 。

当 $s \in \{2, \dots, n-1\}$ 时:

$$\psi_s = (F - 2R_m t \{ \sum_{j=1}^{s-1} k_{1j} \beta_j \sigma_{c_j} + k_{1s} [(\sum_{i=1}^s \beta_i) \sigma_{cs} - (\sum_{i=1}^{s-1} \beta_i) \sigma_{ts}] + \sum_{j=s+1}^n k_{1j} \beta_j \sigma_{t_j} \}) \div [2R_m t k_{1s} (\sigma_{cs} - \sigma_{ts})] \quad (26)$$

且 ψ_s 满足不等式: $\sum_{i=1}^{s-1} \beta_i < \psi_s < \sum_{i=1}^s \beta_i$ 。

当 $s=n$ 时:

$$\psi_n = \frac{F - 2R_m t [\sum_{j=1}^n k_{1j} \beta_j \sigma_{c_j} + k_{1n} \pi (\sigma_{tn} - \sigma_{cn})]}{2R_m t k_{1n} (\sigma_{cn} - \sigma_{tn})}$$

且 $\pi - \beta_n < \psi_n < \pi$ 。

设:

$$k_{2j} = (1 - d_j/t) [1 + d_j/(2R_m)]^2 \quad (j=1, 2, \dots, n)$$

$$y_{c_j} = R_m \left(1 + \frac{d_j}{2R_m}\right) \frac{\sin(\sum_{i=1}^j \beta_i) - \sin(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i)}{\beta_j} \quad (j=1, 2, \dots, s-1)$$

$$y_{cs} = R_m \left(1 + \frac{d_s}{2R_m}\right) \frac{\sin \psi - \sin(\sum_{i=1}^{s-1} \beta_i)}{\psi - \sum_{i=1}^{s-1} \beta_i}$$

$$y_{ts} = -R_m \left(1 + \frac{d_s}{2R_m}\right) \frac{\sin\left(\sum_{i=1}^s \beta_i\right) - \sin\psi}{\sum_{i=1}^s \beta_i - \psi}$$

$$y_{ij} = -R_m \left(1 + \frac{d_j}{2R_m}\right) \frac{\sin\left(\sum_{i=1}^j \beta_i\right) - \sin\left(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i\right)}{\beta_j} \quad (j = s+1, 2, \dots, n)$$

当塑性中性轴位置用式(26)筛选确定为 $\psi = \psi_s$ 后 n 级对称等深减薄管道极限弯矩 $M(p, F)$ 为:

$$M(p, F) = - \left(\sum_{j=1}^{s-1} A_j y_{ej} \sigma_{ej} + A_{s1} y_{es} \sigma_{es} \right) + A_{s2} y_{ts} \sigma_{ts} + \sum_{j=s+1}^n A_j y_{ij} \sigma_{ij} \quad (27)$$

将诸参量代入式(27)得到式(28)~(30)。

当 $s=1$ 时:

$$M(p, F) = -2R_m^2 t \left\{ k_{21} [\sigma_{e1} \sin\psi_1 + (\sin\beta_1 - \sin\psi_1) \sigma_{t1}] + \sum_{j=2}^n [\sin\left(\sum_{i=1}^j \beta_i\right) - \sin\left(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i\right)] k_{2j} \sigma_{ij} \right\} \quad (28)$$

当 $s \in \{2, \dots, n-1\}$ 时:

$$M(p, F) = -2R_m^2 t \left\{ \sum_{j=1}^{s-1} [\sin\left(\sum_{i=1}^j \beta_i\right) - \sin\left(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i\right)] k_{2j} \sigma_{ej} + [\sin\psi_s - \sin\left(\sum_{i=1}^{s-1} \beta_i\right)] k_{2s} \sigma_{es} + [\sin\left(\sum_{i=1}^s \beta_i\right) - \sin\psi_s] k_{2s} \sigma_{ts} + \sum_{j=s+1}^n [\sin\left(\sum_{i=1}^j \beta_i\right) - \sin\left(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i\right)] k_{2j} \sigma_{ij} \right\} \quad (29)$$

当 $s=n$ 时:

$$M(p, F) = -2R_m^2 t \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} [\sin\left(\sum_{i=1}^j \beta_i\right) - \sin\left(\sum_{i=1}^{j-1} \beta_i\right)] k_{2j} \sigma_{ej} + [\sin\psi_n - \sin(\pi - \beta_n)] k_{2n} \sigma_{en} - \sin\psi_n k_{2n} \sigma_{tn} \right\} \quad (30)$$

(2) 工况 2 的极限弯矩计算公式。

在工况 2 的条件下,当塑性中性轴位于面积为 A_s 的区域中时,则面积为 A_1, \dots, A_{s-1} 的区域都在弯曲拉伸侧;面积为 A_{s+1}, \dots, A_n 的区域都在弯曲压缩侧。当管道在弯矩作用下达到全塑性状态时,轴向力 F 可近似表示为:

$$F = \sum_{j=1}^{s-1} A_j \sigma_{ij} + A_{s1} \sigma_{ts} + A_{s2} \sigma_{cs} + \sum_{j=s+1}^n A_j \sigma_{ej}$$

式中 σ_{ij} 用式(9)计算 σ_{ej} 用式(8)计算; A_j 为图 1 中对应区域的面积。

类似于上面工况 1 的方法可以得到工况 2 的极限弯矩计算公式。

3 腐蚀管道极限弯矩的计算方法

许多压力管道,由于输送介质的腐蚀性和重力作用,在管道横截面内壁 6 点钟位置两侧产生腐蚀缺陷,腐蚀形状沿腐蚀区中心线(6 点钟处)近似于对称分布(见图 2),且缺陷的轴向长度很长。

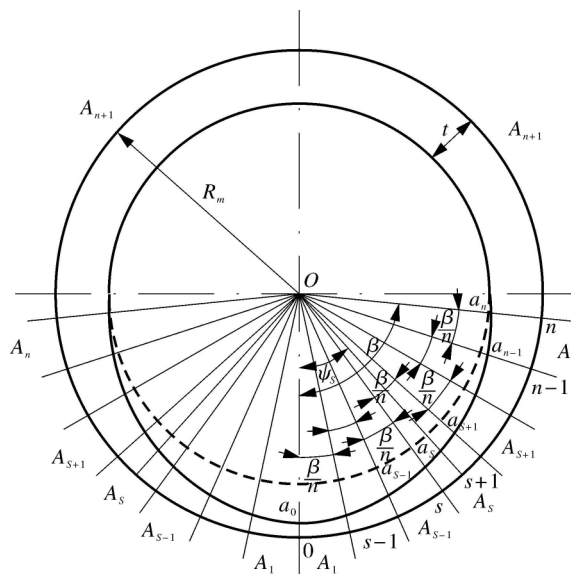


图 2 腐蚀管道横截面尺寸示意

Fig. 2 Schematic diagram of the corroded pipe cross section

以下采用简便的方法将图 2 中的腐蚀管道简化为 n 级对称等深减薄管道,然后采用以上多级等深减薄管道极限弯矩计算理论和公式,即可导出腐蚀管道极限弯矩的工程计算方法如下。

(1) 已知参数。

①管道的平均半径 R_m ,壁厚 t ,管材轴向屈服应力 σ_{t1} ,环向屈服应力 $\sigma_{\theta1}$;

②管道内壁腐蚀缺陷的环向夹角为 2β (见图 2),轴向腐蚀长度很长;

③管道承受内压 p 和轴向力 F 。

(2) 构建 n 级对称等深减薄管道。

在腐蚀管道的横截面上(见图 2),给定 n ($n \in \{6, 8, 10\}$),用通过圆心 O 的 $n+1$ 条线段 $OO, O1, \dots, On$ 将 β 角分成 n 等份,各等份的角度为 β/n 。又沿线段 $OO, O1, \dots, On$ 测量得到管壁对应的腐蚀深度分别为 $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n = 0$;取 $d_1 = (a_0 + a_1)/2, \dots, d_j = (a_{j-1} + a_j)/2, \dots, d_n = a_{n-1}/2$ 将图 2 中的腐蚀管道简化为图 3 中减薄深度为 d_j 、夹角为 β/n 的 n 级等深减薄管道。

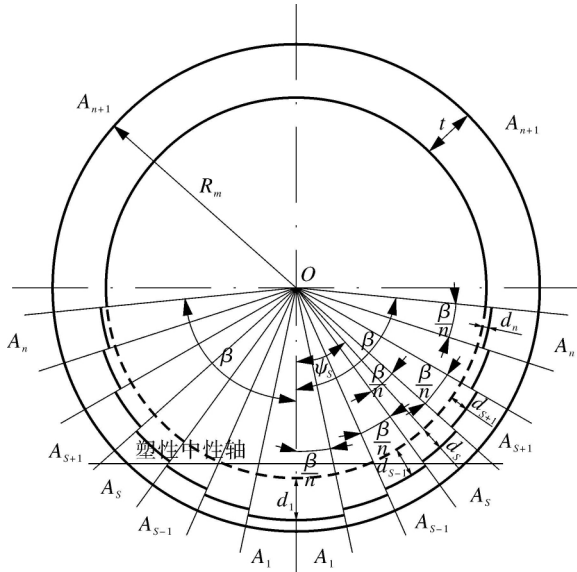


图3 腐蚀管道简化为 n 级对称等深减薄管道
横截面尺寸和塑性中性轴示意

Fig. 3 Schematic diagram of the geometric dimensions and plastic neutral axis of the cross section of the n -level symmetrical equal-depth thinned pipe which is simplified from the corroded pipe

(3) 计算腐蚀管道的极限弯矩。

① 计算参量:

$$F_l = \{ 2\pi R_m t - 2 \frac{\beta}{n} \sum_{j=1}^n [R_m - (t - d_j) / 2] d_j \} \sigma_{zl}$$

$$d = \max \{ a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, d_1, \dots, d_n \}$$

$$\sigma_{\theta j} = p (R_m + 0.5 d_j) / (t - d_j) \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sigma_{\theta 0} = p (R_m + 0.5 d) / (t - d) \quad (\sigma_{\theta 0} = p R_m / t)$$

$$k_{1j} = (1 - d_j / t) [1 + d_j / (2 R_m)] \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$k_{2j} = (1 - d_j / t) [1 + d_j / (2 R_m)]^2 \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

② 验证不等式成立。

$$-\frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}} < \frac{F}{F_l} < \frac{1}{\sqrt{1-\alpha^2}}$$

且:

$$\sigma_{\theta d} / \sigma_{\theta l} < \alpha F / F_l + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2}$$

$$\sigma_{\theta 0} / \sigma_{\theta l} > \alpha F / F_l - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) F^2 / F_l^2}$$

③ 计算管道弯曲屈服的轴向极限应力 σ_{cj} ,

$\sigma_c, \sigma_{ij}, \sigma_t$ 。

$$\sigma_{cj} = \sigma_{zl} [\alpha \sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta j}^2 / \sigma_{\theta l}^2}] \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sigma_c = \sigma_{zl} [\alpha \sigma_{\theta 0} / \sigma_{\theta l} - \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta 0}^2 / \sigma_{\theta l}^2}]$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{zl} [\alpha \sigma_{\theta j} / \sigma_{\theta l} + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta j}^2 / \sigma_{\theta l}^2}] \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\sigma_t = \sigma_{zl} [\alpha \sigma_{\theta 0} / \sigma_{\theta l} + \sqrt{1 - (1 - \alpha^2) \sigma_{\theta 0}^2 / \sigma_{\theta l}^2}]$$

④ 计算腐蚀区全部或者部分在弯曲压缩侧的极限弯矩。

a. 计算:

$$\psi_{n+1} = \frac{F - 2R_m t [(\sum_{j=1}^n k_{1j} \sigma_{cj}) \beta / n + \pi \sigma_t - \beta \sigma_c]}{2R_m t (\sigma_c - \sigma_t)}$$

当 $\psi_{n+1} > \beta$ 时, 确定塑性中性轴的 $\psi = \psi_{n+1}$, 管道的极限弯矩用下式计算:

$$M(p, F) = -2R_m^2 t \{ \sum_{j=1}^n [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{cj} + (\sin \psi_{n+1} - \sin \beta) \sigma_c - \sin(\psi_{n+1}) \sigma_t \}$$

b. 当 $\psi_{n+1} < \beta$ 时, 计算:

$$\psi_s = \{ F - 2R_m t [\sum_{j=1}^n k_{1j} \sigma_{cj} + s k_{1s} (\sigma_{cs} - \sigma_{ts}) + \sum_{j=s+1}^n k_{1j} \sigma_{cj} + n(\pi / \beta - 1) \sigma_t] \beta / n \} \div [2R_m t k_{1s} (\sigma_{cs} - \sigma_{ts})]$$

应用条件 $\frac{s-1}{n} \beta \leq \psi_s \leq \frac{s}{n} \beta$ 筛选确定 $\psi = \psi_s$

后, 管道的极限弯矩用下式计算:

$$M(p, F) = -2R_m^2 t \{ \sum_{j=1}^{s-1} [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{cj} + [\sin \psi_s - \sin(\frac{s-1}{n} \beta)] k_{2s} \sigma_{cs} + [\sin(\frac{s}{n} \beta) - \sin \psi_s] k_{2s} \sigma_{ts} + \sum_{j=s+1}^n [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{cj} - \sin(\beta) \sigma_t \}$$

⑤ 计算腐蚀区全部或者部分在弯曲拉伸侧的极限弯矩。

a. 计算:

$$\psi_{n+1} = \frac{F - 2R_m t [\sum_{j=1}^n (k_{1j} \sigma_{ij}) \beta / n + \pi \sigma_c - \beta \sigma_t]}{2R_m t (\sigma_t - \sigma_c)}$$

当 $\psi_{n+1} > \beta$ 时, 确定塑性中性轴的 $\psi = \psi_{n+1}$, 管道的极限弯矩用下式计算:

$$M(p, F) = 2R_m^2 t \{ \sum_{j=1}^n [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{ij} + (\sin \psi_{n+1} - \sin \beta) \sigma_t - \sin(\psi_{n+1}) \sigma_c \}$$

b. 当 $\psi_{n+1} < \beta$ 时, 计算:

$$\psi_s = \{ F - 2R_m t [\sum_{j=1}^s k_{1j} \sigma_{ij} + s k_{1s} (\sigma_{cs} - \sigma_{ts}) + \sum_{j=s+1}^n k_{1j} \sigma_{ij} + n(\pi / \beta - 1) \sigma_c] \beta / n \} \div [2R_m t k_{1s} (\sigma_{cs} - \sigma_{ts})]$$

应用条件 $\frac{s-1}{n} \beta \leq \psi_s \leq \frac{s}{n} \beta$ 筛选确定 $\psi = \psi_s$

后, 管道的极限弯矩用下式计算:

$$M(p, F) = 2R_m^2 t \{ \sum_{j=1}^{s-1} [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{ij} + [\sin \psi_s - \sin(\frac{s-1}{n} \beta)] k_{2s} \sigma_{cs} + [\sin(\frac{s}{n} \beta) - \sin \psi_s] k_{2s} \sigma_{ts} + \sum_{j=s+1}^n [\sin(\frac{j}{n} \beta) - \sin(\frac{j-1}{n} \beta)] k_{2j} \sigma_{ij} - \sin(\beta) \sigma_c \}$$

$$\begin{aligned}
& + [\sin\psi_s - \sin(\frac{s-1}{n}\beta)] k_{2s} \sigma_{cs} + [\sin(\frac{s}{n}\beta) \\
& - \sin\psi_s] k_{2s} \sigma_{cs} + \sum_{j=s+1}^n [\sin(\frac{j}{n}\beta) \\
& - \sin(\frac{j-1}{n}\beta)] k_{2j} \sigma_{cj} - \sin(\beta) \sigma_c \}
\end{aligned}$$

4 腐蚀管道极限弯矩算例

4.1 纯弯曲载荷下的算例

文献[15]研究了腐蚀缺陷管道的极限承载力;文献[16]指出,在内压、轴向力和弯矩联合作用下,文献[15]中的极限弯矩计算公式的理论依据是不充分的,但在纯弯曲下仍然成立。因此文献[15]采用数值方法计算的等深腐蚀、椭圆腐蚀和抛物线腐蚀管道在纯弯曲下的极限弯矩值是有效的。

现以文献[15]表1中工况3试件TP3为例,采用腐蚀管道极限弯矩的工程计算方法,计算工况3试件TP3的极限弯矩值,并和数值解极限弯矩值进行比较,验证工程计算方法的计算精度。

TP3试件管的平均半径 $R_m = 52.85$ mm,管壁 $t = 8.6$ mm,管材钢轴向屈服应力 σ_{zl} 和环向屈服应力 $\sigma_{\theta l}$ 为: $\sigma_{zl} = \sigma_{\theta l} = 408$ MPa,各向异性系数 $\alpha = 0.5$;管子横截面腐蚀区中心线位置的最大深度 $a_0 = 6.9$ mm,腐蚀夹角 $2\beta = \pi$;腐蚀深度函数 $a(\theta)$ 计算如下。

半椭圆腐蚀:

$$a(\theta) = 6.9 \sqrt{1 - (2\theta/\pi)^2} \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad (31)$$

抛物线腐蚀:

$$a(\theta) = 6.9(1 - 2\theta/\pi)^2 \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad (32)$$

(1) 取 $n = 6$,用射线 OO_1, O_1, \dots, O_6 将管子横截面腐蚀区分成6等份,各等份的角度为 $\pi/12$ (或 15°)。计算射线 O_j 对应的腐蚀角度 θ_j 和腐蚀深度 $a_j = a(\theta_j)$ ($j = 0, 1, \dots, 6$)。

(2) 取 $d_j = (a_{j-1} + a_j) / 2$ 计算6级等深减薄深度 d_1, \dots, d_6 。构建6级对称等深减薄 $d_j, \beta_j = \pi/12$ 计算模型(见图3)。

(3) 半椭圆腐蚀试件TP3极限弯矩计算结果。

在纯弯曲下 $p = 0, F = 0$,因此,由第3节工程计算方法中(3)③计算得到弯曲屈服的轴向极限应力:

$$\begin{aligned}
\sigma_{cj} &= \sigma_c = -\sigma_{zl} = -408 \text{ MPa} \\
\sigma_{ij} &= \sigma_t = \sigma_{zl} = 408 \text{ MPa}
\end{aligned}$$

利用半椭圆腐蚀管道6级等深减薄模型数据 d_1, \dots, d_6 计算 k_{1j} 和 k_{2j} ;在弯曲拉伸侧,由第3节工程计算方法中(3)⑤a.的 ψ_7 计得 $\psi_7 = 0.6495\pi > \beta$ 。因此塑性中轴的 $\psi = \psi_7 = 0.6495\pi$,半椭圆腐蚀试件TP3的极限弯矩 $M_e(0, \rho) = 21.76$ kN·m。

(4) 抛物线腐蚀试件TP3的极限弯矩 $M_p(0, \rho) = 31.56$ kN·m。

(5) 从文献[15]表2中查得:半椭圆腐蚀工况3试件TP3极限弯矩的数值解 $M_{epc} = 21.4$ kN·m,抛物线腐蚀试件TP3极限弯矩的数值解 $M_{pec} = 31.7$ kN·m。由此得到:半椭圆腐蚀的 $M_e(0, \rho)$ 和 $M_{epc} = 21.4$ kN·m的误差为 -1.68% ,抛物线腐蚀的 $M_p(0, \rho)$ 和 $M_{pec} = 31.7$ kN·m的误差为 0.44% 。

4.2 联合载荷下的算例

设管道的平均半径 $R_m = 500$ mm,管壁 $t = 20$ mm,管材钢轴向屈服应力 σ_{zl} 和环向屈服应力 $\sigma_{\theta l}$ 为: $\sigma_{zl} = \sigma_{\theta l} = 500$ MPa,各向异性系数 $\alpha = 0.5$;管子横截面腐蚀区中心线位置的最大深度 $a_0 = 10$ mm,腐蚀夹角 $2\beta = \pi$;腐蚀深度函数 $a(\theta)$ 计算如下。

半椭圆腐蚀:

$$a(\theta) = 10 \sqrt{1 - (2\theta/\pi)^2} \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad (33)$$

抛物线腐蚀:

$$a(\theta) = 10(1 - 2\theta/\pi)^2 \quad (0 \leq \theta \leq \pi/2) \quad (34)$$

管道承受内压 $p = 10$ MPa,轴向力 $F = 20000$ kN。

(1) 对半椭圆腐蚀管道和抛物线腐蚀管道,取 $n = 6$,用射线 OO_1, O_1, \dots, O_6 将管道横截面腐蚀区分成6等份,各等份的角度为 $\pi/12$ (15°)。计算射线 O_j 对应的腐蚀角度 θ_j 和深度 $a_j = a(\theta_j)$ ($j = 0, 1, \dots, 6$)。

(2) 取 $d_j = (a_{j-1} + a_j) / 2$,计算半椭圆腐蚀管道6级等深减薄深度 d_1, \dots, d_6 。构建6级等深减薄 $d_j, \beta_j = \pi/12$ 计算模型(见图3)。利用椭圆腐蚀管道6级对称等深减薄模型数据 d_1, \dots, d_6 ,计算 k_{1j} 和 k_{2j} ;计算管道弯曲屈服的轴向极限应力 $\sigma_{cj}, \sigma_c, \sigma_{ij}, \sigma_t$ 。

(3) 验证半椭圆腐蚀管道在内压 $p = 10$ MPa 和轴向力 $F = 20000$ kN 联合作用下,满足承载弯矩载荷的条件。

(4) 在弯曲压缩侧,由第3节工程计算方法中(3)④a取 $s=5$,计算 $\psi_5=0.3961\pi$,因此塑性中性轴的 $\psi=\psi_5=0.3961\pi$,半椭圆腐蚀管道的极限弯矩为:

$$M_e(10\ 20\ 000)=5\ 855.8\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

采用和上面相同的方法,得到含抛物线腐蚀(见式(34))管道的极限弯矩为:

$$M_p(10\ 20\ 000)=6\ 515.3\ \text{kN}\cdot\text{m}$$

5 结语

(1) 对在内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用下的 n 级对称等深减薄管道,建立了承载弯矩载荷的条件,应用很简便。

(2) 对 n 级对称等深减薄管道在内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用下,应用屈服准则和理想弹塑性本构模型,分两种工况建立了该管道极限弯矩的计算理论和计算公式。

(3) 对承受内压 p 、轴向力 F 和弯矩联合作用的腐蚀管道,建立了管道极限弯矩的工程计算方法。

参考文献:

- [1] BOUWKAMP J G ,STEPHEN R M. Large diameter pipe under combined loading [J]. Journal of Transportation Engineering ,1973 99(TE3) : 521 - 536.
- [2] SHERMAN D R. Test of circular steel tubes in bending [J]. Journal of the Structural Division , 1976 , 102(ST11) : 2181 - 2195.
- [3] MOHAREB M ,MURRAY D W. Mobilization of fully plastic moment capacity for pressurized pipes [J]. Journal of Offshore Mechanic and Arctic Engineering , 1999 ,121: 237 - 241.
- [4] MOHAREB M ,KULAK G L ,MURRAY D W. Testing and analysis of steel pipe section [J]. Journal of Transportation Engineering 2001 ,127(5) : 408 - 417.
- [5] MOHAREB M. Plastic interaction relations for pipe sections [J]. Journal of Engineering Mechanics 2002 , 128(1) : 112 - 120.
- [6] BAI Y ,IGLAND R ,MOAN T. Tube collapse under combined pressure ,tension and bending [J]. International Journal of Offshore and Polar Engineering , 1993 3(2) : 121 - 129.
- [7] BAI Y ,IGLAND R ,MOAN T. Tube collapse under combined external pressure ,tension and bending [J]. Journal of Marine Structures ,1997 ,10(5) : 389 - 410.
- [8] HAUCH S ,BAI Y. Bending moment capacity of pipes [J]. Journal Offshore Mechanics and Arctic Engineering , 2000 ,122(4) : 243 - 252.
- [9] BAI Y ,HAUCH S R. Analytical collapse capacity of corroded pipes [C]//International Offshore and Polar Engineering Conference. Colorado ,USA ,1998.
- [10] BAI Y ,HAUCH S R ,JENSEN J C. Local buckling and plastic collapse of corroded pipes with yield anisotropy [C]//International Offshore and Polar Engineering Conference. Brest ,France ,1999.
- [11] HAUCH S R ,BAI Y. Bending moment capacity of groove corroded pipes [C]//International Offshore and Polar Engineering Conference. Seattle ,USA 2000.
- [12] BAI Y ,HAUCH S R. Collapse capacity of corroded pipes under combined pressure ,longitudinal force and bending [J]. International Journal of Offshore and Polar Engineering 2001 ,11(1) : 55 - 63.
- [13] ABS Guide for building and classing subsea pipeline system [S]. American Bureau of Shipping 2005.
- [14] 陈严飞 ,李昕 ,周晶. 不规则腐蚀缺陷管道极限承载力研究 [J]. 工程力学 2009 26(11) : 190 - 196. CHEN Yanfei ,LI Xin ,ZHOU Jing. Ultimate bending capacity of pipe with arbitrary corrosion defects [J]. Engineering Mechanics 2009 26(11) : 190 - 196.
- [15] CHEN Yanfei ,LI Xin ,CHAI Y H et al. Assessment of the flexural capacity of corroded steel pipes [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping , 2010 87(2 - 3) : 100 - 110.
- [16] 李祚成 ,李思源 ,许可. 局部减薄管道极限弯矩计算新公式 [J]. 石油化工设备 2021 50(4) : 36 - 42. LI Zuocheng ,LI Siyuan ,XU Ke. New calculation formulas for limit bending moment of locally thinned pipes [J]. Petro-Chemical Equipment ,2021 ,50(4) : 36 - 42.

作者简介: 李思源(1939) ,男 ,高级工程师 ,主要从事压力容器和管道完整性评定与研究工作 通信地址: 730050 甘肃省兰州市敦煌路301号 E-mail: 1051334463@qq.com.

本文引用格式:

李思源 ,李逸轩. 腐蚀管道极限弯矩计算的理论和方法 [J]. 压力容器 2021 38(10) : 53 - 60.

LI Siyuan ,LI Yixuan. Calculation theory and method of limit bending moment of corroded pipes [J]. Pressure Vessel Technology , 2021 38(10) : 53 - 60.