

doi:10.3969/j.issn.1005-0329.2021.03.003

# 磁力搅拌湍流场的 PIV 测量及流场演变的 POD 分析

金洁<sup>1,2,3</sup>, 范赢<sup>4,5</sup>

(1. 上海大学 上海市力学在能源工程中的应用重点实验室, 上海市应用数学与力学研究所, 力学与工程科学学院, 上海 200072; 2. 兰州理工大学 能源与动力工程科学学院, 兰州 730050; 3. 甘肃省流体机械及系统重点实验室, 兰州 730050; 4. 河北工业大学 过程装备与控制工程系, 天津 300130; 5. 河北工业大学 工程流动与过程强化研究中心, 天津 300130)

**摘要:** 为了解磁力搅拌过程湍流特性, 对其开展了激光粒子图像测速 (PIV) 试验, 并进行了本征正交分解 (POD) 分析。分析表明, 在测量平面转子外部区域, 除平均流动, 含能量较高的流动结构为循环剪切流和转子旋转的尾涡结构。在搅拌槽底部具有较高的旋涡强度, 有利于固体颗粒悬浮。流体与转子之间的流-固耦合作用使转子产生振荡, 随转速升高, 系统稳定性下降, 平均流动含能降低, 小尺度结构含能增加, 涡流扩散增强, 有利于混合和反应进行。

**关键词:** 磁力搅拌; 湍流特性; PIV 测量; POD 分析

中图分类号: TH12

文献标志码: A

## PIV measurement of the magnetic stirring flow field and POD analysis of the dynamic structure

JIN Jie<sup>1,2,3</sup>, FAN Ying<sup>4,5</sup>

(1. Shanghai Key Laboratory of Mechanics in Energy Engineering, Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200072, China; 2. School of Energy and Power Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 3. Key Laboratory of Fluid Machinery and System of Gansu Province, Lanzhou 730050, China; 4. Department of Process Equipment and Control Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China; 5. Research Center of Engineering Fluid and Process Enhancement, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China)

**Abstract:** In order to understand the turbulent flow characteristics of the magnetic stirring process, the Laser Particle Image Velocimetry (PIV) experiment is carried out on them, and Proper Orthogonal Decomposition (POD) method is used to analyze them. As demonstrated by the results, in the outer region of the planar rotor, the flow structures with higher energy are the cyclic shear flow and wake vortex structure of rotor rotation. The swirling strength at the bottom of the stirring tank is higher, which is conducive to the suspension of solid particles except the average flow. The coupling between the fluid and the rotor causes the rotor to oscillate. With the increase of rotational speed, the system stability decreases, the average flow energy content decreases, the energy content of small-scale structure increases, and the vortex expansion is enhanced, which are conducive to progress of mixing and reaction.

**Key words:** magnetic stirrer; turbulence characteristics; PIV measurement; POD analysis

## 0 引言

搅拌过程是重要的化工单元操作之一, 广泛应用于石油、化工、医疗、食品等领域。搅拌过程的本质问题是其内部的流动问题, 搅拌过程产生的大尺度流动结构最终被黏性力消散为热, 具有复杂的多尺度性和时空关联性, 了解其流动的详

细信息, 对理解搅拌过程和相关设备的优化设计具有重要意义。

在工业生产中, 经常会遇到有毒有害的情况, 并且一些混合和反应过程需要反应物与外界物质严密隔绝, 从而对装置的密封性要求越来越高。磁力驱动搅拌反应器可以较好地解决密封问题, 从而得到了广泛的使用, 但是针对磁力搅拌反应

收稿日期: 2020-04-09 修稿日期: 2020-10-30

基金项目: 国家自然科学基金项目 (11572357)

器内部流动特性的研究鲜有报道。

因磁力搅拌器驱动方式的特殊性, 无法进行相位解析分析, 从而能够获得的流动信息非常有限。如果需要进一步研究其流动特性, 通过对时间序列数据进行深度挖掘, 从而提取特征信息是一种有效的途径。本征正交分解 (POD) 是一种大批量数据处理方法<sup>[1-2]</sup>, 通过对流场进行尺度分解, 将无穷大维的湍流进行降低维度近似处理, 从而识别出流动中不同尺度的流动结构, 该方法在传统机械搅拌流动特性研究已有部分应用<sup>[3-5]</sup>。MOREAU 等<sup>[6]</sup>采用 POD 方法分离了 Rushton 桨搅拌过程的周期性脉动与湍流随机脉动。YIANNESKIS 等<sup>[7]</sup>利用 POD 方法分析了 PBT 桨搅拌容器中的宏观不稳定性, 其表现为叶轮轴线周围的进动涡旋, 并导致叶轮射流径向振荡。LINE 等<sup>[8]</sup>利用 POD 方法处理搅拌过程 PIV 试验数据, 避免了相位解析分析, 并能够有效地估计搅拌过程的动能传递过程。对于搅拌过程的流动特性研究, POD 方法是一种有效的分析方法, 但针对磁力搅拌过程流动特性研究未有报道。

综上所述, 为了更好地理解磁力搅拌过程的流动特性和工作机理, 对磁力搅拌过程开展了 PIV 试验研究, 通过对试验数据进行 POD 分析, 并结合功率谱分析和涡检测方法, 分析其工作过程不同尺度的流动结构及其时空关联特性, 不同转速对流动特性的影响, 从而为磁力搅拌反应器的优化设计提供依据。

## 1 试验设置与数据处理方法

### 1.1 试验系统与装置

系统布置和主要结构参数如图 1, 2 所示。搅拌槽为平底方形截面, 搅拌槽直径  $T=160\text{ mm}$ , 由透明亚克力制成。转子采用无节磁力转子, 直径  $D=60\text{ mm}$ , 高度  $B$  为  $10\text{ mm}$ 。试验工作液为  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  的清水。搅拌系统采用德国 IKA 磁力搅拌反应器, 具有良好稳定性。测试系统采用德国 PIV 测试系统, 相机型号 Image MX4M, 分辨率为  $2048\times 2048$  像素, 激光器采用某公司的 LPY700 系列 ( $100\text{ Hz}$ ,  $100\text{ mJ}$ )。测试采用 2D-2C 测量方法, 测量平面为通过轴心并与搅拌槽侧壁垂直的平面。试验过程存在强烈的反射影响, 故采用激光诱导荧光技术, PS 荧光示踪粒子粒径为  $20\sim 50\text{ }\mu\text{m}$ , 密度为  $1.05\text{ g/cm}^3$ , 触发激光波长为

$532\text{ nm}$ , 诱导荧光发射波长为  $612\text{ nm}$ , 在相机前布置  $540\text{ nm}$  高通滤波片, 去除反射光影响。转子转速为  $300\sim 600\text{ r/min}$  ( $N=5\sim 10\text{ s}^{-1}$ ), 雷诺数约为  $1.8\times 10^5\sim 3.6\times 10^5$ , 采样频率为  $80\text{ Hz}$ , 数据计算查询窗口采用  $32\times 32$  像素, 重叠率  $75\%$ , 物理距离为  $0.837\text{ mm}$ 。

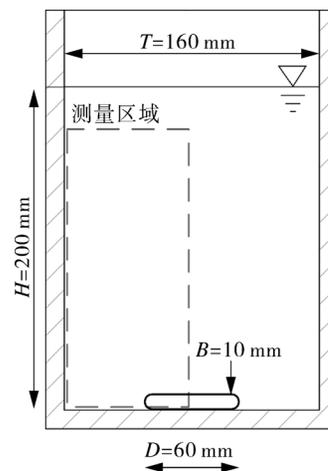


图 1 测量区域和主要结构参数

Fig.1 The measurement area and main structural parameter

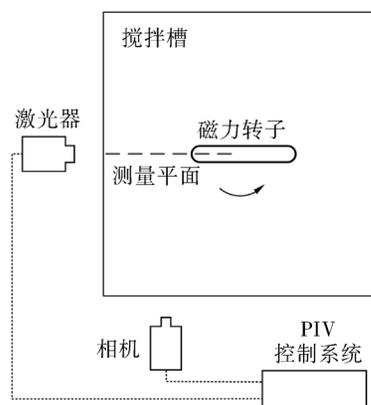


图 2 系统布置

Fig.2 General arrangement of test system

### 1.2 数据处理方法

POD 分解是源于谱理论的数理统计方法, 为对湍流信号进行线性化近似, 需要先确定一组基函数, 使得瞬态信号在基函数上的投影与原信号最接近, 数学表述即:

$$\max_{\psi} \frac{\langle (u, \psi)^2 \rangle}{\langle \psi, \psi \rangle} = \frac{\langle (u, \phi)^2 \rangle}{\langle \phi, \phi \rangle} \quad (1)$$

式中  $u$ ——被分解的原始信号;  
 $\psi$ ——所有基函数;  
 $\phi$ ——与原信号内积最大基函数。

若内积看作是信号在基函数空间上的投影,那么在 $\{\phi\}$ 上的投影与原信号最接近。投影最大化的基函数需要满足下式:

$$\int_{\Omega} [u(x,t)u^*(x',t)] \phi(x') dx' = \lambda \phi(x) \quad (2)$$

这个问题的核心转化为二阶相关函数 $[u(x,t)u(x',t)]$ 的特征分解问题。因该矩阵是满秩的,基函数相互正交,原信号在这组基函数上的投影不相关。经过投影后,原信号实现了线性化处理,对于任意时刻的信号可进行重构,表达式如下:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^N \theta^{(k)}(t) \phi^{(k)}(x) \quad (3)$$

式中  $\theta(t)$  ——时间系数。

POD方法有直接POD法<sup>[9]</sup>和快照POD法<sup>[10]</sup>。在湍流研究领域,计算主要采用快照POD法,具体计算过程如下,首先将不同时刻的数据构造成矩阵形式,表达式为:

$$u(x) = \begin{bmatrix} u_1(x_1) & u_1(x_2) & \cdots & u_1(x_m) \\ u_2(x_1) & u_2(x_2) & \cdots & u_2(x_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n(x_1) & u_n(x_2) & \cdots & u_n(x_m) \end{bmatrix} \quad (4)$$

矩阵 $u(x)$ 的每一行为单次采样得到的所有空间点的值,也就是整个空间点上某一时刻整场的瞬态数据。相关矩阵计算式如下:

$$C = \frac{1}{n} [u(x)u(x)^T] \quad (5)$$

对相关矩阵进行特征分解,计算式如下:

$$CA = \lambda A \quad (6)$$

通过特征分解的特征向量与原始数据来计算基函数,计算式如下:

$$\phi(x) = u(x)A \quad (7)$$

此时的基函数并不是标准正交基,将其与自身的二范数进行归一化后为POD模态,并将原始数据进行投影获得时间系数 $\theta$ 。

## 2 结果与讨论

### 2.1 宏观统计分析

本研究所采用的是双叶片磁力转子,每个叶片通道对应角度为 $180^\circ$ 。测量速度与叶尖速度

$U_{tip} (\pi ND)$ 无量纲化,空间距离与搅拌槽直径 $T$ 无量纲化,300 r/min工况下3000个快照的无量纲时均速度场如图3所示。转子旋转过程流体由径向排出,由于搅拌槽壁面的作用,高速流体与壁面接触后流动方向改变,在容器中形成大的循环回路,因速度方向急剧改变,在搅拌槽角落形成低速区。流体上升过程中,搅拌槽上方的流体速度分布较小。搅拌槽的底部为高速区,最高速度在转子出口附近,时均速度最高值约为0.23倍的叶尖速度。

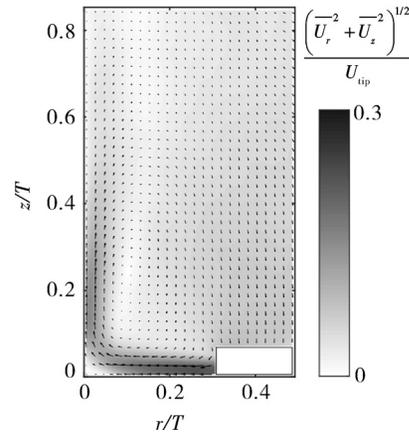


图3 无量纲时均速度场

Fig.3 The dimensionless time-averaged velocity field

功率谱分析方法是获得时间序列中脉动信息的时序分析方法。本研究主要针对低频的大尺度流动结构进行分析和提取,采样频率满足Nyquist采样定理要求。通过采用周期图表法对脉动速度进行功率谱分析,结果如图4所示。

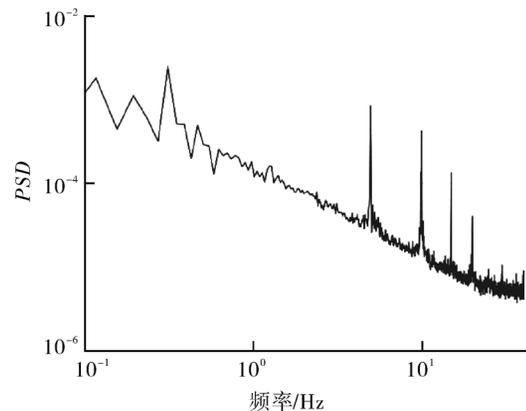


图4 脉动速度功率谱

Fig.4 Power spectral density (PSD) of fluctuation velocity

峰值分别出现在0~1 Hz低频处、轴频及其倍频处,产生的原因是叶片通道产生的周期性流动

结构及其谐波和一种低频率的大尺度流动结构。对于速度时间序列, 只能获取宏观流型和功率谱等有限信息。如果需要获取更多的流动信息还需对数据进一步处理。

### 2.2 POD 分析

对 3 000 个 PIV 快照进行 POD 分解, 计算过程不包括转子内部区域, 分解所得到的特征值代表测量平面内各模态对总能量的贡献率。图 5 示出了前 200 阶模态的能量分布规律。1 阶模态含能量约占 51%, 所占能量比例最高, 其代表了平均流动结构。然而与机械搅拌相比, 一阶模态相对含能较低, 说明磁力搅拌过程脉动速度具有较高能量占比。低阶模态为高能模态, 9 阶以上模态所含能量已经处于 1% 以下, 前 8 阶模态约占总能量的 71%, 可基本代替整体流动。

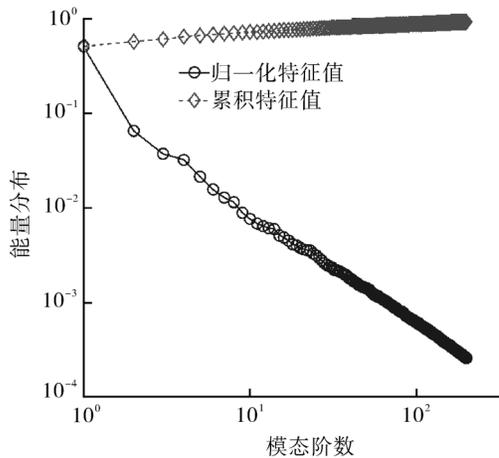


图 5 POD 模态能量分布规律

Fig.5 Energy distribution rules of POD modes

POD 模态的时间行为可由时间系数  $\theta$  描述, 图 6 示出无量纲时间系数, 1 阶模态时间系数接近于常数, 表明该模态在流动过程中几乎无变化, 说明其与平均流动有关, 而其余模态时间系数呈波动性, 为脉动速度。由于 POD 分解原理, 各模态按能量来进行提取, 模态可能包含多种流动结构, 模态的时间系数呈现多频率的叠加态。POD 分解后, 模态能量按降序排列, 低阶模态是流动过程的主要流动结构, 具有较高能量, 分解后的低阶模态空间分布如图 7 所示, 1 阶模态与平均流动的整体分布规律基本吻合, 2~4 阶模态和 6 阶呈现了最大尺度的循环剪切流结构, 5, 7, 8 阶模态呈现了典型的转子旋转产生的尾涡结构。通过对 2~8 阶模态的时间系数信号进行功率谱分析, 获得了模态功率谱分布规律。

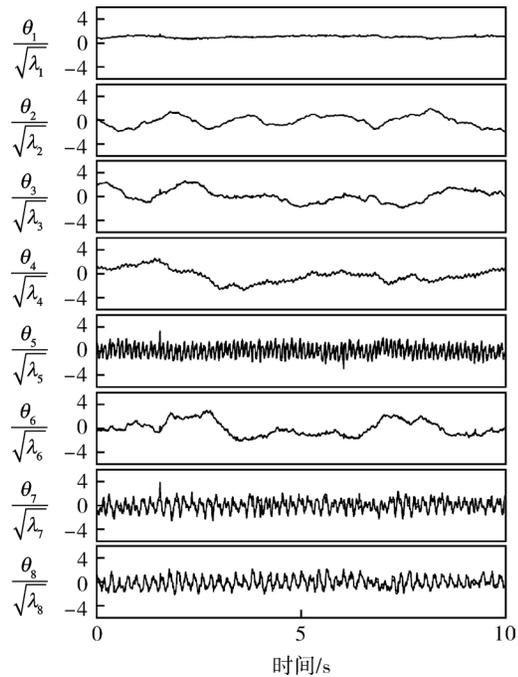


图 6 POD 时间系数分布规律

Fig.6 The distribution rules of POD time coefficient

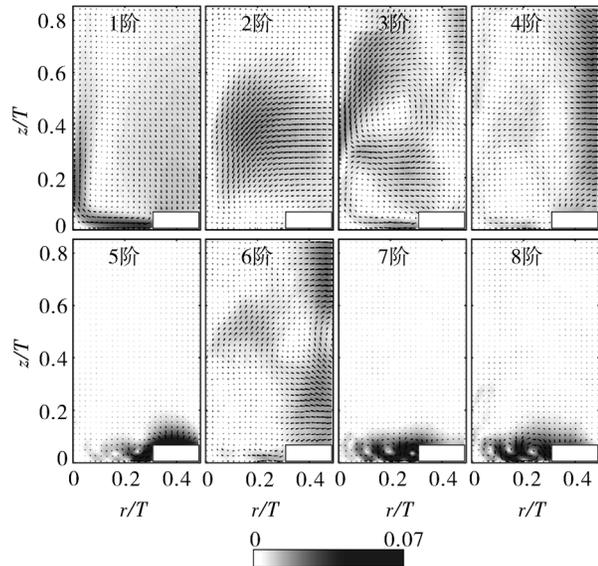


图 7 POD 空间模态分布

Fig.7 The distribution of POD spatial modes

如图 8 所示, 2~4 阶与 6 阶模态频率峰值均在 0~1 Hz 之间, 为低频的流动结构, 5 阶与 7, 8 阶模态峰值均分布在 5 Hz 和 10 Hz 附近, 与磁子旋转频率有关。说明在搅拌过程, 周期性射流剪切形成的尾涡结构和大尺度的循环剪切流是平均流动外的高能流动结构。分析结果与脉动速度功率谱分析结果一致, 说明 POD 方法可以有效提取磁力搅拌流动过程的高能结构。

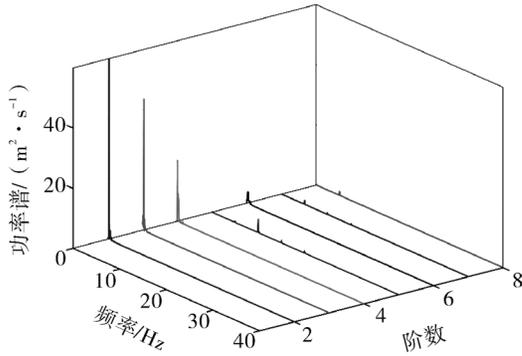


图8 POD 模态功率谱分布

Fig.8 The PSD distribution of POD modes

将 2~4 和 6 阶模态重构, 所获得了大尺度的循环剪切流结构, 图 9 示出重构的瞬时流动结构, 磁子旋转推动流体运动, 形成在容器内的主体流动, 流体运动过程遇到侧壁时, 运动方向发生改变, 形成向上的运动。这些高速流体在运动过程中, 与周围流体发生剪切, 并形成大尺度的涡旋结构, 当达到一定程度时, 导致涡旋脱落, 形成低频的大尺度流动结构。流动所包含的能量比可由其特征值表述, 重构后此流动结构约占总动能的 15%, 这类结构可能对系统的稳定运行产生一定影响, 但在一定程度会促进对流扩散。

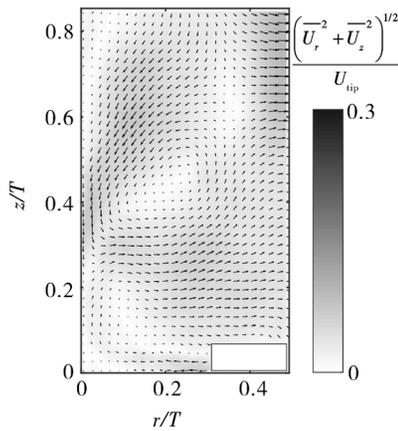


图9 循环剪切流无量纲瞬时速度场

Fig.9 The dimensionless instantaneous velocity field of cyclic shear flow

将 5, 7, 8 阶模态重构, 可获得尾涡结构, 重构流场约占总能量的 5%, 重构瞬时速度场如图 10 所示, 任意 8 个连续时刻可以涵盖一个叶片通道周期内的流动规律。磁子旋转与周围流体发生相对运动形成绕流, 由于剪切作用, 在磁子的后方形成了较规则的尾涡结构。同时, 磁子也会推动流体向壁面运动, 2 种流动共同作用, 导致尾涡向侧壁方向运动, 在容器底部形成了周期性的流动结

构。在叶片通道周期内, 高速区在转子出口附近。对于不同周期, 呈现类似的脉动速度分布, 为典型的周期性流动结构。基于速度梯度张量的涡旋强度  $\lambda_{ci}$  准则可以有效检测涡旋结构<sup>[11]</sup>。

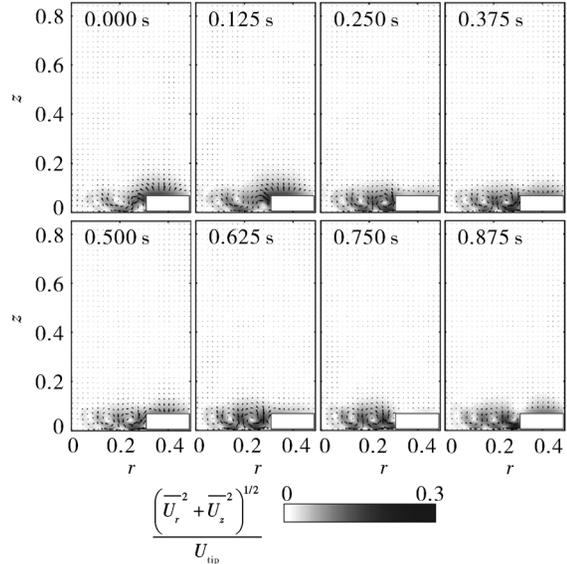


图10 重构无量纲瞬时速度场

Fig.10 Reconstruction of instantaneous dimensionless velocity field

图 11 示出重构的瞬时涡旋强度  $\lambda_{ci}$  云图。

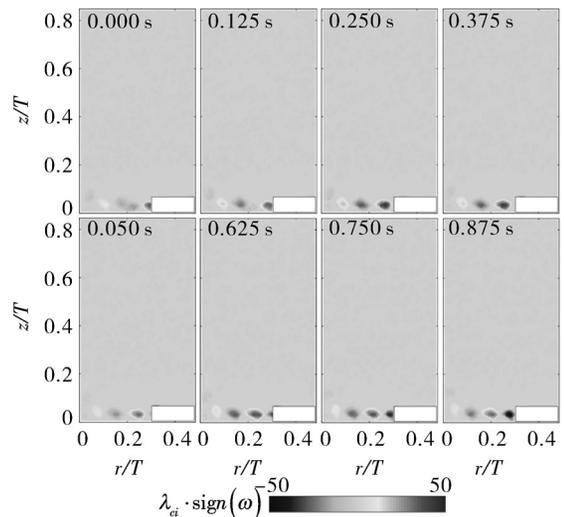


图11 重构瞬时涡旋强度场  $\lambda_{ci} \cdot \text{sign}(\omega)$

图11 Reconstruction of instantaneous swirling strength field  
 涡旋强度  $\lambda_{ci}$  不能反映涡旋旋转的方向, 其旋转方向采用涡量的旋转方向, 涡旋结构主要分布在叶轮出口附近, 与重构的速度分布规律基本一致。随着转子旋转, 尾涡结构沿径向运动, 产生的尾涡结构旋转方向交替变化, 整个尾涡生成至耗散过程均处于搅拌槽的底部。尾涡结构尺度与转

子出口宽度基本一致,但远小于循环剪切流尺度。9~3 000 阶模态重构流场约占总动能的 29%,没有特定的流动结构,呈现随机脉动,搅拌槽内具有较高的湍动水平。

图 12 示出了 400, 500 和 600 r/min 工况下的脉动速度功率谱密度分布。不同转速下的分布规律基本一致,峰值均出现在 0~1 Hz 的低频处和桨叶旋转频率其倍频处,说明转速变化并不会改变

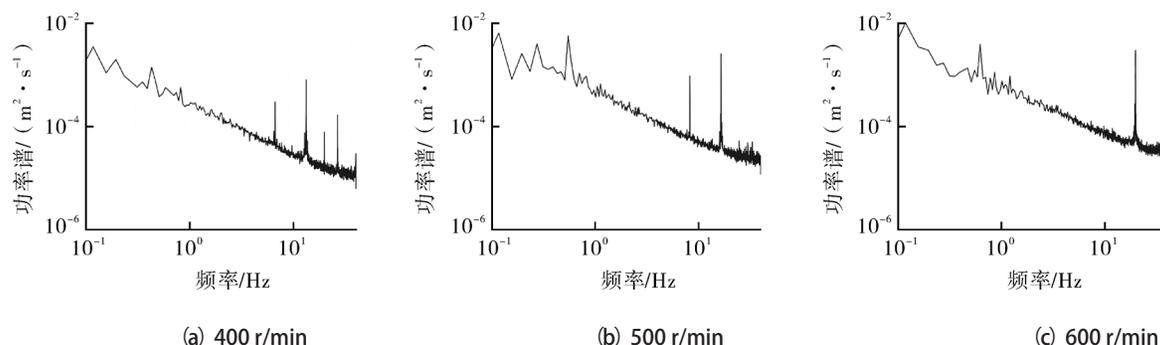


图 12 不同转速工况下脉动速度功率谱

Fig.12 The PSD of fluctuation velocity

图 13 示出不同转速的 POD 能量分布,整体分布规律一致,但随着转速升高,平均流动所占能量比例降低,600 r/min 与 300 r/min 相比,平均流动模态所占比例下降了约 8%,说明脉动部分包含能量增加,转子振荡导致脉动增强,小尺度结构含能增加,涡流扩散能力增强,从而产生这种现象。

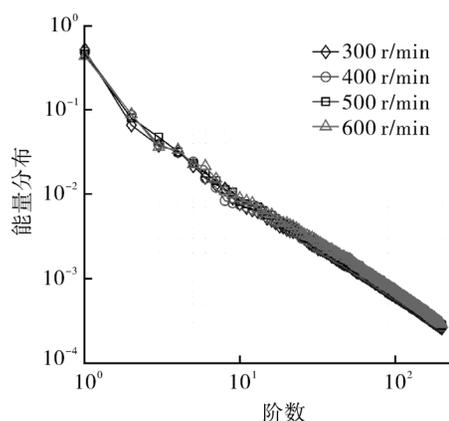


图 13 不同转速 POD 能量分布规律

Fig.13 POD energy distribution rules at different rotation speeds

### 3 结语

对于化工装备及相关工艺设计,需经过小试

搅拌过程的流型,也不会产生新的低频率大尺度流动结构。磁力搅拌与传统搅拌存在结构差异,通过磁力驱动,磁子与驱动端无刚性连接,磁子与流场存在强烈的耦合作用,导致转动过程容易产生振荡,从而产生扰动。转速越高,振荡越剧烈,当转速达到 600 r/min 时,系统出现不稳定,如果需要更高的转速,需要采用直径更小的转子。

到中试等阶段,其中主要原因是运行过程中流动状态尚不明确,所以了解搅拌过程流动特性具有重要的科学和工程意义。通过对磁力搅拌过程进行 PIV 试验研究,并利用 POD 方法结合涡检测、功率谱进行分析,结果表明,POD 方法可以有效的将不同尺度的流动结构分离,在转子外部区域,当转速为 300 r/min 时,平均流动所占能量约 51%,除平均流动,含能量较高的流动结构为循环剪切流和转子旋转所形成的尾涡结构。搅拌过程,尾涡结构均位于搅拌槽底部,有利于固体颗粒的悬浮。系统运行过程流体与转子之间的流-固耦合作用使转子产生振荡,导致系统稳定性下降。随着转速升高,平均流动含能降低,与机械搅拌不同。转速 600 r/min 与 300 r/min 工况相比,平均速度模态所占比例下降了约 8%,而小尺度结构含能增加,增强了涡流扩散。通过该研究为了解磁力搅拌工作过程流动机理、产品优化设计、运行参数选择等提供了依据,同时也为 CFD 计算提供了参考样本。

参考文献:

- [1] BERKOOZ G, HOLMES P, LUMLEY J L. The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows [J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1993, 25 (1): 539-575.

(下转第 51 页)

- [8] 梁利华, 宁继鹏, 史洪宇. 基于 AMESim 与 ADAMS 联合仿真技术的减摇鳍液压系统仿真研究 [J]. 机床与液压, 2009 (8) :210-212.  
LIANG L H, NING J P, SHI H Y. Simulation research of fin stabilizer hydraulic system based on AMESim and ADAMS co-simulation [J]. Machine Tool & Hydraulics, 2009 (8) :210-212.
- [9] ZHANG J, JIANG Z, WANG Y, et al. Numerical simulation and experimental study on plate valve transient motion and fatigue fracture principles [J]. International Journal of COMADEM, 2014, 17 (2): 17-27.
- [10] DENNIS, ROSKOSCH, VALERIUS, et al. Thermodynamic model for reciprocating compressors with the focus on fluid dependent efficiencies [J]. International Journal of Refrigeration, 2017, 82: 104-116.

作者简介: 张进杰 (1987), 男, 副教授, 研究方向为往复机械故障监测诊断与节能降耗, 通信地址: 100029 北京市北三环北京化工大学高端机械装备健康监控与自愈化北京市重点实验室, E-mail: zjj87427@163.com.

本文引用格式:

张进杰, 孙旭, 江胜飞. 基于多系统联合仿真的变负荷工况下往复压缩机动态特性研究 [J]. 流体机械, 2021, 49 (3) :46-51.  
ZHANG J J, SUN X, JIANG S F. Study on dynamic characteristics of reciprocating compressor under variable load conditions based on multi-system co-simulation [J]. Fluid Machinery, 2021, 49 (3) :46-51.

(上接第 19 页)

- [2] BALTZER J R, ADRIAN R J. Structure, scaling, and synthesis of proper orthogonal decomposition modes of inhomogeneous turbulence [J]. Physics of Fluids, 2011, 23 (1) :015107.
- [3] LAMOTTE A D, DELAFOSSE A, CALVO S, et al. Analysis of PIV measurements using modal decomposition techniques, POD and DMD, to study flow structures and their dynamics within a stirred-tank reactor [J]. CES., 2018, 178:348-366.
- [4] DOULGERAKIS Z, YIANNESKIS M, DUCCI A. On the interaction of trailing and macro-instability vortices in a stirred vessel-enhanced energy levels and improved mixing potential [J]. Chemical Engineering Research & Design, 2009, 87 (4) :412-420.
- [5] LINÉ A. Eigenvalue spectrum versus energy density spectrum in a mixing tank [J]. Chem. Eng. Res. Des., 2015, 108:13-22.
- [6] MOREAU J, LINE A. Proper orthogonal decomposition for the study of hydrodynamics in a mixing tank [J]. AIChE J., 2006, 52 (7) :2651-2655.
- [7] DOULGERAKIS Z, YIANNESKIS M, DUCCI A. On the manifestation and nature of macroinstabilities in stirred vessels [J]. AIChE J., 2011, 57 (11) :2941-2954.
- [8] LINÉ A, GABELLE J C, MORCHAIN J, et al. On POD analysis of PIV measurements applied to mixing in a stirred vessel with a shear thinning fluid [J]. Chemical Engineering Research & Design, 2013, 91:2073-2083.
- [9] MOIN P, MOSER R D. Characteristic-eddy decomposition of turbulence in channel [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 200 (1) :471-509.
- [10] SIROVICH L. Turbulence and the dynamics of coherent structures. I-Coherent structures [J]. Quart. Appl. Math., 1987, 45:561-571.
- [11] ZHOU J, BaLACHANDAR S, ADRIAN R J. Mechanisms for generating coherent packet of hairpin vortices in near-wall turbulence [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1999, 387:353-396.
- [12] 高波, 陈来祚, 荀文波, 等. 不同间距比下错列双平板绕流流场的 PIV 测量与 POD 分析 [J]. 流体机械, 2020, 48 (9) :18-22.  
GAO B, CHEN L Z, GOU W B, et al. PIV measurement and POD analysis of flow field around two staggered plates with different spacing ratio [J]. Fluid Machinery, 2020, 48 (9) :18-22.

作者简介: 金洁 (1984), 女, 讲师, 在职博士, 主要从事流体机械设计理论、实验流体力学方面的研究, 通信地址: 730050 甘肃省兰州市七里河区兰工坪路 287 号兰州理工大学能动学院, E-mail: jinjie01@sina.com.

本文引用格式:

金洁, 范赢. 磁力搅拌湍流场的 PIV 测量及流场演变的 POD 分析 [J]. 流体机械, 2021, 49 (3) :14-19.  
JIN J, FAN Y. PIV measurement of the magnetic stirring flow field and POD analysis of the dynamic structure [J]. Fluid Machinery, 2021, 49 (3): 14-19.