

## 螺旋升角对滚珠丝杠副弹性变形及传递效率的影响\*

芮执元<sup>1,2</sup>, 韩新健<sup>1,2,3</sup>, 郭俊锋<sup>1,2</sup>

(1. 兰州理工大学 数字制造技术与应用省部共建教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730050; 3. 山西煤矿机械制造有限责任公司, 山西 太原 030031)

摘要: 针对高速数控机床采用的大导程滚珠丝杠副对进给系统性能影响问题, 考虑螺旋升角、滚珠与滚道接触面的滑动和滚动摩擦, 研究了滚珠丝杠副的轴向弹性变形, 利用有限元方法进行了仿真分析; 建立了丝杠由转动到直线进给运动的传递效率数学模型, 并利用实验进行了验证。结果表明, 随着螺旋升角的增大, 丝杠副的传递效率提高, 轴向弹性变形减小, 轴向力减小, 提高了轴向定位精度。

关键词: 滚珠丝杠副; 弹性变形; 传递效率; 有限元

中图分类号: TH132.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-2354(2011)11-0039-03

随着高速切削的发展, 进给速度越来越高, 因此作为数控机床关键功能部件的滚珠丝杠副, 其转动速度也在不断向高速方向发展。为了达到高速驱动的目的, 在提高电动机转速的同时, 使用大导程滚珠丝杠副(从2005年中国国际机床展览会上可看出, 现在大部分高速加工中心都使用大导程滚珠丝杠副)<sup>[1-2]</sup>。然而随着滚珠丝杠副导程的增大, 螺旋升角随之增大, 丝杠传递效率将发生变化, 滚珠与滚道的接触压力和接触变形也将发生变化, 尤其是滚珠丝杠副在停顿和转向时都会产生轴向变形, 使滚珠丝杠的运动产生一定滞后, 直接影响到滚珠丝杠副传动的定位精度, 其非线性特征也使控制系统的稳定性和精度难以保证, 因此分析螺旋升角对丝杠轴向变形及接触压力的影响显然很有必要。国内外对滚珠丝杠副的接触特性已进行了一定的研究<sup>[2-3]</sup>, 但在高速下螺旋升角对接触变形和传递效率影响的研究相对较少。为此文中利用赫兹接触理论, 在考虑螺旋升角的条件下, 分析了滚珠丝杠副的接触特性, 利用力与力矩平衡建立滚珠丝杠副的传递效率计算公式, 从丝杠的接触变形、接触应力和传递效率等方面分析丝杠导程增大后的影响, 最后利用有限元方法和实验进行分析验证。

## 1 数学模型的建立

### 1.1 滚珠丝杠副轴向弹性变形数学模型

赫兹弹性接触理论在特定假设下应用弹性力学,

可以求得比较精确的接触应力分布, 而且其表达形式简单, 至今仍然是滚动接触应力计算的主要方法。对于滚珠丝杠副, 载荷通过滚珠在丝杠和螺母之间传递, 滚珠与滚道之间具有典型的赫兹点接触特征, 并且赫兹接触理论给出了计算点接触副接触压力与变形的全部解, 因此适用于滚珠丝杠副中滚珠与滚道接触特性的分析研究。根据赫兹接触理论及文献[3]可得到螺母在轴线方向上相对于丝杠的轴向弹性变形。

由于滚珠、螺母和丝杠材质均为钢, 设  $E = 210$  GPa,  $\mu = 0.3$ , 则轴向弹性变形  $\delta$  可表示为:

$$\delta = 0.1759 \times 10^{-5} \left[ \left( \sum \rho_s \right)^{\frac{1}{3}} \frac{J_s}{a_s} + \left( \sum \rho_n \right)^{\frac{1}{3}} \frac{J_n}{a_n} \right] \cdot F_a^{2/3} \frac{(1-a')^{2/3}}{1-a'^{2/3}} \arcsin^{3/5} \beta \cos^{1/3} \alpha \quad (1)$$

式中:  $\sum \rho_s, \sum \rho_n$ ——丝杠及螺母侧滚道的主曲率半径;

$a_s, a_n$ ——丝杠和螺母侧的载荷分布系数;

$F_a$ ——螺母受到的轴向推力;

$a'$ ——滚珠承受载荷分布系数;

$\beta$ ——接触角;

$\alpha$ ——丝杠的螺旋升角。

### 1.2 滚珠丝杠由转动转变为直线进给运动的传递效率模型建立

滚珠丝杠副的传递效率  $\eta$  是输出功率与输入功率的比值, 且当丝杠旋转一个角度  $\theta$  时螺母将移动  $-\theta L/2\pi$  距离 ( $L$  为螺纹导程, 负号表示螺母反向移动), 令  $M$  为丝杠输入力矩,  $F$  为螺母输出轴向力, 则传递效率方程为<sup>[4]</sup>:

\* 收稿日期: 2010-12-29; 修订日期: 2011-05-25

基金项目: 国家重大科技专项资助项目(2009ZX04001)

作者简介: 芮执元(1962—), 男, 甘肃景泰人, 教授, 博士生导师, 主要从事虚拟制造和仿真技术、先进制造技术研究, 发表论文100余篇。

$$\eta = \frac{F(-\theta L/2\pi)}{M\theta} \quad (2)$$

图 1 表示滚珠中心  $O'$  在笛卡尔坐标系和 Frenet 标架中的位置。图中  $r_m$  表示滚珠中心到丝杠轴线的距离  $R$  表示滚珠中心  $O'$  的矢径  $O' - nbt$  表示  $O'$  点的笛卡尔坐标系。

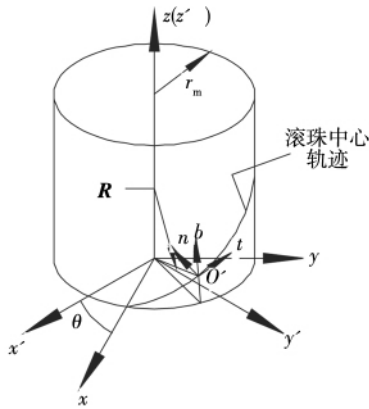


图 1 滚珠丝杠副滚珠中心  $O'$  在笛卡尔坐标系和 Frenet 标架中的位置示意图

(1) 丝杠副预紧条件下只考虑滑动摩擦的准静态分析。

若系统从一个平衡状态连续经过无数个中间的平衡状态过渡到另一个平衡状态,即过程中系统偏离平衡状态无限小并且随时恢复平衡状态,过程均匀缓慢且无任何突变,这样的过程称为准静态过程。在这种状态下只考虑滑动摩擦不考虑滚动摩擦来分析滚珠丝杠副的传递效率。

假设给丝杠一个力矩  $M$ ,则在螺母上会产生一个大小为  $F_a$  的轴向力。设滚珠与螺母的接触点为点  $A$  与丝杠的接触点为点  $B$ 。螺母对滚珠的接触力为  $Q_A$ ,丝杠对滚珠的接触力为  $Q_B$ ,预紧力表示为  $Q_{pre}$ ;滚珠与滚道半径比  $a = \frac{r_b}{r_m}$  ( $r_b$  是滚珠半径  $r_m$  表示滚珠中心螺旋线的半径)。 $R_B$  表示接触点  $B$  的位置矢量; $f$  是接触点的滑动摩擦因数; $fQ_A$  表示  $A$  点的滑动摩擦力  $fQ_B$  表示  $B$  点的滑动摩擦力,如图 2 所示。

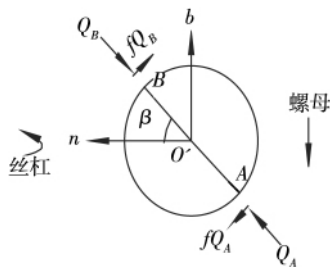


图 2 滚珠在  $nb$  平面  $A B$  接触点的受力图  
根据上面假设,可以得出滚珠接触点  $A$  和点  $B$  的

滑动速度:

$$\begin{aligned} n_A &= [0, -\sin \beta, \cos \beta] Y \\ n_B &= [0, -\sin \beta, -\cos \beta] Y \end{aligned}$$

式中:  $Y = [t \ n \ b]^T$ 。

由接触点  $A$  点、 $B$  点到滚珠中心  $O'$  的单位矢量可表示为:

$$\begin{aligned} n_{AO'} &= [0, \cos \beta, \sin \beta] Y \\ n_{BO'} &= [0, -\cos \beta, -\sin \beta] Y \end{aligned}$$

输入力矩  $M$  等于接触力  $Q_B$  对丝杠中心轴的力矩在中心  $O$  的分量,且  $Q_A = Q_B = Q_{pre}$  则:

$$\begin{cases} M = -R_B \times (Q_{pre} n_{BO'} + Q_{pre} n_{SB}) \cdot k = \\ \quad r_m Q_{pre} \sin \alpha [\sin \beta + f(a - \cos \beta)] \\ F_a = (Q_{pre} n_{AO'} + fQ_{pre} n_{SA}) \cdot k = \\ \quad -Q_{pre} \cos \alpha (\sin \beta - f \cos \beta) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $k$ ——螺旋线上  $O'$  点的曲率。

将方程 (3) 代入式 (2) 可得丝杠副只考虑滑动摩擦条件下的传递效率:

$$\eta_1 = 1 - \frac{fa}{\sin \beta + f(a - \cos \beta)} \quad (4)$$

(2) 丝杠副预紧条件下只考虑滚动摩擦的准静态分析。

只考虑滚动摩擦不考虑滑动摩擦,其准静态接触模型如图 3 所示  $\rho$  为摩擦角  $r_b$  为丝杠半径  $f_r$  为滑动摩擦因数。

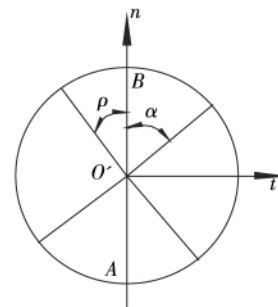


图 3 滚珠在  $tn$  平面考虑滚动摩擦的示意图  
接触点  $B$  点的位置矢量可表示为:

$$R_B = \begin{bmatrix} r_m \theta \sin \alpha \tan \alpha - r_b \sin \rho \\ -r_m + r_b \cos \rho \cos \beta \\ r_m \theta \sin \alpha + r_b \cos \rho \cos \beta \end{bmatrix} Y$$

由接触到滚珠中心的单位矢量可表示为:

$$n_{AO'} = n_{BO'} = [\sin \rho - \cos \rho \cos \beta - \cos \rho \sin \beta] Y$$

同理,假设对丝杠输入力矩  $M$  在螺母上将产生轴向力  $F_a$ 。从丝杠、滚珠、螺母的静力平衡可得:

$$\begin{cases} M = r_m \cdot Q_B (\sin \alpha \cos \rho \sin \beta + \cos \alpha \sin \rho) \\ Q_A = Q_B \approx Q_{pre} \\ F = -Q_A (\cos \alpha \cos \rho \sin \beta - \sin \alpha \sin \rho) \\ \rho = \arctan \left[ \frac{f_r}{r_b \sin \beta} \right] \end{cases} \quad (5)$$

将方程(5)代入式(2),得丝杠副只考虑滚动摩擦条件下的传递效率:

$$\eta_2 = 1 - \frac{1}{\cos^2 \alpha \left( 1 + \frac{r_b \tan \alpha \sin^2 \beta}{f_r} \right)} \quad (6)$$

(3) 丝杠副预紧条件下滚动滑动摩擦综合考虑准静态系统总效率。

滑动摩擦和滚动摩擦综合考虑,利用丝杠副的静力平衡可得:

$$\begin{cases} Q_A = Q_B \approx Q_{pre} \\ M = r_m \cdot Q_{pre} \{ \sin \alpha \cos \rho [\sin \beta + f(a - \cos \beta)] + \cos \alpha \sin \rho \} \\ F = -Q_{pre} [\cos \alpha \cos \rho (\sin \beta - f \cos \beta) - \sin \alpha \sin \rho] \end{cases} \quad (7)$$

将方程(7)代入式(2)可得丝杠驱动螺母时丝杠副总的传递效率:

$$\eta = 1 - \frac{fa + \tan \rho / (\cos \alpha \sin \alpha)}{\sin \beta + f(a - \cos \beta) + \tan \rho / \tan \alpha} \quad (8)$$

从式(8)可以看出:

(1) 为了获得高效率,接触角应该设计的尽可能大。理论上接触角的设计范围在 $0^\circ \sim 90^\circ$ ,实际上由于几何形状及加工技术的限制,当前应用的接触角范围为: $45^\circ \sim 60^\circ$ 。

(2) 摩擦因数越大,传递效率就会越低。

(3) 滚珠与滚道的半径比 $a$ 越大,传递效率越低。但它的取值范围在 $0.07 \leq a \leq 0.2$ ,所以它的变化对滚珠丝杠副的传递效率影响不大。

(4) 如果只考虑丝杠副滚珠与滚道间的滑动摩擦不考虑滚动摩擦(即 $\rho = 0$ )时,式(8)即是式(4);如果只考虑滚动摩擦不考虑滑动摩擦(即 $f = 0$ )时,式(8)即是式(6)。

## 2 数学模型验证

### 2.1 滚珠丝杠副弹性变形模型验证

为了证明滚珠丝杠副弹性变形数学模型的正确性,利用理论计算和有限元仿真相结合的方法对其验证。以HCM80卧式加工中心滚珠丝杠副为例,其各项参数为:丝杠半径 $r_s = 27.5 \text{ mm}$ 、丝杠导程 $h = 40 \text{ mm}$ 、滚道半径 $R = 3.429 \text{ mm}$ 、接触角 $\beta = 45^\circ$ 、滚珠半径 $r_b = 3.175$ 、偏心距 $e = 0.66 \text{ mm}$ 、滚珠承载载荷衰减系数 $a' = 0.8$ 。

(1) 滚珠丝杠副弹性变形的理论计算。

保持其他计算参数不变,取轴向力为 $5 \text{ kN}$ ,螺旋升角在 $2^\circ \sim 26^\circ$ 范围内变化时,由式(1)可以得到轴

向弹性变形 $\delta$ 、接触压力 $\sigma$ 与螺旋升角 $\alpha$ 的关系,如图5和图6所示。

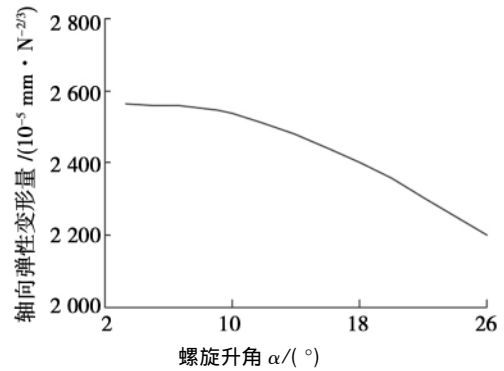


图5 螺旋升角 $\alpha$ 与轴向弹性变形的关系图

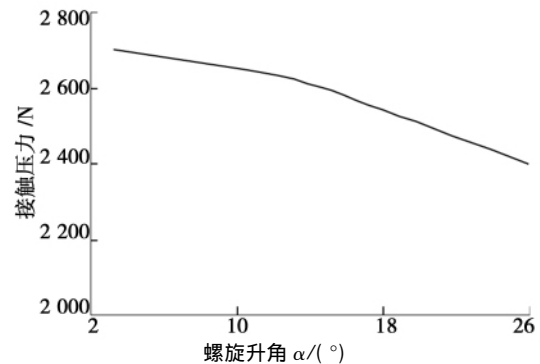


图6 螺旋升角 $\alpha$ 与接触压力的关系图

从图5和图6可以看出,随着螺旋升角增大轴向接触变形在 $2^\circ \sim 10^\circ$ 范围内变化不大,在 $10^\circ \sim 26^\circ$ 会逐渐减小,接触应力也随着螺旋升角的增大而减小。因此,提高螺旋升角,也就是说加大导程可以在改善滚珠与滚道接触特性的情况下实现滚珠丝杠副线速度的提高。

(2) 滚珠丝杠副接触特性的有限元分析。

接触问题属于边界非线性问题,且接触边界随载荷变化的边界非线性正是接触问题的难点,因此根据丝杠螺母副的结构形式,将其简化成只有单个滚珠的二维模型,并且选用Solid82作为它的单元类型,保持与理论计算参数一致,建立了滚珠与丝杠螺母滚道的有限元接触模型如图7,分析其在预紧载荷作用下的应力及变形情况。

在预紧载荷作用下选取螺旋升角为 $15^\circ$ 和 $5^\circ$ 的滚珠丝杠副作为研究对象。它们的接触合应力云图分别如图8和图9所示。在载荷一定条件下,可以看出滚珠与滚道之间的应力分布基本上沿接触轴线对称分布,而螺旋升角为 $15^\circ$ 的接触应力明显小于螺旋升角为 $5^\circ$ 的接触应力,说明随着螺旋升角的增大,接触应力在减小。

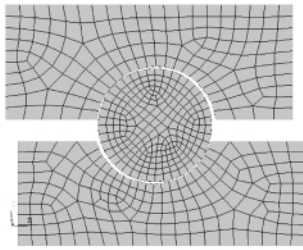
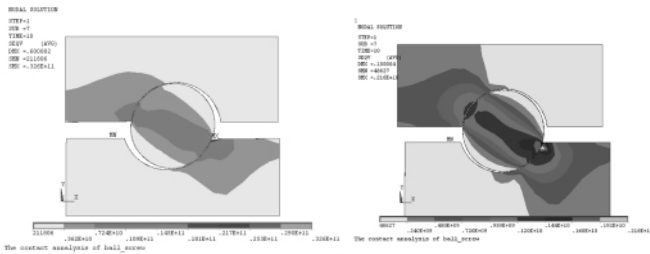
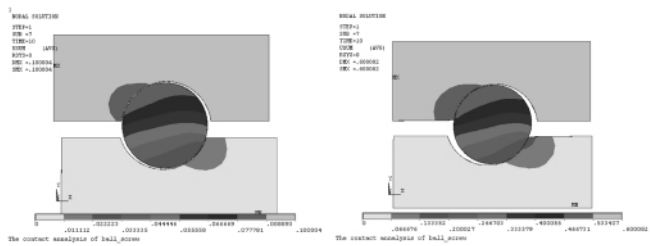


图 7 滚珠丝杠副接触分析有限元模型

图 8  $\alpha = 15^\circ$  滚珠丝杠副合应力云图图 9  $\alpha = 5^\circ$  滚珠丝杠副合应力云图

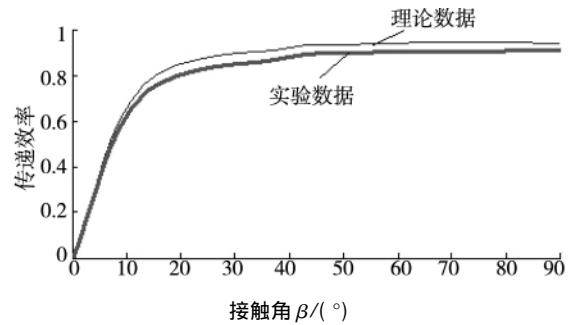
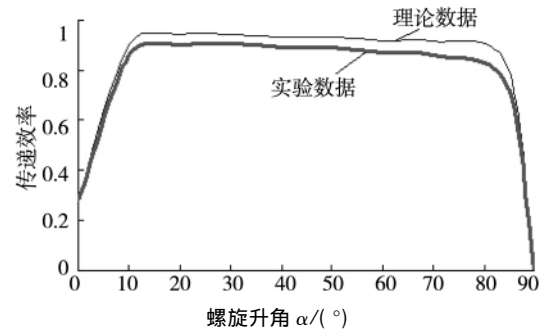
从图 10 和图 11 可以看出,随着滚珠丝杠副螺旋升角的增大,接触变形在减小。

图 10  $\alpha = 15^\circ$  滚珠丝杠副合位移云图图 11  $\alpha = 5^\circ$  滚珠丝杠副合位移云图

仿真结果显示丝杠副取不同的螺旋升角时,轴力和轴向变形的变化趋势与理论计算一致;仿真结果应力应变大小与理论计算接近,从而可以证明前面的理论推导正确,也说明滚珠丝杠副在螺旋升角增大后会提高它的定位精度。并且从图 8 和图 9 可以看出滚珠与丝杠滚道接触副的最大接触压力大于滚珠和螺母滚道接触副的最大接触压力,这是由于丝杠滚道与螺母滚道在曲率半径上的差异引起的,实际情况也表明,丝杠滚道的磨损程度明显大于螺母滚道,这一点与实际情况基本相符,说明以上仿真结果正确。

## 2.2 滚珠丝杠副传递效率数学模型的验证

由式(8)取  $f = 0.075$ ,  $r_b = 3.175$ ,  $\mu = 0.1$ ,  $f_r = 0.001$ , 螺旋升角  $\alpha = 13^\circ$  时,接触角  $\beta$  与传递效率  $\eta$  的关系如图 12 所示,同理固定接触角  $\beta = 45^\circ$ , 可得螺旋升角  $\alpha$  与传递效率  $\eta$  的关系如图 13 所示。为了进一步验证理论分析的正确性,在相同条件下,利用 HCM80 高速加工中心试验平台测试并计算了滚珠丝杠副的传递效率,理论计算和实验测试结果对比如图 12 和图 13 所示。

图 12 接触角  $\beta$  与传递效率的关系图图 13 螺旋升角  $\alpha$  与传递效率的关系图

目前,滚珠丝杠副的螺旋升角基本在  $3^\circ \sim 17^\circ$  范围内。从图 13 可以看出在  $3^\circ \sim 17^\circ$  范围内,丝杠副的传递效率随着螺旋升角的增大而增大。而随着螺旋升角的增大相应的接触角也会增大,从图 12 可以看出传递效率也是随着接触角的增大而增大。因此,提高螺旋升角,也就是说加大导程可以使丝杠副由转动到直线运动时的传递效率得到提高。从图 12 和图 13 看出理论计算和实验测试曲线变化趋势相同,误差比较小,说明建立的理论数学模型正确。实验测试值比理论值稍低,造成理论值偏高的原因是计算中忽略了滚珠之间的摩擦、滚珠进出反向器的碰撞等非线性因素。

## 3 结论

考虑螺旋升角,利用赫兹接触理论分析研究了高速滚珠丝杠副滚珠与滚道接触面的轴向弹性变形,通过理论计算和仿真分析验证了数学模型的有效性。并且利用滚珠丝杠副的静力平衡,从只考虑滚珠与滚道的滑动摩擦、只考虑滚动摩擦和滚动滑动摩擦综合考虑 3 个方面,建立了丝杠副预紧条件下的传递效率数学模型,最后利用实验和理论计算相比较的方法证明了滚珠丝杠副传递效率数学模型的正确性。通过以上分析可知,在高速机床中采用大导程滚珠丝杠副,不但能提高丝杠的临界转速,而且还能提高轴向定位精度和传递效率。(下转第 60 页)

气利用率的目的。

#### 参考文献

- [1] 张均享. 国外坦克发动机技术发展浅析[J]. 国外坦克, 2009(3): 50-53.
- [2] 徐晓前. 国外主战坦克发展趋势[J]. 国防, 2005(1): 73-74.
- [3] 吕锡源. 关于确定单缸柴油机可靠性寿命的方法的设想[J]. 机械设计, 1989(2): 8-10.
- [4] Zhao Peng, Li Guo-xiu, Yu Yu-song. Multi-dimensional simulation for optimization matching of intake swirl and combustion chamber in diesel engine [J]. Binggong Xuebao, 2010, 31(6): 657-662.
- [5] Cruz-Peragon, Fernando, Jimenez-Espadafor, et al. Design and optimization of neural networks to estimate the chamber pressure in internal combustion engines by an indirect method [J]. Energy and Fuels, 2007, 21(5): 2627-2636.
- [6] 辛中杰. TY1100 柴油机缩口  $\omega$  形燃烧室与直口  $\omega$  形燃烧室对比试验分析[J]. 拖拉机与农用运输车, 1997(6): 32-36.
- [7] 许汉君, 宋金瓯, 姚春德, 等. 对置二冲程柴油机缸内流动形式对混合气形成及燃烧的模拟研究[J]. 内燃机学

报, 2009, 27(5): 395-400.

- [8] 赵校伟, 韩秀坤, 何超, 等. 生物柴油喷雾特性试验研究[J]. 内燃机工程, 2008, 29(1): 16-19.

#### Optimization of combustion chamber and its matching test with nozzles on high power diesel engine

XU Yuan-li<sup>1</sup>, YUE Dong-peng<sup>2</sup>

(1. Department of Automotive Engineering Services, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China; 2. School of mechanical Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** The study was carried out by using the method of combining simulation with test. The optimization study on the performance of combustion chamber was conducted by applying KIVA-3 software to determine the optimal plan of the combustion chamber. After that, a optimization match test was carried out for the optimal plan with oil nozzle of different plan on a simulation boosting single cylinder engine, the optimal plan of the oil nozzle was determined. The results show that the research aim of this paper can be achieved by using B combustion chamber and  $8 \times \phi 0.42$  oil nozzle.

**Key words:** high power diesel engine; combustion chamber; oil nozzle; optimization; matching test

Fig 10 Tab 3 Ref 8

“Jixie Sheji”0721

(上接第 42 页)

#### 参考文献

- [1] 张佐营, 赵越, 李志. 采用弹性连接降低滚珠丝杠副中滚珠对反向器的冲击[J]. 机械设计, 2010, 27(5): 28-30.
- [2] 宋现春. 从 CIMT2005 中国国际机床展看数控机床滚动功能部件的发展[J]. 机械工人, 2005(6): 49-50.
- [3] 姜洪奎, 宋现春. 螺旋升角对滚珠丝杠副弹性变形的影响分析[J]. 中国机械工程, 2008, 19(9): 1079-1083.
- [4] Mei Xue-song, Masaomi Tsutsumi, Tao tao, et al. Study on the load distribution of ball screws with errors [J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(11): 1257-1269.
- [5] 程光仁, 施祖康, 张超鹏. 滚珠螺旋传动设计基础[M]. 北京: 北京工业出版社, 1987.
- [6] 宋现春. 高速滚珠丝杠副弹性变形的有限元分析[J]. 北京工业大学学报, 2009, 35(5): 582-586.
- [7] Lin M C. Design and mechanics of the ball screw mechanism [D]. USA: The University of Wisconsin Madison, 1989.
- [8] Lin M C, Ravani B, Velinsky S A. Kinematics of the ball screw Mechanism [J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 1994, 116(3): 849-855.

#### Influence on elastic deformation and transmission efficiency of ball screw pairs by lead angle

RUI Zhi-yuan, HAN Xin-jian, GUO Jun-feng

(1. Key Laboratory of Digital Manufacturing Technology and Application, The Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. School of Mechanical and Electronic Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 3. Shanxi Coal Mine Manufacturing Co., 030031)

**Abstract:** Concerning the impact on the feeding system performance by the large lead ball screw pair used in high-speed NC machine tools, and by taking the lead angle as well as sliding and rolling frictions on the contact surface between balls and race into consideration, the axial elastic deformation of ball screw pair was analyzed. The simulation and analysis were carried out by applying finite element method. The mathematical model of transmission efficiency for the screw from rotation to linear motion was established and verified by the experiment. The result shows that the transmission efficiency of ball screw pair increases, the axial elastic deformation decreases and the axial force decreases with the lead angle increases, improving the axial positioning accuracy.

**Key words:** ball screw pair; elastic deformation; transmission efficiency; finite element

Fig 13 Tab 0 Ref 8

“Jixie Sheji”0722