

引用格式: Yang Ping, Li Kaixin. Kinematics Analysis and Work Space Solution of a Pepper Picking Manipulator [J]. Journal of Gansu Sciences, 2021, 33(3): 109-113. [杨萍, 李凯欣. 花椒采摘机器人机械臂的运动学分析及工作空间求解[J]. 甘肃科学学报, 2021, 33(3): 109-113.]
doi: 10.16468/j.cnki.issn1004-0366.2021.03.018.

花椒采摘机器人机械臂的运动学分析及工作空间求解

杨萍, 李凯欣

(兰州理工大学机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要 针对国内花椒采摘困难的问题, 设计了一款花椒采摘机器人, 为分析其运动情况, 基于 D-H 法, 确定采摘机器人手臂的参数、坐标系及手臂的正和逆运动学方程。利用 Matlab 中的 Robotics Toolbox 进行仿真, 结果表明, 该机械臂设计合理、精确, 为后续的机器人手臂控制提供了理论基础。

关键词 采摘机械臂; 运动学; 工作空间; 仿真

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 1004-0366(2021)03-0109-05

随着农业结构的不断优化, 传统农业种植与生产行业得到显著发展, 农业种植规模逐渐扩大, 采摘需求不断提升^[1]。在这种背景下, 利用现代化智能技术和机械设备实现农业采摘, 是降低农业生产成本, 促进行业长效发展的重要条件^[2], 因而设计了一款花椒采摘机器人^[3-5]。

机器人手臂作为采摘机器人的核心, 对其进行不断优化, 能够使采摘工作的效果和质量得到显著提升。运动学及动力学分析是机器人手臂控制的 2 个重要前提, 为其提供了理论基础。其中, 运动学分析及机器人手臂的工作空间求解能为机械臂的约束和设计提供重要依据。故针对机械臂的运动学分析及其工作空间的求解问题进行讨论。

具体方法为: 基于 D-H 方法对其建立数学模型并进行正向运动学分析, 通过数值分析计算得到该机械臂的工作空间及末端的工作云图。结果表明, 机器人手臂工作空间内的工作点密集均匀, 能够满足操作要求。

1 机械臂模型运动学方程的建立

1995 年 Denavit 和 Hartenberg 提出了一种机械臂的通用描述方法, 即 D-H (Denavit-Harten-

berg) 参数表示法, 用连杆的参数描述机构的关系。这种方法使用 4×4 的齐次变换矩阵来描述 2 个连杆之间的空间关系, 把正向运动学计算问题简化为齐次变换矩阵的运算问题, 以此矩阵来描述机器人末端执行器相对于参考坐标系的变换关系^[6-11]。

花椒采摘机械臂的三维图如图 1 所示, 为了确定 D-H 参数模型, 需为机械臂的每个关节指定一个本地坐标系, 其结果如图 2 所示。

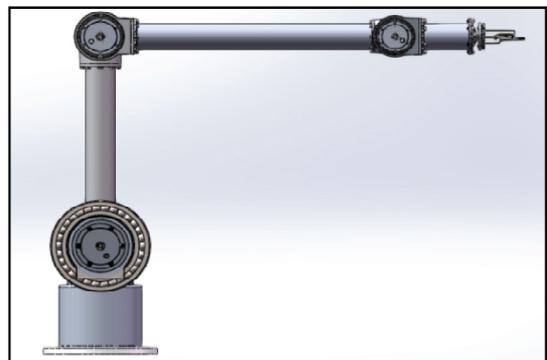


图 1 机械臂的设计三维图

Fig.1 Three-dimension design of the picking manipulator

由图 2 可求得机械臂 D-H 参数, 如表 1 所列^[7]。

依据图 2 可得坐标系 $\{i\}$ 相对坐标系 $\{i-1\}$ 的关节变换, 即

收稿日期: 2019-07-02; 修回日期: 2019-10-20

作者简介: 杨萍(1964-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为 CAD/CAM、虚拟设计、机器人等。E-mail: yangping_cad@163.com

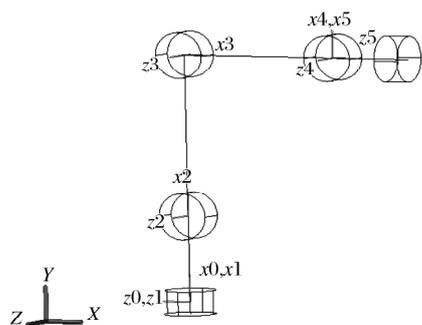


图2 机械臂坐标系

Fig.2 Coordinate of the picking manipulator

$${}^{i-1}T = \text{Rot}(x, \alpha_{i-1}) \text{Tran}(a_{i-1}, 0, 0) \text{Rot}(z, \theta_i) \text{Tran}(0, 0, d_i) =$$

$$\begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & \alpha_{i-1} \\ s\theta_i & c\theta_i \alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} d_i \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

依据式(1) 可得机器人手臂各个关节之间的变换矩阵^[8], 分别表示为

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & a_2 \\ s\theta_3 & c\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$${}^3_4T = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & a_3 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$${}^4_5T = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_5 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

通过链式法则将式(2) ~ 式(6) 依次相乘得到末端执行器相对基坐标系的位姿, 即机械臂的运动学方程, 由齐次矩阵 0_5T 表示为

$${}^0_5T = {}^0_1T {}^1_2T {}^2_3T {}^3_4T {}^4_5T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

表1 机械臂连杆参数

Table 1 Connecting rod parameters of the picking manipulator

连杆 <i>i</i>	关节角 θ_i	连杆偏移量 d_i	连杆长度 a_{i-1}	扭转角 α_{i-1}	关节范围 l
1	q_1	0	0	0	$0^\circ \sim 180^\circ$
2	q_2	0	870	90	$0^\circ \sim 150^\circ$
3	q_3	0	1 600	0	$0^\circ \sim 120^\circ$
4	q_4	0	2 060	0	$0^\circ \sim 180^\circ$
5	q_5	1 340	0	90	$0^\circ \sim 180^\circ$

公式(7) 为机器人手臂的运动学方程, 向量

$[\vec{n} \ \vec{o} \ \vec{a}]$ 为末端执行器相对基坐标系的姿态, 向量 $[p_x \ p_y \ p_z]^{-1}$ 为末端执行器相对基坐标系的位置。

式(7) 中: $n_x = c_1 c_{234} c_5 + s_1 s_5, n_y = -c_1 c_{234} s_5 + s_1 c_5, n_z = -c_1 s_{234}, o_x = s_1 c_{234} c_5 - c_1 s_5, o_y = -s_1 c_{234} s_5 - c_1 c_5, o_z = -s_1 s_{234}, a_x = -s_{234} c_5, a_y = s_{234} s_5, a_z = -c_{234}, p_x = c_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23} - d_5 s_{234}), p_y = s_1 (a_2 c_2 + a_3 c_{23} - d_5 s_{234}), p_z = -a_2 s_2 - a_3 s_{23} + d_1 - d_5 c_{234}$, 其中: $s_{234} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3); c_{234} = \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$, 其他项同理。

2 机械臂的逆运动学分析

机械臂的逆运动学问题是指已知末端关节的空间位姿, 即齐次变换矩阵 0_5T , 求解其他关节变量的相关运动参数, 即各关节角度 θ_i 。

首先, 依据运动学方程求解 θ_1 。运动学方程为

$${}^0_5T = {}^0_1T(\theta_1) {}^1_2T(\theta_2) {}^2_3T(\theta_3) {}^3_4T(\theta_4) {}^4_5T(\theta_5) \quad (8)$$

若要求解 θ_1 , 可用逆变换 ${}^0_1T^{-1}(\theta_1)$ 左乘运动学方程(即式(8)):

$${}^0_1T^{-1}(\theta_1) {}^0_5T = {}^1_2T(\theta_2) {}^2_3T(\theta_3) {}^3_4T(\theta_4) {}^4_5T(\theta_5) \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = {}^1_5T \quad (9)$$

$${}^0_1\mathbf{T}^{-1}{}^0_5\mathbf{T} = \begin{bmatrix} n_x c_1 + n_y s_1 & o_x c_1 + o_y s_1 & a_x c_1 + a_y s_1 & p_x c_1 + p_y s_1 \\ -n_x s_1 + n_y c_1 & -o_x s_1 + o_y c_1 & -a_x s_1 + a_y c_1 & -p_x s_1 + p_y c_1 \\ n_z & o_z & a_z & p_z - d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$${}^1_5\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c_5 c_{234} & -s_5 c_{234} & -s_{234} & -d_5 + a_3 c_{23} + a_2 c_2 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \\ -c_5 s_{234} & s_5 s_{234} & -c_{234} & -d_5 c_{234} - a_3 s_{23} - a_2 s_2 \\ -s_5 & -c_5 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

设矩阵方程(9) 两端的元素(2,4) 对应相等,得到

$$-s_1 p_x + c_1 p_y = 0. \quad (12)$$

利用三角代换得

$$p_x = \rho \cos \phi, \quad p_y = \rho \sin \phi, \quad (13)$$

其中: $\rho = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$; $\phi = a \tan 2(p_y, p_x)$ 。

因此,求得 θ_1 的解为

$$\theta_1 = a \tan 2(p_y, p_x). \quad (14)$$

令矩阵方程(4) 两端的元素(1,3) 和元素(3,3)

分别相等,得到

$$\begin{cases} -s_{234} = a_x c_1 + a_y s_1, \\ -c_{234} = a_z, \end{cases} \quad (15)$$

消去与 θ_1 有关的项,可以得出 θ_{234} 的解为

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = a \tan (a_x p_x + a_y p_y, a_z \sqrt{p_x^2 + p_y^2}). \quad (16)$$

令矩阵方程(4) 两端的元素(1,4) 和元素(3,4)

分别相等,得到

$$\begin{cases} c_1 p_x + s_1 p_y = a_2 c_2 + a_3 c_3 - d_5 s_{234}, \\ p_z - d_1 = -a_2 s_2 - a_3 s_{23} - s_5 c_{234}, \end{cases} \quad (17)$$

消去与 θ_1, θ_{234} 有关的项,得出 θ_3 的解为

$$\theta_3 = a \cos \{ [-a_2^2 - a_3^2 + p_x^2 + p_y^2 + (p_z - d_1)^2 + d_5^2 - 2d_5(n_x p_x + o_x p_y + a_z(p_z - d_1))] / 2a_2 a \}. \quad (18)$$

设矩阵方程(4) 两端的元素(2,1) 和(2,2) 分别相等,得到

$$\begin{cases} -s_5 = n_y c_1 - n_x s_1, \\ -c_5 = o_y c_1 - o_x s_1, \end{cases} \quad (19)$$

消去与 θ_1 有关的项,可以得到 θ_5 的解为

$$\theta_5 = a \tan 2(n_x p_y - n_y p_x, o_x p_y - o_y p_x). \quad (20)$$

整理式(8),将公式改写为

$${}^1_2\mathbf{T}(\theta_2) {}^1_1\mathbf{T}(\theta_1) {}^1_5\mathbf{T}(\theta_5) {}^1_5\mathbf{T}(\theta_3) {}^1_4\mathbf{T}(\theta_4), \quad (21)$$

设矩阵方程(21) 两端的元素(1,4) 和(2,4) 分别相等,得到

$$\begin{cases} p_x c_1 c_2 + p_y s_1 c_2 - p_z s_2 + d_1 s_2 - d_5(a_x c_1 c_2 + a_y s_1 c_2 - a_z s_2) = a_2 + a_3 c_3, \\ -p_x c_1 s_2 - p_y s_1 s_2 - p_z c_2 + d_1 c_2 + d_5(a_x c_1 s_2 + a_y s_1 s_2 + a_z c_2) = a_3 s_3. \end{cases} \quad (22)$$

由此可求出 θ_2 为

$$\theta_2 = a \tan 2(s_2, c_2), \quad (23)$$

其中:

$$\begin{cases} s_2 = -[\sqrt{p_x^2 + p_y^2} - d_5(a_x c_1 + a_y s_1)] a_3 s_3 - (p_z - d_1 - d_5 a_z)(a_2 + a_3 c_3), \\ c_2 = [\sqrt{p_x^2 + p_y^2} - d_5(a_x c_1 + a_y s_1)](a_2 + a_3 c_3) - (p_z - d_1 - d_5 a_z) a_3 s_3. \end{cases} \quad (24)$$

在求解运动学方程的过程中遇到复数解的问题表明,机械臂有多重方式到达指定位姿(见表 2)。

表 2 4 组逆运动学解

序号	各关节角度				
	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5
1	0	90	45	90	0
2	0	-90	-45	-90	0
3	0	90	45	-90	0
4	0	-90	45	90	0

因此,依据关节运动角度,需要将部分解(甚至全部)舍去,在余下的解中,选取一个最接近当前机器人手臂的解。在此机械臂中,经计算可得 4 组逆解,其中 3 组解为负值,结合关节角度变化范围,只有 1 组解符合要求。

3 基于 Matlab 的数值仿真

3.1 运动学仿真

针对花椒采摘机器人臂,利用 Matlab 中的 Robotics Toolbox 进行仿真^[12-15]。

首先,在 Matlab 环境下建立 5R 串联机械臂的

数学模型,即通过 Link 函数对每一个关节进行定义,之后 plot 函数给定每个关节的角度,如图 3 所示。将 $\theta_1=0, \theta_2=\pi/2, \theta_3=\pi/4, \theta_4=\pi/2, \theta_5=0$ 代入式(7)求得

$$T = \begin{bmatrix} -0 & 1 & 0 & -0 \\ -0.7071 & -0 & 0.7071 & -1.2728 \\ 0.7071 & 0 & 0.7071 & 4.4055 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

完成后,使用 fkine 函数和 ikine 函数对机械手模型进行了运动学分析。验证仿真后发现与 Matlab 运行结果相同,如图 4 所示。

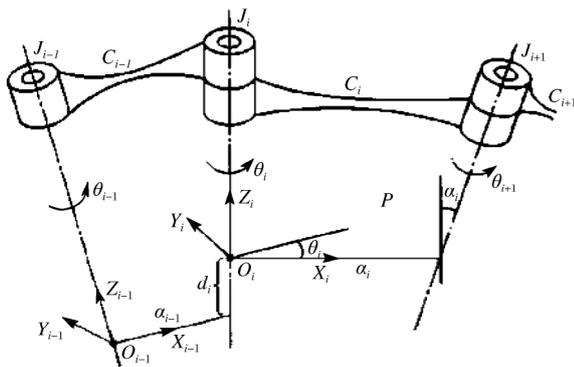


图 3 连杆参数

Fig.3 Parameters of the connecting rod

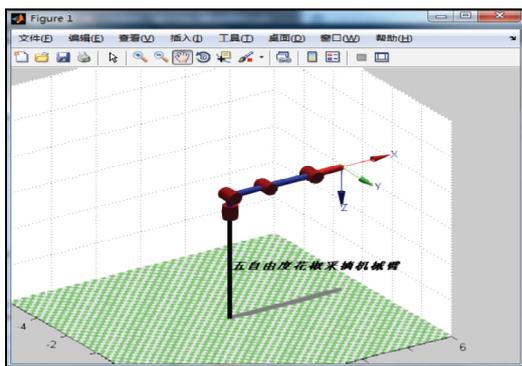


图 4 Matlab 花椒采摘机械臂连杆

Fig.4 Simulation connecting rod diagram of the picking manipulator by Matlab

3.2 工作空间仿真

机械臂的工作空间指机械手末端可以在操作空间中到达的点的集合。分析机器人的工作空间可以辅助优化机器人的构型和设计参数,这对研究机械臂的性能及障碍物回避有着实际意义。

目前,生成工作空间的方法主要包括分析方法、图形方法以及数值方法,其中数值方法更加简单灵活,它可以通过求解方程来表示工作空间的边界,尽

管它不像图形方法那样直观,但利用边界曲面方程可以方便对工作空间进行理论分析和计算。

表 1 中确定了关节范围,对每个关节变量取 $N=3 \times 10^4$ 个随机值,组成 N 个关节向量,利用 Matlab 软件,对机器人的实际工作空间进行仿真,Matlab 程序图片片段如图 5 所示。并通过 plot 命令分别得到机器人实际工作空间的三维图以及其在 X-Y、X-Z、Y-Z 面上的投影,如图 6~图 9 所示。

```
>> q=[0 pi/2 pi/4 pi/2 0]
q =
    0    1.5708    0.7854    1.5708    0
>> I=fkine(r, q)
I =
-0.0000    1.0000    0.0000   -0.0000
-0.7071   -0.0000    0.7071   -1.2728
 0.7071    0.0000    0.7071    4.4055
 0         0         0         1.0000
```

图 5 Matlab 程序图片片段

Fig.5 Snippet diagram of Matlab program

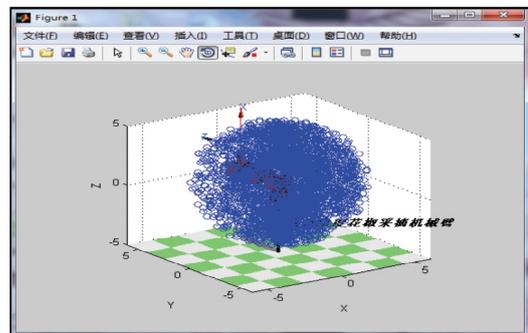


图 6 机器人实际工作区域

Fig.6 Actual work space of the manipulator

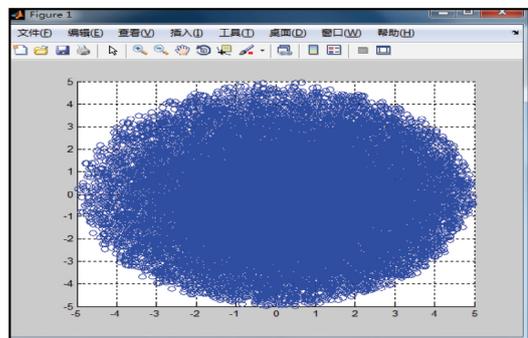


图 7 机器人工作区域的 XOY 面投影

Fig.7 Work space of the manipulator on the XOY plane

由图 6~图 9 可知,机器人手臂的工作空间是一个空心椭球体,其工作空间受杆的长度和关节旋转范围的影响,手臂沿 X 轴、Y 轴方向最大的工作距离均为 5 m,沿 Z 轴方向最大的工作距离为 6 m。

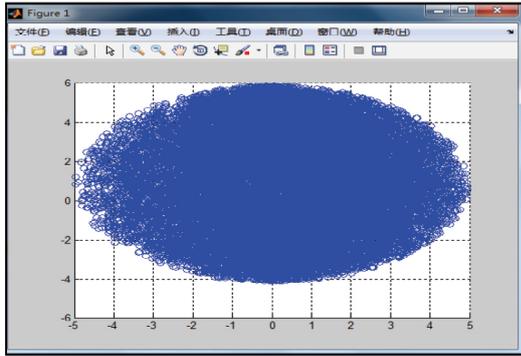


图 8 机器人工作区域的 XOZ 面投影

Fig.8 Work space of the manipulator on the XOZ plane

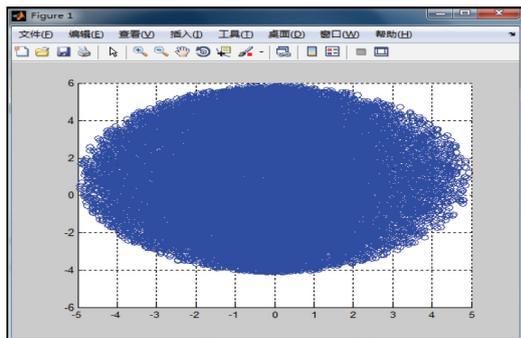


图 9 机器人工作区域的 YOZ 面投影

Fig.9 Work space of the manipulator on the YOZ plane

4 结语

研究针对五自由度花椒采摘机器人的机械臂进行了分析。依据 D-H 法建立五自由度串联机械臂正运动学方程并利用分析方法求解逆运动学的解,利用 Matlab Robotics Toolbox 对算法及机械臂的工作空间进行仿真,为花椒采摘机器人的五自由度

机械臂研究提供了运动学的参考依据,并为后续的控制提供了理论基础。

参考文献:

- [1] 龚毅.精确农业与农业机械化智能技术的应用分析[J].科技经济导刊,2019,27(12):111,110.
- [2] 敖茂尧.果蔬采摘机器人的研究现状与对策分析[J].装备制造技术,2019,(3):128-131.
- [3] 王宝梁,索明何,刘大诚.基于开放式结构的多功能农业机器人设计[J].中国农机化学报,2019,40(3):179-184.
- [4] 刘凡,杨光友,杨康.农业采摘机器人柔性机械手研究[J].中国农机化学报,2019,(3):173-178.
- [5] 蔡自兴.机器人基础[M].北京:机械工业出版社,2015.
- [6] 陈亚,沈晨.五自由度机械臂的运动学分析[J].北京石油化学工业学院学报,2013,21(1):25-28.
- [7] 李万莉,李宁.一种五自由度机械臂的运动学分析与逆运动学求解[J].机电一体化,2017,(11):3-7,14.
- [8] 邓晓燕,林灿光,施翔宇,等.五自由度机械臂三维建模与仿真实验平台的构建[J].实验技术与管理,2018,35(3):118-122.
- [9] 郭光明,张伟军,冯家波,等.空间 5R 排爆机械臂运动学及联动策略研究[J].机电一体化,2017,23(8):16-22.
- [10] 张晓艳,孙建桥,丁千.五自由度机械臂的运动学分析及时滞性控制[J].西安交通大学学报,2013,(10):103-108.
- [11] 张鑫,杨棉绒,郝明.五自由度关节式机械臂运动学分析与仿真[J].机械设计与制造,2017,(2):9-12.
- [12] 党浩明,周亚丽,张奇志.六自由度串联机械臂建模与运动学分析[J].实验室研究与探索,2018,(10):9-14,23.
- [13] 刘金琨.机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真[M].北京:清华大学出版社,2016.
- [14] 马如奇,郝双晖,郑伟峰,等.基于 MATLAB 与 ADAMS 的机械臂联合仿真研究[J].机械设计与制造,2010,(4):93-95.
- [15] 肖俊明,韩伟,王瓊琿,等.六自由度机械臂运动学分析与仿真研究[J].中原工学院学报,2018,29(4):77-83.

Kinematics Analysis and Work Space Solution of a Pepper Picking Manipulator

Yang Ping, Li Kaixin

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract Because of the picking problems of pepper in China, a robot of pepper picking was designed. In order to analysis the motion of it, the parameter, coordinate system and kinematics model of manipulator are established based on D-H method. Then, the simulation experiment is carried out using Matlab Robotics Toolbox. The results indicate that the manipulator is precise and provides prerequisite for the control system, dynamic analysis and motion planning of the manipulator.

Key words Picking manipulator; Kinematics; Work space; Simulation

(本文责编:毛鸿艳)