

## 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮齿面磨损特性分析

魏永峭<sup>1</sup> 连智<sup>1</sup> 刘永平<sup>1</sup> 郭瑞<sup>1</sup> 张 Jian 权<sup>2</sup>

(1 兰州理工大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

(2 民航成都物流技术有限公司, 四川 成都 611400)

**摘要** 磨损是齿轮的主要失效形式之一, 研究其磨损特性对变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的主动设计有指导意义。基于Hertz接触理论和Archard磨损计算通式, 建立变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损模型, 计算了齿面各点磨损量随工况参数和设计参数的变化规律。分析表明, 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副齿面磨损沿齿廓方向从齿根到齿顶先减小后增大, 且齿根区域的磨损量大于齿顶区域的磨损量, 节圆附近磨损量最小; 沿齿宽方向呈对称分布, 中截面磨损量最大, 从中截面到两端面磨损量依次减小。研究可为变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的失效研究和寿命预测提供理论基础。

**关键词** 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮 齿面磨损 数值计算 Archard模型

### Analysis of Tooth Surface Wear Characteristic of Cylindrical Gear with Variable Hyperbolic Circular-arc-tooth-trace

Wei Yongqiao<sup>1</sup> Lian Zhi<sup>1</sup> Liu Yongping<sup>1</sup> Guo Rui<sup>1</sup> Zhang Jianquan<sup>2</sup>

(1 School of Mechanical & Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

(2 Civil Aviation Logistics Technology Co., Ltd., Chengdu 611400, China)

**Abstract** Gear wear is the the main failure form, the study of wear characteristics is instructive to the active design of cylindrical gear with variable hyperbolic circular-arc-tooth-trace (VH-CATT). Based on Hertz contact theory and Archard wear calculation formula, the wear model of VH-CATT cylindrical gear is established, and the wear law at each point of tooth surface considering working condition parameters and design parameters are analyzed by numerical calculation. The analysis results show that the tooth surface wear of VH-CATT cylindrical gear pair decreases firstly and then increases from tooth root to tooth tip along the tooth profile direction, and the wear amount in tooth root is greater than that in tooth tip area, and the wear amount in pitch circle area is the smallest. It is distributed symmetrically along the tooth width direction, with the largest wear in the middle section and decreasing in turn from the middle section to the two end faces. The above research can provide theoretical basis for failure studies and life prediction of cylindrical gear with variable hyperbolic arc tooth line.

**Key words** Variable hyperbolic helical cylindrical gear Tooth surface wear Numerical calculation Archard model

## 0 引言

齿轮是重要的机械基础传动元件之一, 被广泛应用于航空航天、轨道交通、海洋装备、能源机械等领域<sup>[1]</sup>。在齿轮传动过程中, 齿面磨损会逐步改变轮齿齿面形貌和载荷分布状况, 过度的齿面磨损不仅会降低传动效率与精度, 还会造成机构振动、产生噪声, 甚至会使轮齿断裂, 造成重大事故<sup>[2]</sup>。因

此, 齿轮磨损研究对改善齿轮传动性能、增大承载能力、减振降噪及延长齿轮寿命等具有显著意义。如何有效降低高速重载齿轮的严重摩擦磨损现象是齿轮设计、制造以及使用过程中必须考虑的问题。变双曲圆弧齿线圆柱齿轮作为一种新型齿轮, 相比同等齿宽的渐开线直齿轮有较长的接触线; 相比渐开线斜齿轮无轴向力; 相比人字齿没有退刀槽, 便于加工与安装, 因此具有更好的传动性能、更强的

承载能力以及更低的安装要求<sup>[3-5]</sup>。故展开对其摩擦磨损作用机理的研究,讨论设计参数和工况参数对轮齿齿面磨损量的影响规律,对于变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的主动设计是非常必要的。

目前,变双曲圆弧齿线圆柱齿轮在传动特性研究方面已有了较深入的研究,但对磨损方面的研究有所欠缺。对于齿轮磨损问题,国内外学者的研究主要基于实验法和数值计算法。实验法相较于数值计算法,其成本较高,实验周期较长,且不同的齿轮副、不同的工况条件下其磨损特性也不一样,实验取得的结果缺乏普适性<sup>[6-7]</sup>。数值计算方法是科学理论与计算机技术相结合的时代产物,随着计算机技术的逐步成熟,数值计算方法也被应用于越来越多的科学领域,其在齿轮磨损研究领域的应用也越来越广泛。首先,Archard<sup>[8]</sup>提出了黏着磨损计算通式,该黏着磨损计算通式应用范围最广。随后,Flodin 等<sup>[9]</sup>将观测点的单次啮合过程等分为  $K$  个时刻,采用 Winkler 模型重新计算接触压力,使齿轮副磨损计算过程进一步完善。胡波等<sup>[10]23-28</sup>将齿轮啮合区域的齿廓进行离散化处理,建立了直齿轮齿廓磨损计算模型。张俊等<sup>[11]</sup>建立了面向真实工况的直齿圆柱齿轮准静态磨损模型,并对其齿面磨损特性进行了数值仿真,分析了负载工况和磨损循环次数对磨损量的影响。周长江等<sup>[12-13]</sup>提出了适用于标准斜齿轮和双斜齿轮齿面黏着磨损的计算方法,分析了不同参数对磨损的影响。罗岚等<sup>[14]171-179</sup>基于变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的加工原理与齿面方程,计算了变双曲圆弧齿线圆柱齿轮各啮合点处的滑动系数,并且简单提到了变双曲圆弧齿线圆柱齿轮磨损的计算方法,但是未对其进行详细的数值计算。

本文中结合 Hertz 接触理论、Archard 磨损通式和齿面方程,建立干摩擦状况下变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损模型,计算了在干摩擦下的齿面磨损量,分析主要的设计参数(模数、传动比、齿线半径)和工况参数(输入转矩、输入转速)对齿面磨损量的影响。

### 1 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮齿面方程

变双曲圆弧齿线圆柱齿轮作为一种新型圆柱齿轮,其齿向线形状为圆弧曲线,轮齿中间截面的齿廓线为渐开线,其平行于中截面的各截面齿廓线为均匀变化的双曲线包络线,并且轮齿沿中截面对称分布。变双曲圆弧齿线圆柱齿轮可通过大刀盘双刃

铣削得到。加工过程中,刀盘与齿坯的相互运动轨迹通过坐标转换等数学方法得到一对凹凸齿面的齿面方程。其齿面方程表达式为<sup>[15]</sup>

$$\begin{cases} x = [-(\pm u \sin \alpha + R_i \pm \frac{\pi m}{4}) \cos \theta + R_i + R_1 \varphi] \cos \varphi - (R_1 + u \cos \alpha) \sin \varphi \\ y = [-(\pm u \sin \alpha + R_i \pm \frac{\pi m}{4}) \cos \theta + R_i + R_1 \varphi] \sin \varphi + (R_1 + u \cos \alpha) \cos \varphi \\ z = [-(\pm u \sin \alpha + R_i \pm \frac{\pi m}{4}) \sin \theta \\ u = \mp \frac{\sin \alpha}{\cos \theta} [\cos \theta (R_i \pm \frac{\pi m}{4}) - (R_i + R_1 \varphi)] \end{cases} \quad (1)$$

式中,符号“ $\pm$ ”取“+”,符号“ $\mp$ ”取“-”表示凹齿面,反之,表示凸齿面; $\alpha$ 为齿面压力角; $R_i$ 为齿线半径; $\theta$ 为刀具参数(可由齿轮齿宽确定); $\varphi$ 为齿轮转角参数。

根据齿面与基圆、齿根圆以及齿顶圆三者的关系,可以确定齿轮转角参数的取值范围,具体表达式如下:

当基圆半径大于齿根圆半径时,有

$$\begin{cases} (\varphi \mp \tan \alpha \pm \frac{\pi}{2z})^2 + 1 \leq (\frac{z + 2h_a^*}{z \cos \alpha})^2 \\ \varphi \geq \pm \tan \alpha \mp \frac{\pi}{2z} \end{cases} \quad (2)$$

当基圆半径小于齿根圆半径时,有

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2z} - \tan \alpha + \sqrt{(\frac{z - 2(h_a^* + c^*)}{z \cos \alpha})^2 - 1} \leq \pm \varphi \\ \frac{\pi}{2z} - \tan \alpha + \sqrt{(\frac{z - 2h_a^*}{z \cos \alpha})^2 - 1} \geq \pm \varphi \end{cases} \quad (3)$$

节圆上点对应的齿轮转角参数为

$$\varphi = \pm \frac{\pi}{2z} - \tan \alpha + \sqrt{(\frac{1}{\cos \alpha})^2 - 1} \quad (4)$$

式中, $z$ 为齿轮齿数; $h_a^*$ 为齿轮齿顶高系数; $c^*$ 为齿轮顶隙系数。

根据齿面方程,可以得到变双曲圆弧齿线圆柱齿轮精确的三维模型,如图 1 所示。

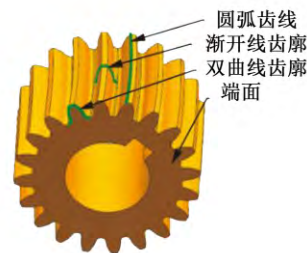


图 1 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮

Fig. 1 Cylindrical gear with variable hyperbolic arc tooth line

## 2 齿面磨损计算模型

### 2.1 磨损公式

变双曲圆弧齿线圆柱齿轮在啮合过程中，齿面间既存在滚动又存在滑动，且接触处的曲率和载荷均时刻发生变化。本文中基于 Archard 磨损模型<sup>[6]</sup>建立变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的数学磨损模型。Archard 磨损表达式为

$$\frac{V}{S} = K \frac{W}{H} \quad (5)$$

式中， $V$ 为磨损体积； $S$ 为相对滑动距离； $W$ 为接触点法向载荷； $H$ 为材料硬度； $K$ 为量纲为一的磨损系数。

文献[10]<sup>23-28</sup>对 Archard 磨损公式进行了简化，得到了齿轮齿面磨损量的具体计算公式，即

$$I_h = kPv \quad (6)$$

$$h = XI_h \quad (7)$$

式中， $I_h$ 为磨损率； $k$ 为磨损系数； $P$ 为啮合点的压力； $v$ 为接触点的相对滑动速度； $X$ 为运转周期内总摩擦距离。

### 2.2 接触应力

根据 Hertz 接触理论，可将变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的接触问题简化为椭圆接触模型。如图 2 所示，两齿轮齿面在  $xOy$  平面上重合，记  $xOz$  平面内两齿面在接触点的主曲率半径分别为  $R_{1x}$ 、 $R_{2x}$ ， $yOz$  平面内两齿面在接触点的主曲率半径分别为  $R_{1y}$ 、 $R_{2y}$ ，则变双曲圆弧齿线圆柱齿轮在齿廓和齿线方向的综合曲率半径  $R_x$ 、 $R_y$  具体表达式为

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{R_{1x}} + \frac{1}{R_{2x}} \quad (8)$$

$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{R_{1y}} + \frac{1}{R_{2y}} \quad (9)$$

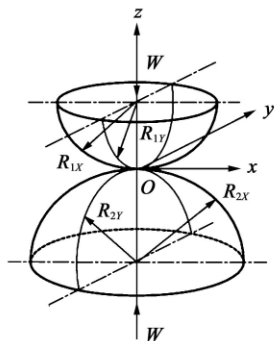


图2 齿轮接触简化模型

Fig. 2 Simplified model of gear contact

在法向啮合力的作用下，接触面发生局部弹性变形，齿轮接触区域拓展为椭圆接触区，如图 3 所示，其中， $a$ 为接触椭圆的短半轴长； $b$ 为接触椭圆的长半轴长。

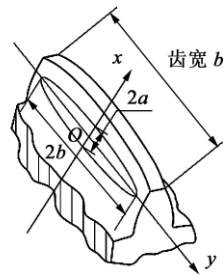


图3 齿轮点接触模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of gear point contact model

当两齿轮啮合时，齿轮齿面受法向接触压力的影响，在椭圆接触区域及其附近产生接触应力，由 Hertz 接触理论可知，接触应力呈椭圆分布，且最大接触应力作用于接触椭圆中心。

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} \quad (10)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (11)$$

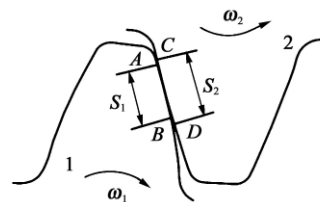
$$W = \frac{2T}{d_1 \cos \alpha} \quad (12)$$

$$P = \frac{3W}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}, x \leq a, y \leq b \quad (13)$$

式中， $R_x$ 为齿廓方向综合曲率半径； $R_y$ 为齿线方向综合曲率半径； $R^*$ 为等效综合曲率半径，可通过齿面方程计算得到； $W$ 为齿廓接触点法向接触压力； $E^*$ 为弹性接触模量； $E_1$ 、 $E_2$ 分别为两齿轮的弹性模量； $\nu_1$ 、 $\nu_2$ 均为泊松比； $T$ 为输入转矩； $d_1$ 为小齿轮的分度圆直径。

### 2.3 摩擦距离

变双曲圆弧齿线圆柱齿轮在传动过程中，由于参与啮合的齿廓长短不一，导致啮合点处的速度各不相同，既而使齿面间发生相对滑动。由于齿面间相对滑动的存在，使齿轮在传动过程中既存在着滑动，又存在着滚动，在受到齿面法向载荷的作用下，相对滑动会使齿面产生滑动距离。在相同的时间内，小齿轮(主动轮)从A点运动到B点，滑移距离为 $S_1$ ；相应的，大齿轮(从动轮)从C点运动到D点，滑移距离为 $S_2$ 。 $S_1$ 、 $S_2$ 分别为啮合点附近取的很小的两端弧，如图 4 所示，滑动率和滑移距离具体表达式为



1 小齿轮 2 大齿轮

图4 齿轮滑移距离示意图

Fig. 4 Diagram of gear slip distance

$$\sigma_1 = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{s_1 - s_2}{s_1} \quad (14)$$

$$\sigma_2 = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{s_2 - s_1}{s_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 - 1} \quad (15)$$

$$S = 2a\sigma \quad (16)$$

式中,  $a$  为接触半宽;  $\sigma_1$  为小齿轮(主动轮)的滑动率;  $\sigma_2$  为大齿轮(从动轮)的滑动率。

$$\sigma_1 = -\frac{(\nu^{12}, \omega^{12}, n) + K_v^1(\nu^{12})}{n \cdot q} = \frac{n_x [x - i_{21}(x + a_1)](1 - i_{21}) - n_y(1 - i_{21})(i_{21} - y) + K_v^1[(i_{21}y + y)^2 + [x + i_{21}(x + a_1)]]}{i_{21}n_x a_1} \quad (17)$$

$$\sigma_2 = \frac{(\nu^{12}, \omega^{12}, n) + K_v^1(\nu^{12})}{n \cdot q + (\nu^{12}, \omega^{12}, n) + K_v^1(\nu^{12})} = \frac{n_x [x - i_{21}(x + a_1)](1 - i_{21}) - n_y(1 - i_{21})(i_{21} - y) + K_v^1[(i_{21}y + y)^2 + [x + i_{21}(x + a_1)]]}{i_{21}n_x a_1 + n_x [x - i_{21}(x + a_1)](1 - i_{21}) - n_y(1 - i_{21})(i_{21} - y) + K_v^1\{(i_{21}y + y)^2 + [x + i_{21}(x + a_1)]\}} \quad (18)$$

式中,  $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$  分别为凸、凹齿面的滑动率;  $n_x$ 、 $n_y$  分别为齿面单位法向量的  $x$ 、 $y$  的方向分量;  $K_v^1$  为齿轮凸齿面在啮合点相对速度的法曲率;  $a_1$  为变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的中心距;  $i_{21}$  为齿轮副的齿数比,  $i_{21} = z_1/z_2$ ;  $(x, y, z)$  为啮合点的空间坐标。

将式(17)和式(18)分别代入式(16)中, 即可得到变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副小齿轮(主动轮)和大齿轮(从动轮)在啮合点处的滑动距离, 则转动周期内总的摩擦距离具体表达式为

$$X = Snt\varepsilon \quad (19)$$

式中,  $n$  为输入转速;  $\varepsilon$  为重合度;  $t$  为运转时间。

### 2.4 磨损系数

在齿轮磨损的计算中, 磨损系数是一个不可忽略的参数。在不同工况下, 所测得的磨损系数大不相同, 其受材料性质、表面粗糙度、润滑特性等因素的影响。Janakiraman 等<sup>[18]</sup>通过对不同负载、速度、润滑油温度以及表面粗糙度的分析, 得到了摩擦因数的回归式, 具体的表达式为

$$k = \frac{3.981 \times 10^{29}}{E^*} L_1^{1.219} G^{-7.377} S^{1.589} \quad (20)$$

式中,  $E^*$  为弹性接触模量;  $L_1$  为量纲一载荷;  $G$  为量纲一润滑剂压力-黏度系数;  $S$  为量纲一复合表面粗糙度。其中, 各系数的计算表达式为

$$L_1 = \frac{W}{E^* R}, \quad G = \alpha_1 E^*, \quad S = \frac{R_a^*}{R} \quad (21)$$

式中,  $\alpha_1$  为压力-黏度系数;  $R_a^*$  为复合粗糙度,  $R_a^* = \sqrt{R_{a1} + R_{a2}}$  ( $R_{a1}$ 、 $R_{a2}$  为齿轮两表面粗糙度)。

由于变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副在啮合时为点接触, 在啮合过程中, 其接触点的接触轨迹是空间变化的。因此, 根据齿轮啮合理论<sup>[17]</sup>和文献<sup>[14]</sup><sup>[171-179]</sup>中对变双曲圆弧齿线圆柱齿轮传动几何特性的分析, 得到变双曲圆弧齿线圆柱齿轮小齿轮(主动轮)、大齿轮(从动轮)的滑动率, 具体表达式分别为

## 3 磨损仿真

### 3.1 算例参数

以一对相互啮合的变双曲圆弧齿线圆柱齿轮为例进行磨损分析, 其相关参数如表 1 所示。

表 1 变双曲圆弧齿线圆柱齿轮基本参数

Tab. 1 Basic parameters of cylindrical gear with variable hyperbolic arc tooth line

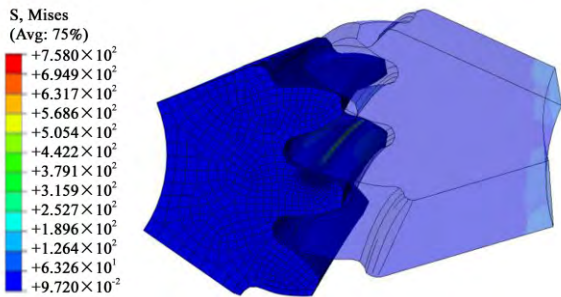
参数名称	主动轮	从动轮
齿数 $z$	21	31
模数 $m/\text{mm}$	8	8
压力角 $\alpha/^\circ$	20	20
齿宽 $B/\text{mm}$	50	50
弹性模量 $E/\text{GPa}$	206	206
泊松比 $\nu$	0.3	0.3
齿线半径 $R/\text{mm}$	200	200
输入转速 $n/(\text{r}/\text{min})$	60	
输入转矩 $T/(\text{N}\cdot\text{m})$	191	

根据表 1 所示相关参数可建立变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副计算模型, 利用 Abaqus 分析得到变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的接触云图如图 5 所示。由图 5 中可知, 齿轮副在啮合区域的接触应力云图呈现为椭圆分布, 且齿面接触应力最大值作用于椭圆中心, 与理论计算结果一致, 也进一步验证了齿轮接触区域在外载荷作用下由点接触变为了椭圆接触。

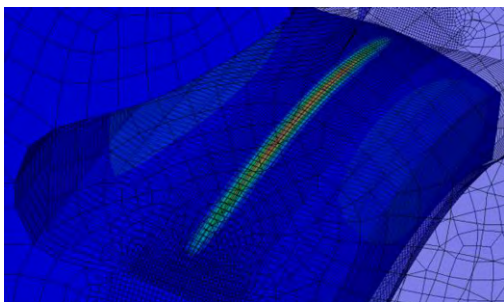
### 3.2 齿面磨损量的计算

根据表 1 所示相关参数和变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的磨损计算模型, 可得到小齿轮(主动轮)循环运转次数达到  $10^8$  次时变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损深度。在变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的啮合周期内, 小齿轮的磨损量大于大齿轮(从动轮)的磨损量,

这是由于在相同的时间间隔内,小齿轮的磨损循环次数大于大齿轮的磨损循环次数,但小齿轮和大齿轮的磨损趋势近似相同,因此,后面对变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损分析只涉及到小齿轮。



(a) 接触应力云图



(b) 接触应力云图局部放大图

图5 齿轮应力云图

Fig. 5 Gear stress nephogram

由图6和图7所示可知,变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损量沿齿宽方向对称分布,在中截面(当齿宽 $B=0$ 时的截面即为变双曲圆弧齿线圆柱齿轮中截面)处磨损量最大,沿中截面到椭圆边缘磨损量依次减小,这是由于变双曲圆弧齿线圆柱齿轮关于中截面对称,与中截面处的磨损量相比,椭圆边缘接触处磨损量减小了15%。

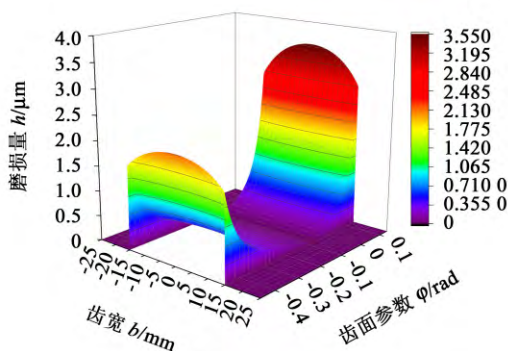


图6 齿轮磨损量

Fig. 6 Gear wear

理论上变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副的啮合状况为中间截面的点接触,但由于负载作用,使齿轮接触区域由点接触变为了椭圆接触。从图5中可知,磨损仅发生在椭圆接触区域,在接触区域外齿面不发生磨损。齿轮沿齿廓方向的磨损量变化较大,在节

圆处( $\varphi = -0.0748$ )的齿轮副磨损量最小,这是由于在齿轮理想啮合状态下,节圆位置处两齿轮视作纯滚动,不发生相对滑动,故此时的磨损量为0。齿轮从齿根( $\varphi = 0.1396$ )到齿顶( $\varphi = -0.4591$ )的啮合过程中,磨损量先减小后增大。齿面最大磨损量发生小齿轮(主动轮)进入啮合的齿根区域,这是由于此处的相对滑动速度大于其他接触点的相对滑动速度,且进入啮合区域还有啮合冲击;与齿根区域相比,齿顶区域磨损量的最大值减小了48.5%。

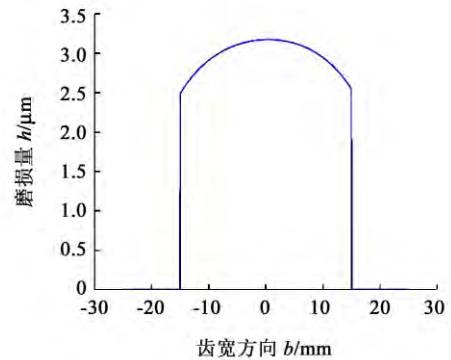


图7 沿齿宽方向齿轮磨损量

Fig. 7 Gear wear along tooth width direction

为了更加清晰地观察沿齿宽方向各截面的磨损情况,本文中沿齿宽方向分别取3个截面分析(图8),分别是中截面、沿齿宽1/5处以及沿齿宽方向2/5处的截面。

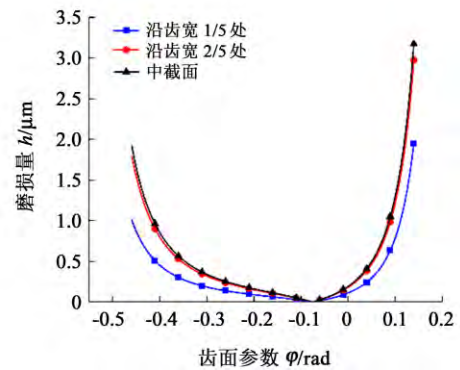


图8 沿齿宽方向3个截面齿轮磨损量

Fig. 8 Wear amount of three-section gear along tooth width direction

从图8所示可知,中截面的磨损量最大,沿齿宽1/5处的磨损量最小,沿齿宽2/5处截面的磨损量介于两者之间。3个截面的磨损变化趋势都是齿根区域的磨损量最大,齿顶区域的磨损量小于齿根区域磨损量,节圆区域的磨损量最小。

### 3.3 设计参数和工况参数对齿面磨损量的影响

根据表1所示相关参数,在其他参数不变的情况下,依次改变模数、传动比、齿线半径、输入转矩及输入转速,分别对齿轮磨损量进行计算,并针对具体计算结果进行详细的讨论。

3.3.1 模数对齿面磨损量的影响

分别取模数为 6 mm、7 mm、8 mm，分析模数对齿轮磨损量的影响。由图 9 和图 10 所示可知，不同模数下，齿轮沿齿廓方向和齿宽方向的磨损量变化趋势一致，都是随模数的增大而齿面磨损量减小。这是由于齿轮模数增大，齿轮轮齿变大，两齿啮合时所形成的接触区域增大，分配在接触区域的单位面积接触压力越小，从而使滑动率减小，最终导致齿面磨损量的减小；即齿轮模数越大，变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损越均匀。

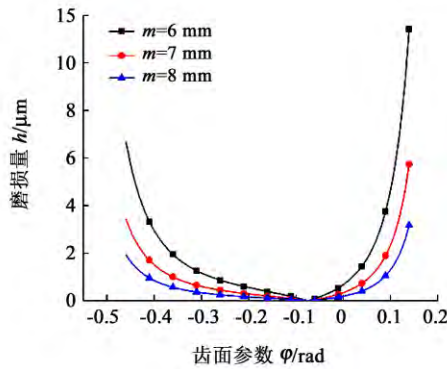


图 9 沿齿廓方向齿轮模数对磨损量的影响

Fig. 9 Influence of gear modulus on wear along tooth profile direction

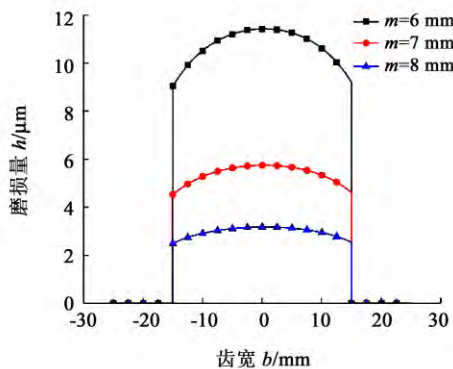


图 10 沿齿宽方向齿轮模数对磨损量的影响

Fig. 10 Influence of gear modulus on wear along tooth width direction

3.3.2 传动比对齿面磨损的影响

主动轮齿数保证不变，通过改变从动轮齿数(分别取大齿轮的齿数为 31、36、41)，研究不同传动比对齿面磨损量的影响。

由图 11 和图 12 所示可知，在其他参数相同的情况下，传动比对沿齿廓方向和齿宽方向磨损量的影响规律一致，都是随着传动比的增大而减小。这是由于在相同的时间间隔内，随着传动比的增大，小齿轮的磨损循环次数依次减小，最终导致齿面磨损量的减小；即传动比越大，变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损越均匀，且传动比对从节圆到齿顶圆区域的磨损影响尤其大。

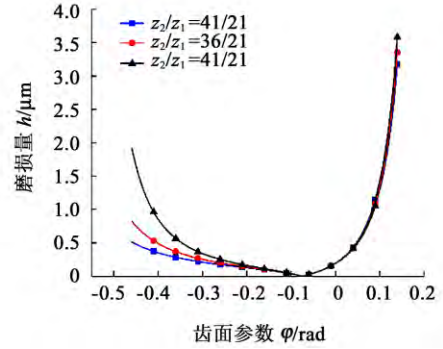


图 11 沿齿廓方向齿轮传动比对磨损量的影响

Fig. 11 Influence of gear transmission ratio on wear along tooth profile direction

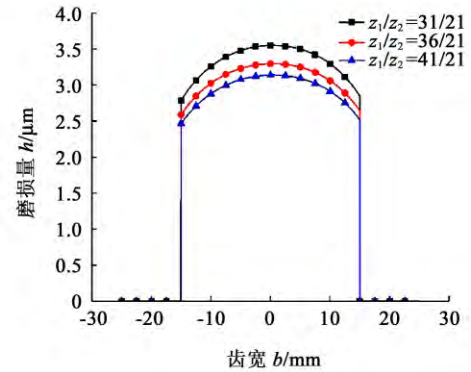


图 12 沿齿宽方向齿轮传动比对磨损量的影响

Fig. 12 Influence of gear transmission ratio on wear in tooth width direction

3.3.3 齿线半径对齿面磨损的影响

齿线半径(刀盘半径)是影响变双曲圆弧齿线圆柱齿轮性能的重要参数之一。齿线半径会影响齿轮副接触点处的法曲率，进而影响到齿轮副的滑动率和齿面磨损量。保持表 1 中的参数不变，仅改变小齿轮的齿线半径(分别取齿线半径为 70 mm、200 mm、300 mm)，分析不同齿线半径对齿轮齿面磨损量的影响。

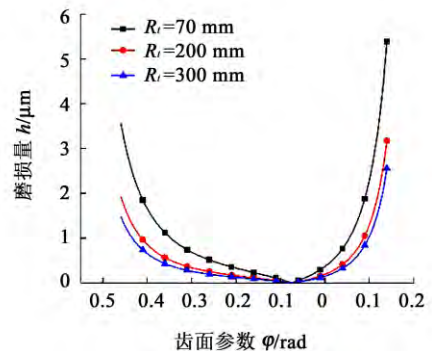


图 13 沿齿廓方向齿轮齿线半径对磨损量的影响

Fig. 13 Influence of gear tooth line radius on wear along tooth profile direction

由图 13 和图 14 所示可知，不同的齿线半径对齿轮副的磨损量影响不同，但齿面磨损量在沿齿宽方向和齿廓方向的变化趋势是一致的，都是随着齿线

半径的增大而减小。这是由于随着齿线半径的增大,其法曲率发生了改变,最终导致磨损量的减小,即齿线半径越大,变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损越均匀。当齿线半径取70 mm时,齿轮副的磨损加剧,这是因为随着齿线半径的减小,单位面积上承受的接触法向压力越大,最终导致齿面磨损加剧;但是,当齿线半径小于50 mm时,齿轮失效,齿轮副将不能保证平稳传动。当齿线半径过大时,齿轮近似于直齿,无法显示出变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的特性。根据文献[19],变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的齿线半径只有在一定的范围内才能体现出特有的性质。

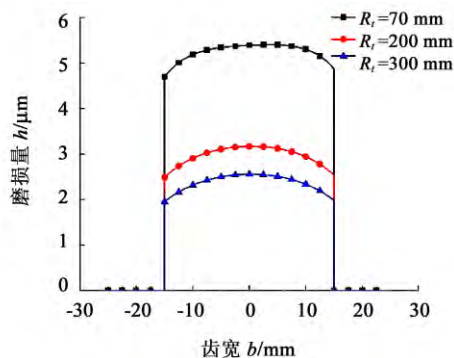


图14 沿齿宽方向齿轮齿线半径对磨损量的影响

Fig. 14 Influence of gear tooth line radius on wear along tooth width direction

### 3.3.4 输入转矩对磨损的影响

分别取输入转矩为191 N·m、291 N·m、391 N·m,研究输入转矩对齿轮齿面磨损量的影响。由图15和图16所示可知,齿轮副沿齿宽方向和齿廓方向的磨损量的变化趋势一致,都是随着转矩的减小而减小。这是由于输入转矩越大,分配到齿面啮合点处的单位压力越大,最终将导致齿轮齿面磨损量的增大,当输入转矩越小时,齿轮磨损越均匀。

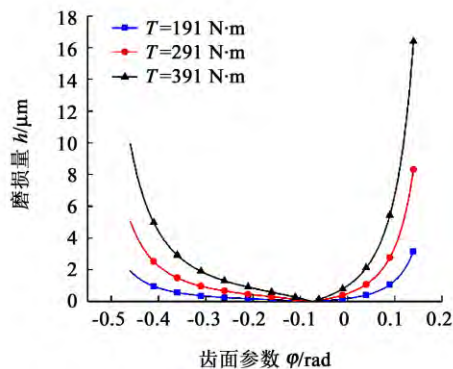


图15 沿齿廓方向输入转矩对磨损量的影响

Fig. 15 Influence of input torque on wear along tooth profile direction

### 3.3.5 输入转速对齿面磨损的影响

分别取输入转速为60 r/min、120 r/min、180 r/min,研究转速对齿轮齿面磨损量的影响。由图17和图18

所示可知,在其他参数相同的情况下,不同的输入转速对沿齿宽方向和沿齿廓方向的磨损量的影响趋势一致,都是随着输入转速的减小磨损量减小。这是由于在相同的时间内,高速运转的齿轮副的磨损循环次数大于低速运转的齿轮副的磨损循环次数,最终导致高速运转的齿轮副齿面磨损量大于低速运转的齿轮副的齿面磨损量。

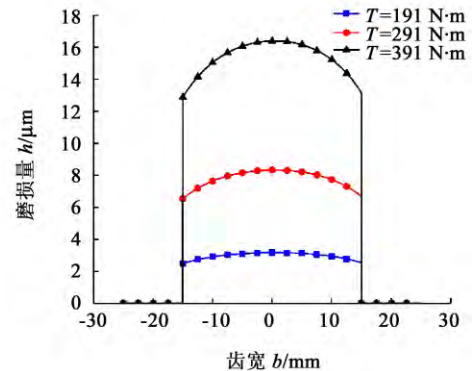


图16 沿齿宽方向输入转矩对磨损量的影响

Fig. 16 Influence of input torque on wear along tooth width direction

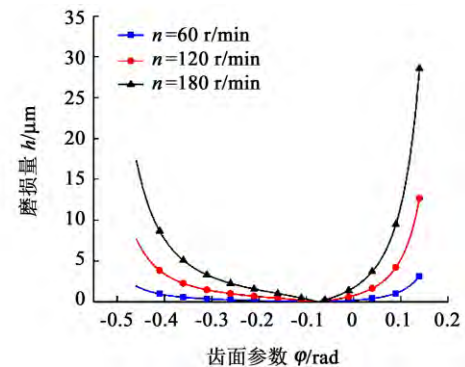


图17 沿齿廓方向输入转速对磨损量的影响

Fig. 17 Influence of input speed on wear along tooth profile direction

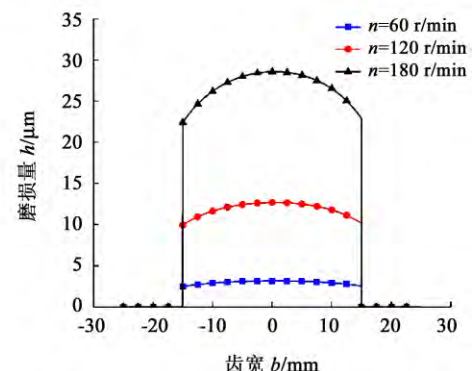


图18 沿齿宽方向输入转速对磨损量的影响

Fig. 18 Influence of input speed on wear along tooth width direction

## 4 结论

(1) 基于Hertz接触理论和Archard磨损公式,建立了变双曲圆弧齿线圆柱齿轮的磨损模型,并对不同设计参数和工况参数下的齿面磨损量进行了计算与分析。结果表明,在理想啮合状况下,变双曲

圆弧齿线圆柱齿轮副齿面磨损量沿齿宽方向对称分布,中截面齿面磨损量最大,从中截面到两端面依次减小;而在齿廓方向上,数值变化浮动较大,在齿根区域的磨损量最大,齿顶区域的磨损量小于齿根区域的磨损量,节圆区域的磨损量最小。

(2)分析了不同的设计参数和工况参数对变双曲圆弧齿线圆柱齿轮副齿面磨损量的影响。结果表明,输入转速和输入转矩越小,齿轮副的磨损量越小,齿轮的磨损越均匀;模数、传动比以及齿线半径的越大,齿轮副的磨损量越小,齿轮的磨损越均匀。

## 参 考 文 献

- [1] 赵韩,吴其林,黄康,等.国内齿轮研究现状及问题研究[J].机械工程学报,2013,49(19):11-20.  
ZHAO Han, WU Qilin, HUANG Kang, et al. China gear research status and problems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49 (19): 11-20.
- [2] ONISHCHENKO V. Investigation of tooth wears from scuffing of heavy duty machine spur gears [J]. Mechanism and Machine Theory, 2015, 83: 38-55.
- [3] 魏永峭,马登秋,吴阳,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮齿面曲率特性研究[J].工程科学与技术,2017,49(6):196-203.  
WEI Yongqiao, MA Dengqiu, WU Yang, et al. Research on the curvature properties of tooth surfaces of cylindrical gears with variable hyperbolic arcs [J]. Engineering Science and Technology, 2017, 49 (6): 196-203.
- [4] 陈帅,侯力,汤梦,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮动态接触特性分析[J].机械传动,2018,42(9):85-89.  
CHEN Shuai, HOU Li, TANG Meng, et al. Analysis of dynamic contact characteristics of cylindrical gear with variable hyperbolic arc tooth line [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2008, 42 (9) : 85-89.
- [5] 白青松,侯力,吴阳,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮接触面切向刚度分形模型研究[J].机械传动,2018,42(8):11-16.  
BAI Qingsong, HOU Li, WU Yang, et al. Research on the fractal model of tangential stiffness of contact surface of cylindrical gear with variable hyperbolic arc tooth line [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 42(8): 11-16.
- [6] 王淑仁,闫玉涛,丁津原.渐开线直齿圆柱齿轮啮合磨损试验研究[J].东北大学学报(自然科学版),2004,25(2):146-149.  
WANG Shuren, YAN Yutao, DING Jinyuan. Research on meshing wear test of involute spur gear [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science Edition), 2004, 25(2): 146-149.
- [7] KANG M R, KAHRAMAN A. An experimental and theoretical study of the dynamic behavior of double-helical gear sets [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 350: 11-29.
- [8] ARCHARD J F. Contact and rubbing of flat surfaces [J]. Journal of Applied Physics, 1953, 24(8): 981-988.
- [9] FLODIN A, ANDERSON S. Simulation of mild wear in spur gears [J]. Wear, 1997, 207(1): 16-23.
- [10] 胡波,黄平.渐开线直齿圆柱齿轮磨损的数值计算与分析[J].润滑与密封,2017,42(12):23-28.  
HU Bo, HUANG Ping. Numerical calculation and analysis of wear of involute spur gear [J]. Lubrication Engineering, 2017, 42(12): 23-28.
- [11] 张俊,卞世元,鲁庆,等.准静态工况下渐开线直齿圆柱齿轮齿面磨损建模与分析[J].机械工程学报,2017,53(5):136-145.  
ZHANG Jun, BIAN Shiyuan, LU Qing, et al. Modeling and analysis of tooth wear of involute spur gear under quasi-static conditions [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(5): 136-145.
- [12] 周长江,雷玉英,汪红兵,等.准静态与动态载荷下斜齿轮齿面粘着磨损计算[J].机械工程学报,2018,54(23):10-22.  
ZHOU Changjiang, LEI Yuying, WANG Hongbing, et al. Calculation of tooth surface adhesion wear of helical gear under quasi-static and dynamic loads [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(23): 10-22.
- [13] ZHOU C J, WANG H B. An adhesive wear prediction method for double helical gears based on enhanced coordinate transformation and generalized sliding distance model [J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 128: 58-83.
- [14] 罗岚,侯力,赵斐,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮传动几何特性分析[J].工程科学与技术,2018,50(1):171-179.  
LUO Lan, HOU Li, ZHAO Fei, et al. Analysis of geometric characteristics of variable hyperbolic circular gear tooth line cylindrical gear transmission [J]. Engineering Science and Technology, 2018, 50(1): 171-179.
- [15] 曹磊,侯力,赵斐,等.变双曲圆弧齿线圆柱齿轮精确三维建模研究[J].机械设计与制造,2019(S1):54-56.  
CAO Lei, HOU Li, ZHAO Fei, et al. Research on the accurate 3D modeling of circular cylindrical gear [J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2019(S1): 54-56.
- [16] 周亚田.渐开线直齿圆柱齿轮齿面磨损及其对齿面摩擦特性的影响研究[D].太原:太原理工大学,2019:11-16.  
ZHOU Yatian. Study on tooth surface wear of involute spur gear and its influence on tooth surface friction characteristics [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2019: 11-16.
- [17] 吴序堂.齿轮啮合原理[M].西安:西安交通大学出版社,2009:195-244.  
WU Xutang. Gear meshing principle [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2009: 195-244.
- [18] JANAKIRAMAN V, LI S, KAHRAMAN A. An investigation of the impacts of contact parameters on wear coefficient [J]. Journal of Tribology, 2014, 136(3): 69-74.
- [19] 赵斐,侯力,陈杨,等.圆弧齿线圆柱齿轮全齿面数学模型及切齿条件分析[J].吉林大学学报(工学版),2020,50(3):875-885.  
ZHAO Fei, HOU Li, CHEN Yang, et al. Mathematical model and generating condition analysis of cylindrical gear with circular arc tooth trace [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2020, 50(3): 875-885.

收稿日期:2020-09-28 修回日期:2020-10-23

基金项目:甘肃省自然科学基金(18JR3RA140)

作者简介:魏永峭(1988—),男,甘肃兰州人,博士,副教授;主要从事新型齿轮传动及摩擦学方面的研究。

通信作者:连智(1996—),男,甘肃庆阳人,在读硕士研究生;主要从事新型齿轮传动及摩擦学方面的研究。