

基于 ARM 的时变频率测量算法设计

党存禄,陈国国

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院,兰州 730050)

摘要:在电力系统中的风能、太阳能等新型能源的频率随时间变化条件下,针对现有测频技术精度不高、计算复杂、误差大等问题,该文提出了时变频率测量的高精度算法。基于紧邻(相角相差 2π)两个过零点之间的相位关系,推算出时变频率测量算法的关系表达式,而且利用牛顿插值多项式、牛顿迭代算法进行精确计算紧邻过零点之间的周期值。最后对提出的这种算法用MATLAB进行仿真,仿真结果表明此算法在信号中含有噪声、直流分量、高次谐波以及频率波动等条件下,都可以获得很高的测量精度,并且此算法的计算量小、时间短、测量的频率范围宽、适用于嵌入式装置中。

关键词:高精度;频率变化率;牛顿迭代;动态频率测量

中图分类号:TM762.4 文献标识码:A 文章编号:1001-9944(2021)12-0014-05

Design of Time-varying Frequency Measurement Algorithm Based on ARM

DANG Cun-lu, CHEN Guo-guo

(College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Under the condition that the frequency of new energy sources such as wind energy and solar energy in power system changes with time, aiming at the problems of low precision, complex calculation and large error of existing frequency measurement technology, a high-precision algorithm for time-varying frequency measurement is proposed. Based on the phase relationship between two adjacent zero crossings (phase angle difference), the relationship expression of time-varying frequency measurement algorithm is calculated, and the periodic value between adjacent zero crossings is accurately calculated by Newton interpolation polynomial and Newton iterative algorithm. Finally, the proposed algorithm is simulated with MATLAB. The simulation results show that the algorithm can obtain high measurement accuracy under the conditions of noise, DC component, high-order harmonic and frequency fluctuation in the signal, and the algorithm has the advantages of small amount of calculation, short time and wide measurement frequency range. It is suitable for embedded devices.

Key words: high precision; frequency change rate; Newton iteration; dynamic frequency measurement

国家规范对电力系统的频率有着严格的要求,一般情况下频率的偏差值为 ± 0.2 Hz,它反映的是系统有功功率的平衡^[1]。风力发电和光伏发电的装机

容量越来越大,但是在这些新型能源系统中,频率是不稳定的,是随着时间不断变化的^[2]。例如:负载波动引起的有功功率不平衡,系统发生各种故障时,

收稿日期:2021-08-30;修订日期:2021-10-12

基金项目:甘肃省重点研发计划项目(20YF8GA055)

作者简介:党存禄(1964—),男,本科,教授,研究方向为新能源发电技术、电力电子与电力传动;陈国国(1992—),男,硕士研究生,研究方向为电力系统分析。

也会引起有功功率的不平衡。波动的频率不仅会影响到其测量的准确性,而且有可能会使低频减载装置误动作或拒动^[3]。

在新能源系统中,频率的测量主要由嵌入式微机系统来实现^[4]。随着科学技术的发展,新能源系统中各种自动装置对系统频率的测量精度要求日趋严格^[5]。当前,离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT)以及过零点测频算法是嵌入式装置中普遍使用的软件测频算法^[6]。其中DFT测频算法当采样点数比较少时,会发生频谱泄漏和栅栏效应^[7],并且高次谐波对其影响很大,对以上的问题后期进行了各种各样的改进算法,其中加窗函数修正的DFT测频算法^[8]存在主要的问题是它的实时性达不到预计的要求;文献[9]结合插值和迭代的优点得到的DFT测频算法计算复杂,反应周期长,不利于应用到嵌入式装置中。

基于频率的变化率,本文提出了时变频率测量算法,解决了频率随时间变化时,现有的测频方法精度不高、误差大、计算复杂等问题。首先把原始的信号送入滤波器进行滤波,滤除信号中所含的高次谐波、直流分量和噪声;然后在每一段小区间内对滤波后的信号采用过零点检测算法^[10]进行频率值的计算,将所得到的频率值作为最小二乘非线性曲线拟合的迭代初值,在每一段小区间内进行正弦曲线拟合;最后对拟合后的曲线以调整采样频率的方式对其进行二次采样,将所得到的二次采样数据进行动态频率测量算法计算频率,解决现有的算法计算量大、测量精度不高和占用内存大等问题。

1 频率算法的基本原理

1.1 滤波器的设计

在实际运行的电力系统中,信号波形往往不是标准的正弦曲线,其中夹杂着高次谐波、直流分量以及各种噪声的复杂曲线^[11];系统正常运行时,频率在50 Hz左右波动,其中的谐波频率也在随着工频不断变化^[12],这就给频率的准确测量带来了很大的测量误差,因此需要设计滤波器。

本文采用基于巴特沃斯型带通滤波器的设计^[13]来滤除原始信号中所含的噪声和谐波,文中主要设计参数:通带范围为45~55 Hz,通带上限为60 Hz,通带下限为40 Hz,通带最大衰减为2 dB,阻带最小衰减为15 dB。带通滤波器频率响应如图1所示。

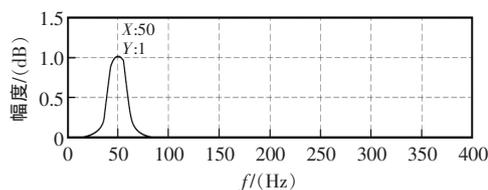


图1 带通滤波器频率响应

Fig.1 Frequency response of bandwidth filter

分析图1可得,当信号经过这款滤波器后,信号中的高次谐波分量和直流分量的衰减接近于0,最后只剩下50 Hz附近的频率可以通过滤波器。从而滤除掉原始信号中掺杂的直流分量和高次谐波分量,减小其对基波信号的干扰。

信号中不仅含有以上对信号的干扰项,而且含有各种随机噪声,带通滤波器不可能把所有的干扰项全部滤除,经过滤波器滤波后的信号中仍然含有一部分噪声,这些未被滤除的噪声很容易产生频率泄漏,所以还要对信号的噪声进行处理。

1.2 基于列文伯格-马夸尔特的最小二乘非线性曲线拟合原理

滤波后的信号中仍然含有部分的噪声信号,这些噪声信号很容易造成频率的泄漏^[14],这就在很大程度上影响了现有测频算法的测量精度。

本文运用基于列文伯格-马夸尔特的最小二乘非线性曲线拟合^[15]方法对滤波后的信号进行正弦曲线拟合。其基本原理为在滤波后信号的每段区间 V_i 中把滤波后的信号拟合成标准的正弦曲线 Y_i ,表示为

$$\| Y_i - V_i \| ^2 = \min \sum_{k=1}^n (Y(k) - V(k))^2 \quad (1)$$

式中: Y_i 为第*i*段的标准正弦拟合函数。

标准正弦拟合函数的各种参数,如相角、幅值和频率的最优值采用列文伯格-马夸尔特方法来获得,其中的初始值设为0.01。为了减小迭代次数,把迭代频率的初始值设为过零检测算法所得的频率值,取 $0 \sim \pi$ 中的任意值作为相角 θ 的值。假如得到的参数值不在合理范围值之内,重新调整 θ 的值对参数进行优化估计,直至参数值在合理范围值之内。最后对拟合后的正弦曲线进行二次采样,进一步去除信号中的各种噪声,从而提高频率测量的算法精度。

1.3 频率变化率与周期的关系

首先假设被测信号的幅值是 U_m ,频率为 f ,相角

是 $\varphi(f, t)$, 那么信号的表达式可以表示为

$$u(t) = U_m \sin(\varphi(f, t)) \quad (2)$$

如果 f 是随时间变化的, 那么 f 的一阶导数肯定不为零, 则每一时刻的相角 $\varphi(f, t)$ 可以表示为

$$\varphi(f, t) = \omega_0 t + \frac{1}{2} \times \frac{d\omega}{dt} \times t^2 + \varphi_0 \quad (3)$$

式中: $\omega = 2\pi f$ 是角频率; $d\omega/dt$ 是角加速度; φ_0 是零时刻 ($t=0$) 的初始相角; $\omega_0 = 2\pi f_0$ 是零时刻的初始角速度, f_0 为初始频率。以紧邻 3 个过零点处的相位角为研究对象, 如图 2 所示。

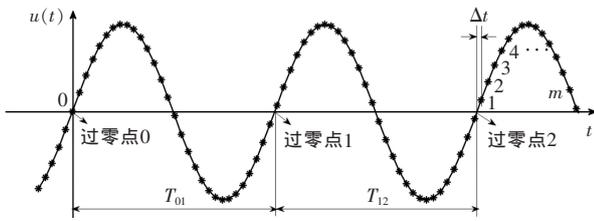


图 2 信号波形与过零点示意图

Fig.2 Signal waveform and zero crossing diagram

把过零点 0 设置为起始点, 则在 $t=0$ 处, 相角 $\varphi_0=0$, 频率为 f_0 。在过零点 1 处, 相角为 2π , 过零点 2 处, 相角为 4π 。

由式 (3) 得:

$$\begin{cases} 2\pi f_0 T_{01} + \pi \frac{df}{dt} T_{01}^2 = 2\pi \\ 2\pi f_0 (T_{01} + T_{12}) + \pi \frac{df}{dt} (T_{01} + T_{12})^2 = 4\pi \end{cases} \quad (4)$$

解得:

$$f_0 = \frac{1}{T_p} - \Delta f_p, \quad \frac{df}{dt} = \frac{\Delta f_p}{T_p} \quad (5)$$

其中:

$$T_p = \frac{T_{01} + T_{12}}{2}, \quad \Delta f_p = \frac{1}{T_{12}} - \frac{1}{T_{01}} \quad (6)$$

由式 (5) 和式 (6) 可以求出频率的变化率 df/dt 和过零点 0 处的初始频率 f_0 。

根据以上所求得的结果可以计算出每一时刻的频率。如图 2 所示, 假设过零点 2 为最新的过零点, 采样点 m 为当前时刻的采样点, 过零点 2 到当前时刻之间的采样值个数为 m , 因此当前时刻的频率为

$$f_m = f_0 + \frac{df}{dt} [T_{01} + T_{12} + \Delta t + (m-1)T_s] \quad (7)$$

式中: Δt 是过零点 2 与采样点 1 之间的时间; T_s 为相邻两个采样点之间的时间, 即采样时间间隔。

1.4 计算周期 T

1.4.1 Δt 的计算

如图 2, 在采样的时候信号的过零点经常并不一定与采样点重合, 要准确求出周期 T , 则必须首先要求出过零点与过零点后的第一个采样点之间的时间 Δt 。

对于信号的真正过零点是没有办法直接求解出来的, 但是可以通过其他的方法近似求解, 比如, 可以把零点附近的波形看作是直线, 然后采用相似三角形的方法来求解^[16]。

为了解决相似三角形方法解得的过零点值精度不高的问题, 本文采用牛顿多项式^[17] $f(x)$ 来逼近:

$$f(x) = a_0 x^3 + a_1 x^2 + a_2 x + a_3 \quad (8)$$

接下来就是计算式 (8) 的各项系数即 a_0, a_1, a_2, a_3 。

如图 3 所示, 依据式 (8), 从众多的采样点中取 4 个采样点, 分别为过零点之后的第一个采样点 (t_k, u_k) , 过零点之前的三个采样点 (t_{k-1}, u_{k-1}) 、 (t_{k-2}, u_{k-2}) 、 (t_{k-3}, u_{k-3}) 。根据这 4 个采样值可以建立向后差分表^[18], 见表 1。

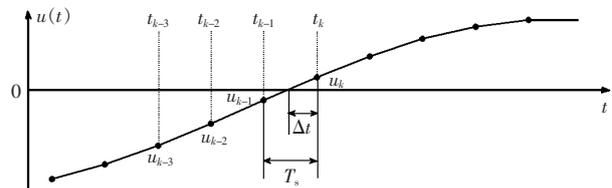


图 3 牛顿插值多项式示意图

Fig.3 Schematic diagram of Newton interpolation polynomial

表 1 牛顿向后差分表

Tab.1 Newton backward difference table

t	$u(t)$	∇u_k	$\nabla^2 u_k$	$\nabla^3 u_k$
t_{k-3}	u_{k-3}			
t_{k-2}	u_{k-2}	∇u_{k-2}		
t_{k-1}	u_{k-1}	∇u_{k-1}	$\nabla^2 u_{k-1}$	
t_k	u_k	∇u_k	$\nabla^2 u_k$	$\nabla^3 u_k$

其中,

$$\begin{cases} \nabla u_{k-2} = u_{k-2} - u_{k-3} \\ \nabla u_{k-1} = u_{k-1} - u_{k-2} \\ \nabla u_k = u_k - u_{k-1} \\ \nabla^2 u_{k-1} = \nabla u_{k-1} - \nabla u_{k-2} \\ \nabla^2 u_k = \nabla u_k - \nabla u_{k-1} \\ \nabla^3 u_k = \nabla^2 u_k - \nabla^2 u_{k-1} \end{cases} \quad (9)$$

则, 式 (8) 又可表示为

$$f(x)=u_k+x\nabla u_k+\frac{x(x+1)}{2!}\nabla^2 u_k+\frac{x(x+1)(x+2)}{3!}\nabla^3 u_k \quad (10)$$

x 与 Δt 之间的关系式为

$$\Delta t=-xT_s \quad (11)$$

从而求得式(8)的各项系数如下:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\nabla^3 u_k}{6} \\ a_1 &= \frac{\nabla^3 u_k + \nabla^2 u_k}{6} \\ a_2 &= \frac{\nabla^3 u_k + \nabla^2 u_k + 3\nabla u_k}{3} \\ a_3 &= u_k \end{aligned} \quad (12)$$

令 $f(x)=0$, 求解牛顿三次插值多项式过零点:

$$f(x)=a_0x^3+a_1x^2+a_2x+a_3=0 \quad (13)$$

利用牛顿迭代方法求取 $f(x)=0$ 的根:

$$x_{k+1}=x_k-\frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (14)$$

$$f'(x)=3a_0x^2+2a_1x+a_2 \quad (15)$$

为了减少迭代的次数, 首先采用相似三角形的方法求出迭代初值 x_0 , 见图 4 所示, 由相似三角形原理可得:

$$\frac{\Delta t}{T_s} = \frac{u_k}{u_k + |u_{k-1}|} = \frac{u_k}{u_k - u_{k-1}} \quad (16)$$

把 $\Delta t=-xT_s$ 代入式(16), 可得:

$$x = -\frac{u_k}{u_k - u_{k-1}} \quad (17)$$

所以迭代初值可以取为

$$x_0 = -\frac{u_k}{u_k - u_{k-1}} \quad (18)$$

当迭代精度达到所要求的精度时可以得到 x 的值, 最后计算出 $\Delta t=-xT_s$ 的值。

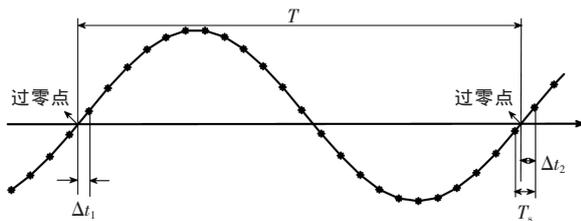


图 4 计算过零点时间方法示意图

Fig.4 Schematic diagram of method for calculating zero crossing time

1.4.2 周期 T 的计算

假设两个紧邻过零点之间的采样点数为 N , 那么周期 T 的计算公式为

$$T=(N-1)T_s+\Delta t_1+(T_s-\Delta t_2)=NT_s+\Delta t_1-\Delta t_2 \quad (19)$$

式中: Δt_1 和 Δt_2 是过零点与过零点之后第一个采样点之间的时间值。

2 算法的实现过程

(1) 对过零点的判断。当 $u_k \cdot u_{k-1} < 0$ 时在 u_k 与 u_{k-1} 之间必有一个零点。

(2) 按式(9)、式(12)计算拟合函数 $f(x)$ 的系数 $a_0 \sim a_3$ 。

(3) 求解过零点。首先依据式(18)算出迭代初值, 再根据式(8)、式(13)、式(14)计算出过零点的近似解 x 的值。

(4) 当前周期 T 的计算。利用式(11)计算出 Δt 的值, 再根据式(19)得到当前周期 T 。

(5) 最后计算采样点处的频率。采用式(7)计算频率 f 。

3 算法的仿真

接下来分别对标准正弦波信号、含高次谐波和噪声、频率波动情况下, 对本文提出的算法进行 MATLAB 仿真, 将仿真所得的结果与文献[19]中的 DFT 算法和文献[20]中的过零点算法进行比较, 以验证本算法的优越性。

3.1 标准正弦波

设标准正弦信号的数学模型为 $u(t)=U_m \sin(2\pi ft+\varphi)$, 频率 f 取 45~54 之间, φ 角随机选取。测量数据如表 2 所示。

表 2 标准正弦信号下的频率误差

Tab.2 Frequency error under standard sinusoidal signal

实际频率/(Hz)	频率误差/(Hz)	
	DFT 测频算法 ($N=1000$)	本文测频算法 ($N=90$)
45	0.0020	3.8×10^{-7}
46	-0.0010	2.08×10^{-7}
47	-0.0030	1.02×10^{-6}
48	0.0011	4.9×10^{-6}
49	0.0021	6.71×10^{-6}
50	0	0
51	-0.0043	4.56×10^{-6}
52	0.0011	1.62×10^{-6}
53	-0.0020	2.38×10^{-6}
54	0.0042	1.14×10^{-6}

3.2 含有噪声和谐波

设含有噪声和谐波信号的数学模型为

$$u(t)=\sin(2\pi ft+\varphi_1)+0.2\sin(2 \times 2\pi ft+\varphi_2)+0.1\sin(3 \times 2\pi ft+\varphi_3)+\xi \quad (20)$$

频率 f 取 45~54 之间, φ 角随机选取, ξ 为 50 dB 的白噪声。测量数据如表 3 所示。

表 3 含有噪声和谐波信号下的频率误差

Tab.3 Frequency error with noise and harmonic signal

实际频率/(Hz)	频率误差/(Hz)	
	DFT 测频算法 ($N=1000$)	本文测频算法 ($N=90$)
45	-0.0043	0.0010
46	-0.0021	-0.0003
47	0.0080	0.0034
48	0.0102	-0.0019
49	0.0021	0.0017
50	-0.0011	0.0002
51	0.0078	-0.0031
52	0.0039	0.0042
53	-0.0012	-0.0016
54	0.0142	0.0023
最大值	0.0142	0.0067
最小值	-0.0043	-0.0031

3.3 频率发生波动

对发电机启动过程的频率进行模拟, 取开始的频率为 35 Hz, 初始相角为 -10° , 频率变化率 10, 那么频率和输入电压信号模型为

$$f(t) = f_0 + \frac{df}{dt}t \quad (21)$$

$$u(t) = 100 \sin\left(\omega_0 t + \frac{1}{2} \times \frac{d\omega}{dt} t^2 + \varphi_0\right) \quad (22)$$

式中: $\omega_0 = 2\pi f_0$; $\omega = 2\pi f$ 。测量数据如表 4 所示。

表 4 频率发生波动时的频率误差

Tab.4 Frequency error in case of frequency fluctuation

实际频率/(Hz)	绝对误差/(Hz)	
	过零点算法	本文算法
35	-0.45920	1.23428×10^{-7}
40	-0.22101	-1.89234×10^{-8}
45	-0.33125	-2.29340×10^{-7}
50	-0.59240	4.63123×10^{-10}
55	-0.78456	2.67541×10^{-6}
60	-0.48912	-1.7428×10^{-7}
最大值	-0.22101	2.67541×10^{-6}
最小值	-0.78456	4.63123×10^{-10}

4 结语

在频率发生波动的条件下, 以紧邻两个过零点之间的相位为依据, 推算出了每一时刻频率的数学表达式, 从而提出了一种动态频率测量算法。本算法原理简单, 实验仿真结果表明, 本文算法在标准正弦信号下的频率测量精度达到 10^{-6} Hz 级, 在含有噪声和谐波信号下的频率测量精度可达 10^{-3} Hz 级, 在频率波动下的频率测量精度达到 10^{-4} Hz 级。

本文算法测量频率的精度高、测量范围广、计算速度快、能有效地抵抗噪声的干扰、在算法的准确性和稳定性方面有所提高, 验证了本算法的可行性和有效性, 解决了频率波动条件下, 频率测量精度不高、计算量大、占用嵌入式内存大等问题。

参考文献:

- [1] 中国国家标准化管理委员会. GB/T 15945—2008 电能质量电力系统频率偏差[S]. 北京: 中国电力出版社, 2008.
- [2] 袁石良. 电力系统动态频率和相量测量算法及其应用研究[D]. 北京: 中国矿业大学, 2018.
- [3] 岑炳成, 黄涌, 廖清芬, 等. 基于频率影响因素的低频减载策略[J]. 电力系统自动化, 2016, 40(11): 61-67.
- [4] 吴铁洲, 张琪, 罗蒙, 等. 基于小波变换的自适应电网频率测量算法[J]. 武汉理工大学学报, 2016, 38(5): 86-91.
- [5] 马惠铖. 基于单片机的等精度测频法及其应用研究[J]. 赤峰学院学报: 自然科学版, 2015(9): 43-44.
- [6] 庞浩, 李东霞, 姐云霄, 等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.
- [7] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66.
- [8] 许琨, 王玺, 程凤鸣. 基于加 Hanning 窗递推 DFT 算法的测频方法[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(11): 73-74+78.
- [9] 郁祯琳, 徐永海, 刘晓博. 滑窗迭代 DFT 的谐波电流检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(13): 78-82.
- [10] 尉晶晶, 韩国政, 郑加健. 一种基于修正采样序列的傅里叶测频算法[J]. 齐鲁工业大学学报, 2020, 34(6): 44-49.
- [11] 孟卓. 改进准同步采样电力系统频率测量方法及应用研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2015.
- [12] 常乃超, 刘思旭, 余高旺, 等. 动态条件下同步相量测量装置的数字滤波器及计算优化[J]. 电力系统自动化, 2017, 41(20): 92-96.
- [13] 孙仲民, 何正友, 臧天磊. 基于滑窗频谱分离算法的基波参数测量[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(19): 5604-5612.
- [14] 张佳怡, 符玲, 熊思宇, 等. 计及频率偏移的动态谐波相量测量算法[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(8): 2270-2279.
- [15] 曾博, 滕召胜. 纳托尔窗改进 FFT 动态谐波参数估计方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(1): 65-71.
- [16] 赵仁德, 马帅, 李海舰, 等. 基于强跟踪滤波器的电力系统频率测量算法[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(7): 85-90.
- [17] 吴铁洲, 张琪, 罗蒙, 等. 基于小波变换的自适应电网频率测量算法[J]. 武汉理工大学学报, 2016, 38(5): 86-91.
- [18] 叶芳, 焦彦军, 周丹, 等. 一种基于傅立叶算法的高精度测频方法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(8): 44-48.
- [19] 刘亚梅, 惠锦, 杨洪耕. 电力系统谐波分析的多层 DFT 插值校正法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(25): 182-188.
- [20] 练锴, 冯振明, 陆明泉. 过零点检测法改进[J]. 电子测量技术, 2006, 29(1): 9-40.