



中国机械工程
China Mechanical Engineering
ISSN 1004-132X, CN 42-1294/TH

《中国机械工程》网络首发论文

题目： 基于临界面理论的多轴等效应变疲劳寿命预估模型
作者： 刘俭辉，赵贺，冉勇，李斌
收稿日期： 2021-07-21
网络首发日期： 2021-12-08
引用格式： 刘俭辉，赵贺，冉勇，李斌. 基于临界面理论的多轴等效应变疲劳寿命预估模型[J/OL]. 中国机械工程.
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1294.TH.20211207.1039.004.html>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

基于临界面理论的多轴等效应变疲劳寿命预估模型

刘俭辉¹ 赵贺¹ 冉勇¹ 李斌²

1.兰州理工大学机电工程学院, 兰州, 730050

2.甘肃建筑职业技术学院, 兰州, 730050

摘要: 针对等效应变模型未考虑非比例附加强化影响这一不足, 本文以最大剪切应变幅所在平面为临界面, 引入剪切平面上的最大正应力、正应变变程以及相位差作为损伤参量来反映非比例加载条件下的附加强化效应。同时, 该损伤参量还考虑了临界面上的最大正应力和正应变变程对材料裂纹萌生和扩展的影响。采用 16MnR、GH4169、S460N、45 钢和 Pure Ti 五种薄壁圆管试件验证模型的正确性和有效性, 并与三种经典模型进行对比分析, 结果表明: 新模型的预估能力要优于其它三种模型, 且寿命预测结果较为精确。

关键字: 多轴疲劳; 等效应变; 临界面法; 相位差; 非比例附加强化

中图分类号: TH114; O346.2

DOI:

Multiaxial equivalent strain fatigue life prediction model based on critical plane theory

Liu Jianhui¹ Zhao He¹ Ran Yong¹ Li Bin²

1.School of Mechanical and Electronical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, 730050

2. Gansu Construction Vocational Technical College, Lanzhou, 730050

Abstract: In view of the defect that the effect of non proportional additional strengthening is not considered in the equivalent strain model, this paper takes the plane where the maximum shear strain amplitude is located as the critical interface and introduces the maximum normal stress, normal strain range and phase difference in the shear plane as damage parameters to reflect the additional strengthening effect under non proportional loading. The influence of the maximum normal stress and normal strain range of the critical plane on the crack initiation and propagation is also considered. Thin-walled tube specimens made of five kinds of materials, 16MnR, GH4169, S460N, 45 steel and pure Ti, were used to verify the correctness and effectiveness of the proposed model. Meanwhile, compared with three classical models, the results show that the prediction ability of the proposed model is better than the other three models and the life prediction results are more accurate.

Keywords: multiaxial fatigue; equivalent strain; critical plane method; phase difference; non-proportional additional hardening.

0 引言

实际工程中大多数构件在使用过程中, 往往会受到复杂的多轴应力和应变状态的影响, 这给疲劳寿命预测带来了严峻的挑战。对于单轴疲劳问题的研究, 已经形成较为成熟的理论方法和疲劳评估准则^[1]。然而, 传统的单轴疲劳预估方法在预测多轴疲劳寿命时, 往往不能比较精确地进行寿命预估, 由于试验条件和理论基础的限制, 现有的多轴疲劳理

论体系尚不完善, 主要是由于多轴加载下不同应力应变分量的相位、频率和应力比的随机组合, 使得材料的疲劳行为复杂多变。因此, 与单轴疲劳相比, 多轴疲劳过程中材料的循环应力应变特性、裂纹的萌生和扩展将变得更加复杂^[2]。

目前, 已经建立的多轴疲劳寿命预估方法主要有等效应变法、能量法、临界面法^[3-5]。等效应变法以 von Mises 等效应变作为损伤参量, 将单轴疲劳研究方法应用于多轴疲劳研究领域, 在比例加载下有较好的预测精度, 但在非比例加载情况下预测寿命有较大的误差, 不能够揭示裂纹萌生机理和反映裂纹扩展方向^[6, 7]。能量法以应变能密度作为疲劳损伤参量进行多轴寿命预估模型的建立, 该方法几乎

收稿日期: 2021-7-21

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(51605212); 甘肃省科技计划项目[21JR7RA783, 20JR10RA161]; 甘肃省青年博士基金项目[2021QB-139]。

不包含材料参数,应用简单,但是应变能密度是一个标量,很难反映多轴疲劳的破坏机理^[8,9]。临界界面法以材料最大损伤平面的应力或应变以及应力与应变的线性组合或非线性组合作为损伤参量来考虑多轴疲劳的破坏面,能够揭示裂纹萌生机理和反映裂纹扩展方向^[10,11],具有一定的物理意义。因此,在多轴疲劳寿命预测中,一些学者倾向于首先寻找疲劳破坏相关的临界损伤平面,在此基础上建立疲劳损伤参量。Kandil、Brown 和 Miller^[12]对临界界面法进行了早期研究,将一个加载循环中包含最大剪切应变的平面定义为临界界面,提出了著名的 KBM 模型。Fatemi 和 Socie 等^[13]考虑到采用应变参数不能够反映材料非比例硬化对多轴疲劳损伤的影响,将临界面上最大正应力作为损伤参数以反映材料的非比例附加强化的影响,建立了 FS 模型。Smith 等所提出的损伤参数最初用于考虑单轴载荷下平均应力对疲劳寿命的影响,Socie 则通过结合临界界面法,提出了 SWT 模型^[14],将其用于多轴疲劳寿命的预测。

本文基于经典临界界面理论,针对等效应变模型未考虑非比例附加强化的影响,对等效应变模型加以修正,建立新的多轴疲劳寿命预估模型。新模型以最大剪切应变幅所在平面为临界界面,引入剪切平面上的最大正应力、正应变变程以及相位差作为损伤参量来反应非比例加载下的循环附加强化,该损伤参量不仅考虑了非比例附加强化对材料的疲劳损伤,还考虑了裂纹萌生和扩展机制对材料疲劳寿命的影响。采用 16MnR、GH4169、S460N、45 钢和 Pure Ti 五种薄壁圆管材料进行试验验证,并且与等效应变模型、SWT 模型和 FS 模型三种模型进行对比分析。

1 临界面的确定

在多轴加载下,金属材料的疲劳失效通常发生在特定的临界平面上,因此,在临界平面上进行相应的疲劳分析具有明确的物理意义。要确定临界面方程首先要确定试件的应力应变状态,在拉扭复合载荷作用下,受应变控制的薄壁圆管试件表面的应力和应变可以表示为^[15]:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/2 & 0 \\ \gamma_{xy}/2 & -\nu_{eff} \varepsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & -\nu_{eff} \varepsilon_x \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: σ_x 为正应力; τ_{xy} 为剪切应力; ε_x 为正应变; γ_{xy} 为剪切应变。

在多轴加载条件下,材料表面会发生一定的塑性变形,而在计算其应力应变时,已有的弹性泊松比已不适用,因此,需要一个等效泊松比代替弹

性泊松比,等效泊松比 ν_{eff} 定义为:

$$\nu_{eff} = \frac{\nu_e \varepsilon_e + \nu_p \varepsilon_p}{\varepsilon_e + \varepsilon_p} \quad (2)$$

式中: ε_e 为弹性应变; ε_p 为塑性应变; ν_e 弹性泊松比; ν_p 为塑性泊松比。

定义 θ 为任意材料平面和试件轴向的夹角,则任意平面上的正应力、正应变以及剪切应变可以用下式表示为:

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{\sigma_x}{2} \cos 2\theta + \frac{\tau_{xy}}{2} \sin 2\theta \quad (3)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1-\nu_{eff}}{2} \varepsilon_x + \frac{1+\nu_{eff}}{2} \varepsilon_x \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta \quad (4)$$

$$\frac{\gamma_\theta}{2} = \frac{1+\nu_{eff}}{2} \varepsilon_x \sin 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta \quad (5)$$

在正弦波拉-扭加载下,该平面上的最大剪切应变程和法向正应变变程可以表示为:

$$\Delta\gamma_{max} = \varepsilon_a \sqrt{\left[\lambda \cos 2\theta \cos \varphi - (1+\nu_{eff}) \sin 2\theta \right]^2 + (\lambda \cos 2\theta \sin \varphi)^2} \quad (6)$$

$$\Delta\varepsilon_n = \frac{1}{2} \varepsilon_a \sqrt{\left[2(1+\nu_{eff}) \cos^2 \theta - 2\nu_{eff} + \lambda \sin 2\theta \cos \varphi \right]^2 + (\lambda \sin 2\theta \sin \varphi)^2} \quad (7)$$

$$\lambda = \gamma_a / \varepsilon_a \quad (8)$$

式中: φ 为正应变和剪切应变加载的相位差; λ 为加载应变比; γ_a 为剪切应变加载幅值; ε_a 为正应变加载幅值。根据已有的临界面准则确定临界面位置,定义一个加载循环中的最大剪切应变幅所在的平面为临界平面。

由式(7)和式(8)可知 $\Delta\gamma_{max}$ 和 $\Delta\varepsilon_n$ 的相位差为 φ ,将式(6)中的 $\Delta\gamma_{max}$ 对 θ 求导,得到最大剪切应变的值,即:

$$\frac{\partial \Delta\gamma_{max}}{\partial \theta} = 0 \quad (9)$$

由式(9)可以得到最大剪切应变所在平面的位向角 θ 的表达式为:

$$\theta = \frac{1}{4} \arctan \frac{2\lambda(1+\nu_{eff}) \cos \varphi}{(1+\nu_{eff})^2 - \lambda^2} \quad (10)$$

将已知的 ν_{eff} 、 φ 和 λ 代入式(10),可得到 θ 值。在 $-\pi/2 \sim \pi/2$ 范围内使 $\Delta\gamma_{max}$ 取极值的 θ 有 4 个,其中两个 θ 值(θ_1 , θ_2)求得的 $\Delta\gamma_{max}$ 相等,且为最大值,二者具有较大法向应变的平面就为临界面位置,即:

$$\Delta\varepsilon_n = \max(\Delta\varepsilon_n(\theta_1), \Delta\varepsilon_n(\theta_2)) \quad (11)$$

利用式(1)~(11)就可以确定薄壁管状试件临界

面的位置及其最大剪切应变变程和法向正应变变程。

2 经典临界面模型

2.1 等效应变模型

单轴疲劳问题的研究已经形成较为成熟的理论方法，因此在多轴疲劳的研究过程中，一般情况下将多轴问题简化为单轴问题，然后采用单轴疲劳损伤理论处理多轴问题。通常采用基于 von Mises 等效应变参数的 Manson-coffin 方程来评估不同加载条件下材料的抗疲劳性能^[16]，其计算求解表达式如下：

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (12)$$

式中： $\Delta \varepsilon_{eq}$ 为临界面上的等效应变幅； σ_f' 为疲劳强度系数； ε_f' 为疲劳延性系数； b 为疲劳强度指数； c 为疲劳延性指数； N_f 为疲劳寿命； E 为材料的弹性模量。

2.2 SWT 模型

Smith 等所提出的损伤参数最初用于考虑单轴载荷下平均应力对疲劳寿命的影响，而 Socie 则通过结合临界面法，将其用于多轴疲劳寿命的预测，建立了 SWT 模型^[14]。SWT 模型定义最大正应变平面为临界面，以临界面上最大正应力和正应变变程为损伤参量进行疲劳寿命预估，其表达式如下：

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{2} \sigma_{n,max} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (13)$$

式中： $\Delta \varepsilon_1$ 为最大正应变平面上的正应变变程； $\sigma_{n,max}$ 为最大正应变平面上的最大正应力。

2.3 FS 模型

Fatemi 和 Socie 等^[13]考虑到采用应变参数不能够反映材料非比例附加强化对多轴疲劳损伤的影响，将临界面上最大剪切应变和最大正应力进行组合形成了一个新的多轴损伤参量以反映材料的非比例附加强化，该损伤参量中外加一个多轴常数 k 来考虑最大正应力与材料屈服强度之间的关系，提出了 FS 模型，其表达式如下：

$$\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} \left(1 + k \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_y} \right) = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma_f' (2N_f)^{c_0} \quad (14)$$

式中： $\Delta \gamma_{max}$ 为临界面上的最大剪切应变变程； $\sigma_{n,max}$ 为临界面上的最大正应力； σ_y 为材料的屈服强度； k 为与材料相关的经验参数； τ_f' 为剪切疲劳系数； γ_f' 为剪切疲劳延性系数； b_0 为疲劳强度指数； c_0 为疲劳延性指数； G 为剪切模量。

利用 FS 模型预测疲劳寿命时，由于材料的扭转性能和单轴拉压性能相差不大^[17]。因此，式(14)中的

扭转疲劳参数也可以通过单轴拉压疲劳参数表征，其具体关系式如下：

$$G = \frac{E}{2(1+\nu_{eff})}, \tau_f' = \frac{\sigma_f'}{\sqrt{3}}, \gamma_f' = \sqrt{3}\varepsilon_f', b_0 = b, c_0 = c \quad (15)$$

3 多轴等效应变疲劳寿命预估模型

3.1 相位差的影响

在多轴加载下，材料裂纹先是沿着剪切应变方向萌生，然后近似地沿着法向正应变方向扩展，因此临界面上最大剪切应变变程和法向正应变变程对裂纹的形成和扩展具有重要的物理意义^[18]。尚广德等^[19]基于 von Mises 准则，将临界面上的最大剪切应变变程和法向正应变变程合成为一个等效应变变程，其具体表达式如下：

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} = \sqrt{(\Delta \varepsilon_n)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta \gamma_{max}}{2} \right)^2} \quad (16)$$

式中： $\Delta \varepsilon_{eq}$ 为等效应变变程； $\Delta \varepsilon_n$ 为法向正应变变程； $\Delta \gamma_{max}$ 为最大剪切应变平面上的剪切应变变程。

将式(16)确定为损伤参量预估疲劳寿命时，考虑了临界面上最大剪切应变变程和法向应变变程对裂纹形成和扩展的影响，并且从物理意义上能很好地揭示多轴加载下裂纹萌生机理以及裂纹扩展方向。研究发现^[20]，以式(16)作为损伤参量预估多轴疲劳寿命时，比例加载时预测寿命与试验数值基本吻合，而在非比例加载下其预测寿命与相位差有关，且预测误差随着相位差的增加而增大。因此需要对式(16)的损伤参量进行重新定义，考虑非比例加载下相位差对疲劳寿命的影响，引入一个影响因子 α ，其具体表达式如下：

$$\alpha = 1 + \left(\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)^2 \quad (17)$$

式中： φ 为相位差。该影响因子考虑了在非比例载荷作用下相位差对多轴疲劳寿命的影响，影响因子 α 与相位差的关系如图 1 所示：

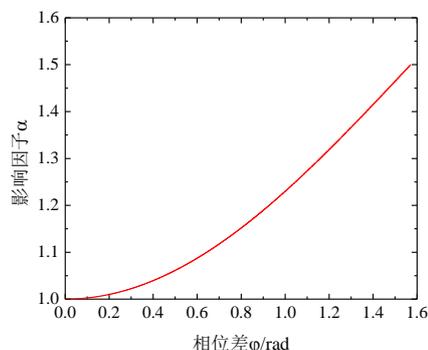


图 1 影响因子与相位差的关系

Fig.1 Relationship between impact factor and phase difference

从图 1 可以看出, 随着相位差的逐渐增大, 影响因子 α 呈非线性增大, 当相位差 φ 为 0° 时(比例加载), 影响因子为 1; 当相位差为 φ 为 90° 时(非比例加载), 影响因子达到最大值, 即当相位差为 90° 时, 材料的非比例附加强化现象最明显, 说明引入影响因子 α 时, 能够反应非比例附加强化现象, 具有较好的合理性和有效性。

3.2 临界面上最大正应力和正应变的影响

在多轴疲劳寿命中, 材料裂纹的萌生是由材料内部滑移带的局部塑性变形所致, 而裂纹面往往为最大剪切应变幅平面^[21]。尤其在非比例加载条件下, 最大剪切应变所在的平面旋转而产生的额外的附加硬化, 导致材料的位错结构比单轴或比例加载条件下的更加复杂, 对材料的疲劳性能具有重要的影响^[22]。研究表明^[23], 以最大剪切应变幅所在的平面作为损伤平面, 最大剪切应变幅作为裂纹萌生的主要控制参数时, 最大剪切应变幅平面上的正应力和正应变变程也会加剧疲劳裂纹的扩展。故建立新的损伤参量时, 应考虑最大剪切应变幅平面上的最大正应力和正应变变程两者的影响, 引入一个影响因子 β 表征材料裂纹萌生和裂纹扩展的机理, 其表达式如下:

$$\beta = 1 + \mu \frac{\sqrt{\sigma_{n,max} \Delta \varepsilon E}}{\sigma_y} \quad (18)$$

式中: $\sigma_{n,max}$ 为临界面上的最大正应力; $\Delta \varepsilon$ 为正应变变程; μ 为材料常数, 对于不同的材料, μ 取不同的值, μ 的计算结果如表 1 所示, 具体计算流程如图 2 所示。

表 1 不同材料 μ 的取值

Table 1 Values of μ for different materials

材料	16MnR	GH4169	S460N	45 钢	Pure Ti
μ	1.1	1.0	0.2	1.2	0.6

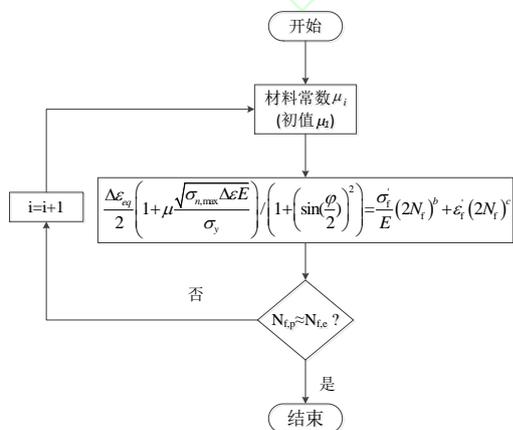


图 2 μ 值计算流程图

Fig.2 Calculation flowchart of μ value

通过考虑最大剪切应变幅平面上的最大正应力和正应变变程两者的影响, 引入一个影响因子 β 来建立新的损伤参量, 新的损伤参量考虑最大剪切应变幅平面上的最大正应力和正应变变程来表征材料裂纹萌生和裂纹扩展的机理, 对不同的多轴疲劳行为做出合理的解释, 提高多轴疲劳寿命模型预测的精确性。

3.3 多轴等效应变疲劳寿命预估模型

基于以上分析, 新的损伤参量以临界面理论为基础, 将最大剪切应变平面定义为临界平面, 第一控制参数为临界面上的等效应变, 第二控制参数包括最大剪切应变平面上的最大正应力、正应变变程以及相位差。由式(17)和式(18)可得, 新的损伤参量表达式如下:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}^*}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} \left(1 + \mu \frac{\sqrt{\sigma_{n,max} \Delta \varepsilon E}}{\sigma_y} \right) / \left(1 + \left(\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)^2 \right) \quad (19)$$

式中: $\Delta \varepsilon_{eq}^*$ 为本文提出的新等效应变。

结合新的损伤参量, 对等效应变模型进行修正, 新的疲劳寿命模型表达式如下:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{eq}}{2} \left(1 + \mu \frac{\sqrt{\sigma_{n,max} \Delta \varepsilon E}}{\sigma_y} \right) / \left(1 + \left(\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right)^2 \right) = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (20)$$

式中: $\Delta \varepsilon_{eq}$ 为等效应变变程。式 (20) 中 $\sigma_{n,max}$ 可以用疲劳寿命函数表示^[17]:

$$\sigma_{n,max} = \frac{\sigma'_f}{2} (2N_f)^b \quad (21)$$

4 试验验证

为了验证提出模型的预测精度, 本文采用 16MnR^[24]、GH4169^[25]、S460N^[26]、45 钢^[27]和 Pure Ti^[28]5 种材料进行验证, 且 5 种材料均采用薄壁圆管试件, 加载方式均为应变控制加载, 材料的单轴拉压疲劳参数和扭转疲劳参数如表 2 和表 3 所示, 图 3 给出了等效应变模型、FS 模型、SWT 模型和提出新模型的预测寿命与试验寿命的对比结果。

表 2 材料单轴拉压疲劳参数

Table 2 Uniaxial tension-compression fatigue parameters

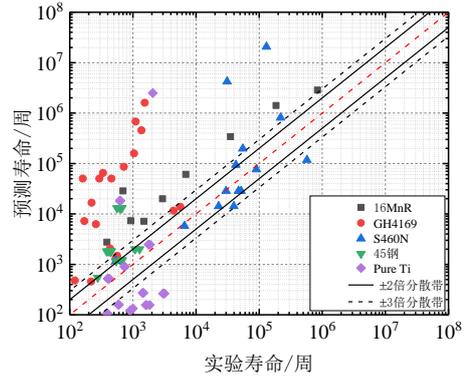
材料	E/GPa	σ_y /MPa	σ'_f /MPa	ε'_f	b	c
16MnR	212.5	351.4	966.4	0.842	-0.101	-0.618
GH4169	182.0	1000.0	1565.2	0.162	-0.086	-0.580
S460N	209	500	969	0.28	-0.09	-0.5
45 钢	190	370	843	0.3269	-0.1047	-0.5458
Pure Ti	112.0	475	647	0.548	-0.033	-0.646

表 3 材料扭转疲劳参数

Table 3 Torsional fatigue parameters of materials

材料	G/GPa	τ_f /MPa	γ_f	b_0	c_0
16MnR	81.1	345	0.712	-0.057	-0.512
GH4169	67	1091.6	4.46	-0.07	-0.77
S460N	80	559.5	0.48	-0.09	-0.5
45 钢	79	559	0.496	-0.1078	-0.469
Pure Ti	40	485	0.417	-0.069	-0.523

注：S460N 扭转疲劳参数用式 (15) 算得。



(d) SWT 模型

图 3 预测寿命与实验寿命对比结果

Fig.3 Comparison result of predicted life and experimental life

从图 3 可以看出，对于不同的材料，四种疲劳寿命预估模型表现出不同的预测效果。从图 3(a)可以看出，新提出的模型对 5 种材料的预测精度较高，大多数点处于 2 倍分散带之内，有极个别点处于两倍分散带之外。从图 3(b)和图 3(c)可以看出，等效应变模型和 FS 模型预测结果大多数处于三倍分散带之内，FS 模型预测精度要高于等效应变模型。从图 3(d)可以看出，SWT 模型的预测结果分散性较大，预测结果有少数在 2 倍分散带范围内。

综上，考虑最大剪切应变幅平面上的最大正应力、正应变变程以及相位差作为损伤参量建立的新疲劳寿命模型对五种薄壁圆管试件具有较好的预测精度，且预测寿命和试验寿命较为接近。引入影响因子 α 和 β 反映非比例加载条件下的附加强化效应以及材料裂纹萌生和扩展的影响，对比例和非比例加载下都有较好的预测结果，因此，提出的新模型对多轴加载下的薄壁圆管试件寿命预估具有较好的适用性。

5 分析与讨论

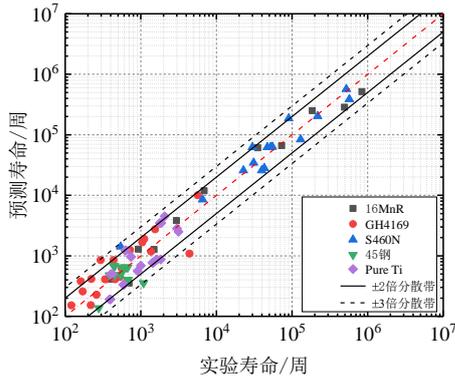
为了定量分析四种多轴疲劳寿命预估模型的预测能力，采用统计学方法表征其预测精度及分散性，通过对比概率密度函数的特征，能够直观判断模型的优劣性，其具体计算过程如下^[8]：

$$X_i = \log_{10} \left(\frac{N_e}{N_p} \right) \quad (22)$$

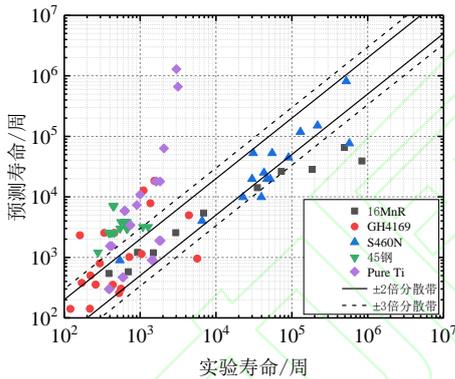
$$\nu = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad (23)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \nu)^2} \quad (24)$$

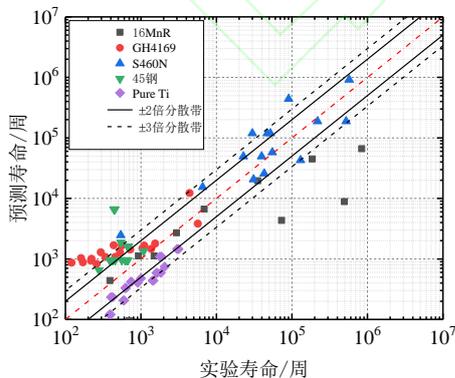
式中： N_p 表示预期寿命； N_e 表示实验寿命； ν 为 X_i 的平均值； δ 为 X_i 的标准差，服从正态分布的概率密度函数表达式为：



(a)提出的新模型



(b)等效应变模型



(c) FS 模型

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} \exp\left[-\frac{(x-\nu)^2}{2\delta^2}\right] \quad (25)$$

四种模型预测误差概率密度函数中 ν 和 δ 的计算值如表 4 所示, 寿命预估误差正态分布如图 3 所示。

表 4 ν 和 δ 的计算结果Table 4 Calculation results of ν and δ

模型	等效应变模型	SWT 模型	FS 模型	新模型
μ	-0.3284	-0.7428	-0.0432	-0.0104
δ	0.6756	1.2051	0.5185	0.2268

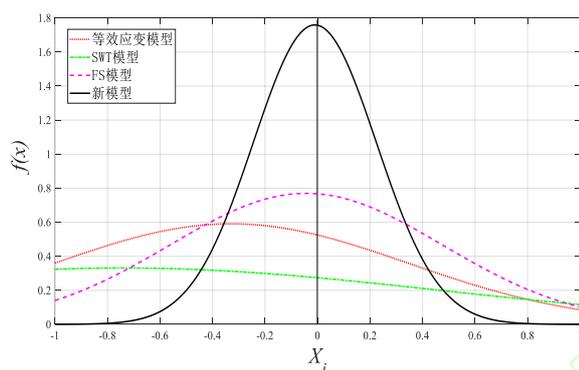


图 4 预测误差概率密度函数

Fig.4 Prediction error probability density function

从图 4 可以看出, 新的多轴疲劳模型正态分布图呈现“瘦高”的特点, 标准差较小, 说明新的多轴疲劳模型平均预测误差较小, 且具有较好的预测精度。而等效应变模型、FS 模型和 SWT 模型正态分布图呈现出“矮胖”的特点, 说明其预测误差较大, 分散性较大。综上, 采用统计学的方法定量分析四种模型的预测误差表明, 新模型考虑最大剪切应变幅平面上的最大正应力、正应变变程以及相位差对多轴疲劳寿命的影响, 具有较高的预测精度, 且分散性较小。

6 结论

(1) 通过引入最大剪切应变幅平面上的最大正应力、正应变变程和相位差反映非比例加载条件下的附加强化效应以及材料裂纹萌生和扩展的机理, 提出一个新的基于临界面理论的多轴疲劳损伤模型。

(2) 通过预测结果与试验结果的对比分析可以看出, 新提出的模型预测精度较高, 大多数点处于 2 倍分散带之内, 有极个别点处于两倍分散带外。等效应变模型、FS 模型和 SWT 模型对多轴非比例加载条件下的预测效果较差, 预测结果只有少数在 2 倍分散带范围内。

(3) 从统计学角度来看, 四种模型的平均预测误差中, 新模型的分散性最小, 预测结果相对稳定, 而

等效应变模型、FS 模型和 SWT 模型预测结果分散性较大。

参考文献

- [1] WANG B J, XU D K, WANG S D, et al. Influence of solution treatment on the corrosion fatigue behavior of an as-forged Mg-Zn-Y-Zr alloy [J]. International Journal of Fatigue, 2018, 120: 46-55.
- [2] WEI W, LIU H, ZHU C, et al. Effect of the residual stress on contact fatigue of a wind turbine carburized gear with multiaxial fatigue criteria [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 151: 263-273.
- [3] 张小元, 张克实, 黄世鸿, 等. Q235 结构钢低周多轴疲劳寿命评估方法的实验研究 [J]. 广西大学学报: 自然科学版, 2013, 38(4): 982-990.
ZHANG Xiaoyuan, ZHANG Keshi, HUANG Shihong, et al. Experimental research on life evaluation for low cycle multiaxial fatigue of Q235 steel [J]. Journal of Guangxi University: Natural Science Edition, 2013, 38(4): 982-990.
- [4] YU Z Y, ZHU S P, QIANG L, et al. A new energy-critical plane damage parameter for multiaxial fatigue life prediction of turbine blades [J]. Materials, 2017, 10(5): 1-18.
- [5] BANVILLET A, LAGODA T, MACHA E. Fatigue life under non-Gaussian random loading from various models [J]. International Journal of Fatigue, 2004, 26(4): 349-363.
- [6] INCE A. Computational multiaxial fatigue modelling for notched components [J]. Modeling & Numerical Simulation of Material Science, 2013, 3(3A): 14-22.
- [7] 赵而年, 瞿伟廉, 周强. 基于临界面损伤参量的金属材料多轴疲劳寿命预测 [J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2017, 045(2): 130-136.
ZHAO Ernian, QU Weilian, ZHOU Qiang. Multiaxial fatigue life prediction of metallic materials based on critical plane damage parameter [J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2017, 045(2): 130-136.
- [8] LEI G, HAO W, ZHENG Z. Use of an energy-based/critical plane model to assess fatigue life under low-cycle multiaxial cycles [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2019, 45(2): 2694-2708.
- [9] 郝梦飞. 基于临界面-能量法的榫连结构低周多轴疲劳寿命预测[D]. 成都: 电子科技大学, 2020.
HAO Mengfei. Strain energy-based critical plane approach for multiaxial fatigue life prediction of a turbine diskblade attachment[D]. Chengdu: University of Electronic Science

- and Technology of China, 2020.
- [10] YU Z Y, ZHU S P, QIANG L, et al. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction without any additional material constants [J]. *Materials*, 2017, 10(8): 923.
- [11] 刘俭辉, 吕鑫, 韦尧兵, 等. 考虑附加强化效应及平均应变的多轴疲劳寿命预估 [J]. *中国机械工程*, 2020, 031(3): 314-320.
- LIU Jianhui, LV Xin, WEI Yaobing, et al. Multiaxial fatigue life prediction considering additional hardening effect and mean strain [J]. *China Mechanical Engineering*, 2020, 031(3): 314-320.
- [12] SOCIE D F. Multiaxial fatigue damage models [J]. *Journal of Engineering Materials & Technology Transactions of the Asme*, 1987, 109(4): 747-750.
- [13] Fatemi A, Socie D F. A critical plane approach to multiaxial fatigue damage including out-of-phase loading[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials [J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1988, 11(3): 149-165.
- [14] SMITH K N, WATSON P, TOPPER T H. Stress- strain function for the fatigue of metals [J]. *Journal of materials*, 1970, 5: 767-778.
- [15] LIU J, LV X, WEI Y, et al. A novel model for low-cycle multiaxial fatigue life prediction based on the critical plane-damage parameter [J]. *Science Progress*, 2020, 103(3): 10.1177/0036850420936220.
- [16] 尚德广, 王德俊. 多轴疲劳强度[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- SHANG Deguang, WANG Dejun. *Multiaxial fatigue strength[M]. Beijing: Science Press, 2007.*
- [17] ZHU S P, YU Z Y, CORREIA J, et al. Evaluation and comparison of critical plane criteria for multiaxial fatigue analysis of ductile and brittle materials [J]. *International Journal of Fatigue*, 2018, 112: 279-288.
- [18] 陈亚军, 徐鹏达, 王付胜, 等. 基于 DIC 的铝合金薄壁缺口件多轴疲劳行为[J]. *材料工程*, 2021, 49(1): 168-176.
- CHEN Yajun, XU Pengda, WANG Fusheng, et al. Multiaxial fatigue behavior of aluminum alloy thin-walled notched specimens based on DIC[J]. *Materials Engineering*, 2021, 49(1): 168-176.
- [19] 尚德广, 王德俊, 姚卫星. 多轴非线性连续疲劳损伤累积模型的研究[J]. *固体力学学报*, 1999, 20(4), 325-330.
- SHANG Deguang, WANG Dejun, YAO Weixing. Study on nonlinear continue multiaxial fatigue cumulative damage model[J]. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 1999, 20(4): 325-330.
- [20] 刘俭辉, 王生楠, 黄新春, 等. 基于损伤力学-临界面法预估多轴疲劳寿命 [J]. *机械工程学报*, 2015, 51(20): 120-127.
- LIU Jianhui, WANG Shengnan, HUANG Xinchun, et al. Multiaxial fatigue life prediction based on damage mechanics and critical plane method [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2015, 51(20): 120-127.
- [21] 吴志荣. 钛合金多轴疲劳寿命预测方法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
- WU Zhirong. *Research on multiaxial fatigue life prediction method for Titanium alloy[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014.*
- [22] ZHAO B, XIE L, WANG L, et al. A new multiaxial fatigue life prediction model for aircraft aluminum alloy [J]. *International Journal of Fatigue*, 2021, 143(9): 10.1016/j.ijfatigue.2020.105993.
- [23] 徐燊, 朱顺鹏, 郝永振, 等. 基于临界面-损伤参量法的高压涡轮盘多轴疲劳寿命预测 [J]. *航空学报*, 2018, 039(9): 82-89.
- Xu Shen, Zhu Shunpeng, Hao Yongzhen, et al. Multiaxial fatigue life prediction of an HPT disc based on critical plane-damage parameter [J]. *Acta Aeronautica Sinica*, 2018, 039(9): 82-89.
- [24] GAO Z, ZHAO T, WANG X, et al. Multiaxial fatigue of 16MnR steel [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2006, 131(2): 73-80.
- [25] SUN G Q, SHANG D G, MING B. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction under low cycle loading for GH4169 alloy and other structural materials [J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(7): 1108-1115.
- [26] JIANG Y, HERTEL O, VORMWALD M. An experimental evaluation of three critical plane multiaxial fatigue criteria [J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(8): 1490-1502.
- [27] SHANG D G, SUN G Q, JING D, et al. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach [J]. *International Journal of Fatigue*, 2007, 29(12): 2200-2207.
- [28] SHAMSAEI N, GLADSKYI M, PANASOVSKYI K, et al. Multiaxial fatigue of titanium including step loading and load path alteration and sequence effects [J]. *International Journal of Fatigue*, 2010, 32(11): 1862-1874.