

基于星凸形随机超曲面模型多扩展目标多伯努利滤波器

陈辉¹ 杜金瑞¹ 韩崇昭²

摘要 针对复杂不确定性环境下具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题,提出了一种基于星凸形随机超曲面模型(Star-convex RHM)的多扩展目标多伯努利滤波算法.首先,在有限集统计(Finite set statistics, FISST)理论框架下,采用多伯努利随机有限集(MBer-RFS)和泊松 RFS(Poisson-RFS)分别描述多扩展目标的状态和观测,并给出扩展目标势均衡多目标多伯努利(ET-CBMeMBer)滤波器.其次,利用 RHM 去描述任意星凸形扩展目标的量测源分布,提出了容积卡尔曼高斯混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器.此外,本文给出了一种多扩展目标不规则形状估计性能的评价指标.最后,通过多扩展目标和具有形状突变的多群目标的跟踪仿真实验验证了本文方法的有效性.

关键词 多扩展目标跟踪, 随机超曲面模型, 多伯努利滤波器, 容积卡尔曼

引用格式 陈辉, 杜金瑞, 韩崇昭. 基于星凸形随机超曲面模型多扩展目标多伯努利滤波器. 自动化学报, 2020, 46(5): 909–922

DOI 10.16383/j.aas.c180130

A Multiple Extended Target Multi-Bernoulli Filter Based on Star-convex Random Hypersurface Model

CHEN Hui¹ DU Jin-Rui¹ HAN Chong-Zhao²

Abstract Considering the tracking of multi-extended target with irregular shape in complicated and uncertain environment, this paper proposes a multi-extended target multi-Bernoulli filtering algorithm based on star-convex random hypersurface model (RHM). First, in the framework of finite set statistics (FISST), the multi-Bernoulli random finite set (MBer-RFS) and Poisson-RFS are used to model multi-extended target state and measurement respectively, and then the extended target cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli (ET-CBMeMBer) filter is given. Subsequently, using RHM to represent the measurement source distribution of any star-convex extended target, this paper proposes the cubature Kalman Gaussian mixture Star-convex multi-extended target multi-Bernoulli filter. Besides, this paper also gives a performance metric which can evaluate the irregular shape estimation of multi-extended target. Finally, the effectiveness of the proposed method is verified by the tracking simulations of multi-extended target and multi-group target with sudden shape change.

Key words Multiple extended target tracking, random hypersurface model, multi-Bernoulli filter, cubature Kalman

Citation Chen Hui, Du Jin-Rui, Han Chong-Zhao. A multiple extended target multi-Bernoulli filter based on star-convex random hypersurface model. *Acta Automatica Sinica*, 2020, 46(5): 909–922

多目标跟踪 (Multiple target tracking, MTT) 技术^[1–4] 是一个时变联合决策与估计的问题,一直是信息融合研究领域中的难点.一般来说, MTT

的目的是从具有复杂不确定性的多源量测信息中对多目标的数目(势)和状态进行有效的联合估计.传统 MTT 算法一般针对的是点目标,因为在传统跟踪环境和传感器检测条件下,目标以一定的检测概率对应传感器的一个分辨率单元.在这种情况下,每个目标都可以被建模为一个没有空间范围的点.然而,随着传感器的分辨率不断提高,一个目标的检测信号往往会对应传感器的多个分辨单元,特别是近距离目标的检测更容易呈现这种“扩展”特性,如濒海监视、自主式武器、机器人技术等.一个目标可以由多个量测源产生多个量测,这样的目标可称之为扩展目标(Extended target, ET).此外,群目标(Group target, GT)跟踪问题在近些年也颇受关注,而群目标往往是由多个具有相似运动属性的子目标所构成,例如低空飞行的飞机编队,

收稿日期 2018-03-06 录用日期 2018-07-23

Manuscript received March 6, 2018; accepted July 23, 2018

国家自然科学基金(61873116, 51668039), 甘肃省科技计划项目(18YF1GA065, 18JR3RA137), 国防基础科研项目(JCKY2018427C002)资助

Supported by National Natural Science Foundation of China (61873116, 51668039), Gansu Provincial Science and Technology Planning of China (18YF1GA065, 18JR3RA137), and National Defense Basic Research Project (JCKY2018427C002)

本文责任编辑 郭戈

Recommended by Associate Editor GUO Ge

1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院 兰州 730050 2. 西安交通大学电子与信息工程学院综合自动化研究所 西安 710049

1. School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050 2. Institute of Integrated Automation, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049

多发齐射的导弹、海中鱼群、动物迁徙、移动部队等。很多情况下,其实并不需要对每个子目标分别进行跟踪,而群目标所表现出的整体运动特征和空间形状才是跟踪估计的重点。如此看来,群目标和扩展目标的跟踪方法是类似的。扩展目标跟踪(ET tracking, ETT)^[5-8]问题在近些年来备受瞩目,尤其针对扩展目标的形状估计方法的研究取得了一些很有价值的研究成果。与此同时,在现实系统的目标跟踪应用中,对多个扩展目标进行跟踪的问题亟待解决。由于每个扩展目标就对应多个量测,目标与量测之间的关联关系变得更加的模糊和不确定,这进一步加剧了 MTT 问题求解的难度。近些年, Mahler 基于有限集统计(Finite set statistics, FISST)理论^[9-10]的 MTT 方法因其避免了解决复杂的数据关联问题而广受关注。该理论利用随机有限集(Random finite set, RFS)建模多目标的状态集和量测集,在贝叶斯滤波的理论框架下,可根据每个采样周期传感器接收的量测集合直接递推多目标概率密度函数。多目标贝叶斯滤波器的求解要应对多目标状态的联合概率分布和多目标状态空间上的多重积分带来的复杂性,一般不存在闭式解。有鉴于此,一些学者采用原理性的近似方法提出了一些颇为有效的最优多目标滤波器^[10-16],包括多目标矩递推滤波器^[11-12]和形式多样的(有标签和无标签)多伯努利(Multi-Bernoulli, MBER)滤波器^[13-16]。而 MBER 滤波器利用多个 MBER 过程直接近似递推了多目标后验概率密度,这使得 MTT 问题的求解更加直观和便利。Mahler 最先提出了多目标多伯努利(Multi-target multi-Bernoulli, MeMBER)滤波器^[10],而 Vo 等修正了 MeMBER 滤波器的势偏差,利用概率生成泛函(Probability generating functional, PGFl)假设了一种势均衡策略,提出了势均衡多目标多伯努利(Cardinality balanced MeMBER, CBMeMBER)滤波器^[13]。由于不存在闭式解,Vo 等同时给出了 CBMeMBER 滤波器的两种实现方式,即 CBMeMBER 的高斯混合(Gaussian mixture, GM)实现和序贯蒙特卡罗(Sequential Monte Carlo, SMC)实现。CBMeMBER 滤波器已被应用于音-视频中人的跟踪、语音定位与识别以及传感器管理等问题^[17-20]。

本文重点考虑具有不规则形状的 ETT 问题。扩展目标的量测模型包括两个要素,即每个目标产生的量测数目模型^[21-22]以及它们的空间分布模型。这些取决于传感器的特性和被跟踪的目标类型。ETT 是对能够产生多个空间分布量测的目标进行跟踪,但对于几乎所有的 ETT 概率模型,似然函数的封闭求解遇到了极大的困难,因为它涉及到对目标的所有可能的量测源进行积分。已有的研究成果

解决不规则形状 ETT 有两种主要的思路。一种是利用目标的椭圆形状假设, Lan 等提出了利用多个子椭圆(目标)去逼近一个整体不规则形状的多子目标随机矩阵方法^[23-24],该方法采用高斯逆 Wishart 共轭先验假设^[25-27],在子椭圆个数已知的条件下,基于扩展目标的多个量测与子椭圆关联事件的概率假设,通过贝叶斯递推估计加权得到扩展目标的运动状态和形状。该方法目前仅适用于单扩展目标跟踪的情况,而且也未能考虑量测中的杂波虚警。同时,该方法针对的是子椭圆个数恒定且先验已知,并没有给出子椭圆个数发生变化时的确定方法,实际上,不同的目标其不规则形状的复杂程度是不一样的,而且扩展目标的不规则形状可能是时变的,这种情况下该方法就很难自适应目标不规则形状的变化。此外,这种方法的估计质量不仅受限于不同目标的子椭圆的假设个数,而且,用椭圆去近似目标的局部轮廓特征尚显粗略。另一种经典方法是 Baum 等提出的随机超曲面模型(Random hypersurface model, RHM)^[28-31]。RHM 是为更一般的星凸形不规则轮廓而设计的。最原始的随机超曲面模型是 Baum 等基于椭圆目标提出的量测源建模方法,它是基于空间分布和集论模型提出的一种新的随机集模型,其测量源被认为是超曲面的一个元素。随后在文献[28]中, Baum 等通过参数化形状边界给出星凸 RHM 模型,实现从基本形状到任意星凸形状的描述。该方法采用径向函数描述任意星凸形目标形状,并利用傅里叶系数对径向函数进行参数化,通过缩放形状轮廓,将扩展目标跟踪问题简化为曲线拟合。该方法假设量测源位于形状边界的缩放版本上,其中收缩因子被建模为一个随机变量。通过这种方式,可以推导出测量和形状参数之间函数关系,得到一个能够近似表达的量测方程,为运动参数和形状参数的递推估计提供了基础。星凸形 RHM 直接对不规则目标形状进行建模,可结合递推贝叶斯滤波器对目标的不规则形状进行在线估计,这对目标的检测、跟踪与识别问题的解决具有重要的现实意义。近些年,有学者已经利用概率假设密度(Probability hypothesis density, PHD)滤波器基于 RHM 去求解具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题^[32],并已通过实验验证了该方法能对多扩展目标的不规则形状和运动参数进行有效的联合估计。本文将结合多伯努利滤波器,基于星凸形 RHM 对具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题进行深入的研究。

本文的主要工作描述如下:首先,考虑目标的不确定性和量测的不确定性,针对具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题,利用 MBER-RFS 和 Poission-RFS 分别描述多扩展目标的状态集合和量测集合。其次,采用可以描述任意星凸形目标的

RHM 对量测源分布进行建模, 并结合容积卡尔曼滤波 (Cubature Kalman filter, CKF) 基于三阶球面-径向容积准则对 RHM 的非线性伪量测似然函数进行求解, 详细推导具有不规则形状的容积卡尔曼高斯混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器的具体实现. 此外, 本文给出了一种能够评测形状估计的性能指标, 用于客观评价多扩展目标不规则形状的估计性能. 最后, 通过构造多扩展目标和具有形状突变的多群目标的跟踪仿真实验, 验证了本文方法的有效性.

1 问题描述

1.1 多伯努利随机有限集

多伯努利 RFS 可认为是确定数目且相互独立的单伯努利 RFS 的集合. 所以, 首先用 $X^{(i)}$ 来表示第 i ($i = 1, \dots, M$) 个单伯努利 RFS, 它可联合用存在概率 $r^{(i)}$ 和状态分布 $p^{(i)}$ 来表示^[13]. 若 \emptyset 表示空集, $X^{(i)}$ 的概率密度为

$$\pi(X^{(i)}) = \begin{cases} 1 - r^{(i)}, & X^{(i)} = \emptyset \\ r^{(i)} \cdot p^{(i)}(\mathbf{x}), & X^{(i)} = \{\mathbf{x}\} \end{cases} \quad (1)$$

那么, 状态空间 \mathcal{X} 上的多伯努利 RFS X 可表示为 $X = \bigcup_{i=1}^M X^{(i)}$, 它的概率密度函数为 $\pi(\emptyset) = \prod_{j=1}^M (1 - r^{(j)})$, 且

$$\pi(\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}) = \pi(\emptyset) \sum_{1 \leq i_1 \neq \dots \neq i_n \leq M} \left(\prod_{j=1}^n \frac{r^{(i_j)} p^{(i_j)}(\mathbf{x}_j)}{1 - r^{(i_j)}} \right) \quad (2)$$

其中, $r^{(i_j)}$ 和 $p^{(i_j)}$ 分别为第 i_j 个单伯努利 RFS 的存在概率和概率密度函数.

多扩展目标 k 时刻的状态集 $X_k = \{\mathbf{x}_k^{(i)}\}_{i=1}^{M_k}$ 可以建模为多伯努利 RFS, 其中 $\mathbf{x}_k^{(i)}$ 表示 k 时刻第 i 个目标的状态. X_k 的概率密度可以用一组参数 $\pi_k = \{(r_k^{(i)}, p_k^{(i)})\}_{i=1}^{M_k}$ 来描述, M_k 表示扩展目标个数. 假设 k 时刻的传感器的量测集为 $\{Z_k = \mathbf{z}_k^{(i)}\}_{i=1}^{N_z}$, 其中 $\mathbf{z}_k^{(i)}$ 表示 k 时刻传感器对第 i 个目标的量测集合, 包括源于目标的量测和杂波两部分. 本文采用 Gilholm 等提出的泊松模型来描述单扩展目标的似然函数^[21-22]

$$L_{\mathbf{z}_k^{(i)}}(\mathbf{x}_k^{(i)}) = e^{-\gamma(\mathbf{x}_k^{(i)})} \prod_{\mathbf{z}_k \in \mathbf{z}_k^{(i)}} \gamma(\mathbf{x}_k^{(i)}) \varphi_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k^{(i)}) \quad (3)$$

其中, $\gamma(\mathbf{x}_k^{(i)})$ 表示 k 时刻状态为 $\mathbf{x}_k^{(i)}$ 的扩展目标产生量测个数的期望; $\varphi_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{x}_k^{(i)})$ 表示量测 \mathbf{z}_k 的似然函数. 杂波建模为强度为 $\kappa_k(\mathbf{z}_k) = \lambda c(\mathbf{z}_k)$ 的泊松 RFS, 在监控区域内服从均匀分布, λ 为杂波平均数, $c(\mathbf{z}_k)$ 为概率密度.

1.2 随机超曲面模型

扩展目标的量测建模过程可分解为两步. 首先, 根据合理的空间分布假设建立量测源模型, 并利用该模型生成扩展目标的多个量测源. 其次, 量测源混合传感器噪声以产生目标的多个量测. 传感器量测模型可描述如下:

$$\mathbf{z}_{k,l} = \mathbf{y}_{k,l} + \mathbf{v}_{k,l} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{y}_{k,l}$ 为扩展目标的量测源位置, 量测噪声 $\mathbf{v}_{k,l}$ 假设为协方差为 R_k 的高斯白噪声.

正如之前所述, RHM 可以有效描述任意 (星凸形) 不规则形状, 因此, 本文将采用 RHM 对不规则形状扩展目标的量测源进行建模.

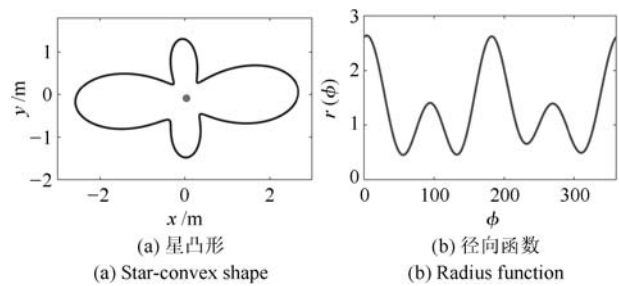


图 1 星凸形的径向函数描述
 Fig. 1 Radius function representation of star-convex shape

首先, 一个星凸形 (Star-convex shape) 可定义为: 若一个集合 $E(\mathbf{x}) \subset \mathbf{R}^N$ 中的任意点 \mathbf{x} 到集合质心 \mathbf{m} 的线段上的所有点仍属于此集合, 则该集合 $E(\mathbf{x})$ 所构成的形状为星凸形. 为了便于描述和计算, 可以用径向函数 $r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi)$ 来表示星凸形 $S(\mathbf{p}_k^{sc})$. 如图 1 所示, 它将形状参数向量 \mathbf{p}_k^{sc} 和角度 ϕ 映射到轮廓点上, 其中形状参数向量 \mathbf{p}_k^{sc} 可用径向函数的傅里叶级数展开的 N_F 阶系数描述:

$$r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi) = \frac{1}{2} a_k^{(0)} + \sum_{j=1}^{N_F} (a_k^{(j)} \cos(j\phi) + b_k^{(j)} \sin(j\phi)) = R(\phi) \cdot \mathbf{p}_k^{sc} \quad (5)$$

其中

$$R(\phi) = \left[\frac{1}{2}, \cos \phi, \sin \phi, \dots, \cos(N_F \phi), \sin(N_F \phi) \right] \quad (6)$$

$$\mathbf{p}_k^{sc} = [a_k^{(0)}, a_k^{(1)}, b_k^{(1)}, \dots, a_k^{(N_F)}, b_k^{(N_F)}]^T \quad (7)$$

需要强调的是, 傅里叶级数的低频谐波分量描述了星凸形状的大致基本轮廓, 而高频谐波分量则表征了星凸形状的局部轮廓特征. 基于 RHM 的扩

展目标状态向量包括质心位置 \mathbf{m}_k 、运动参数 \mathbf{x}_k^* 和形状参数 \mathbf{p}_k^{sc} , 即 $\mathbf{x}_k := [(\mathbf{m}_k)^\top, (\mathbf{x}_k^*)^\top, (\mathbf{p}_k^{sc})^\top]^\top$. 如图 2 所示, 采用 RHM 对星凸形扩展目标的量测源进行建模:

$$\mathbf{y}_{k,l} = s_{k,l} \cdot \bar{S}(\mathbf{p}_k^{sc}) + \mathbf{m}_k = s_{k,l} \cdot r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi_{k,l}) + \mathbf{m}_k \quad (8)$$

式中: 尺度因子 $s_{k,l} \in [0, 1]$ 可看作乘性噪声, 它反映了量测源到质心的相对距离; $\phi_{k,l} = \angle(\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k)$ 表示目标质心到量测源的向量与 x 轴构成的夹角; $\bar{S}(\mathbf{p}_k^{sc})$ 为形状 $S(\mathbf{p}_k^{sc})$ 的边界, 满足:

$$\bar{S}(\mathbf{p}_k^{sc}) = \{\mathbf{y}_{k,l} | \mathbf{y}_{k,l} \in \mathbf{R}^2, g(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{p}_k^{sc}) = 0\} \quad (9)$$

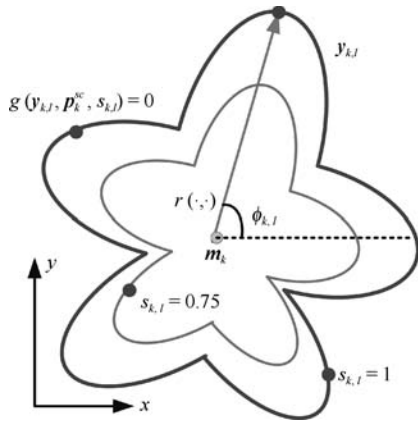


图 2 星凸形扩展目标的随机超曲面模型

Fig. 2 RHM of extended target with star-convex shape

由星凸形曲线的隐式描述^[33] 可得:

$$g(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{x}_k) = \|\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k\|^2 - r^2 \quad (10)$$

其中, $r = r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi_{k,l})$, 进而收缩的形状边界可表示为:

$$\tilde{g}(\mathbf{y}_{k,l}, \mathbf{x}_k, s_{k,l}) = \|\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k\|^2 - s_{k,l}^2 \cdot r^2 \quad (11)$$

结合式 (4) 可得星凸形扩展目标的量测方程为:

$$\tilde{g}(\mathbf{z}_{k,l}, \mathbf{x}_k, s_{k,l}) = \tilde{g}(\mathbf{y}_{k,l} + \mathbf{v}_{k,l}, \mathbf{x}_k, s_{k,l}) \quad (12)$$

整理式 (8) 可得 $\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k = s_{k,l} \cdot r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi_{k,l})$, 其中 $\phi_{k,l}$ 是未知的, 通常用当前时刻目标质心位置的点估计值 $\hat{\mathbf{m}}_k$ 和量测 $\mathbf{z}_{k,l}$ 构成的向量与 x 轴的夹角来代替, 即 $\phi_{k,l} \approx \hat{\phi}_{k,l} = \angle(\mathbf{z}_{k,l} - \hat{\mathbf{m}}_k)$. 结合式 (5) $r(\mathbf{p}_k^{sc}, \phi_{k,l}) = R(\hat{\phi}_{k,l}) \cdot \mathbf{p}_k^{sc}$ 可以得到

$$\mathbf{y}_{k,l} - \mathbf{m}_k \approx s_{k,l} \cdot R(\hat{\phi}_{k,l}) \mathbf{p}_k^{sc} \cdot \mathbf{e}(\hat{\phi}_{k,l}) \quad (13)$$

其中 $\mathbf{e}(\hat{\phi}_{k,l}) := [\cos(\hat{\phi}_{k,l}), \sin(\hat{\phi}_{k,l})]^\top$, 则式 (12) 可

进一步整理成如下伪量测方程:

$$0 = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_{k,l}, s_{k,l}, \mathbf{z}_{k,l}) = 2s_{k,l} \cdot R(\hat{\phi}_{k,l}) \mathbf{p}_k^{sc} \cdot \mathbf{e}^\top(\hat{\phi}_{k,l}) \cdot \mathbf{v}_{k,l} + \|\mathbf{v}_{k,l}\|^2 + s_{k,l}^2 \cdot \left\| R(\hat{\phi}_{k,l}) \mathbf{p}_k^{sc} \right\|^2 - \|\mathbf{z}_{k,l} - \mathbf{m}_k\|^2 \quad (14)$$

由此可见, 伪测量方程 $h(\cdot)$ 建立了扩展目标状态 \mathbf{x}_k 、量测噪声 $\mathbf{v}_{k,l}$ 、尺度因子 $s_{k,l}$ 以及量测 $\mathbf{z}_{k,l}$ 之间的关系.

2 基于星凸形 RHM 的多扩展目标多伯努利滤波器

2.1 多扩展目标 CBMeMBer 滤波器

对于扩展目标, 其动态预测过程与标准 CBMeMBer 的预测过程类似, 而更新过程由于对应目标的多个量测, 其递推公式需要做重点研究. 首先, 要为每个扩展目标找到其对应的量测集合 (簇). 本文利用距离划分算法对传感器在每个采样周期接收到的所有量测进行划分, 找到各扩展目标对应的量测集 (簇). 记 k 时刻量测集 Z_k 的任一划分结果为 $\wp \angle Z_k$, $W \subset \wp$ 表示划分 \wp 的非空子集.

记传感器的检测概率为 $p_{D,k}$, $\bar{p}_{D,k}(\mathbf{x}) = p_{D,k}(\mathbf{x})(1 - e^{-\gamma(\mathbf{x})})$ 表示状态为 \mathbf{x} 的扩展目标至少产生一个量测的概率, 即有效检测概率. 假设 $k-1$ 时刻预测的多目标概率密度为 $\pi_{k|k-1} = \{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 则更新后的多目标概率密度可近似表示为

$$\pi_k \approx \left\{ \left(r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)} \right) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \left\{ \bigcup_{\wp \angle Z_k} \left\{ \left(r_{U,k}^{(i)}(W), p_{U,k}^{(i)}(\cdot; W) \right) \right\}_{W \in \wp} \right\} \quad (15)$$

其中, 继承 (漏检) 部分:

$$r_{L,k}^{(i)} = r_{k|k-1}^{(i)} \frac{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle} \quad (16)$$

$$p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)}(\mathbf{x}) \frac{1 - \bar{p}_{D,k}}{1 - \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle} \quad (17)$$

量测更新部分:

$$r_{U,k}(W) = \frac{w_\wp}{dW} \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \phi_W \rangle}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle)^2} \quad (18)$$

式中,

$$\langle p, h \rangle = \int h(\mathbf{x})p(\mathbf{x})d\mathbf{x} \quad (19)$$

$$\phi_W(\mathbf{x}) = p_{D,k}e^{-\gamma|W|} \prod_{z \in W} \frac{\varphi_z(\mathbf{x})}{\lambda c(\mathbf{z})} \quad (20)$$

$$w_\varphi = \frac{\prod_{W \in \varphi} d_W}{\sum_{\varphi' \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi'} d_W} \quad (21)$$

$$d_W = \delta_{1,|W|} + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \phi_W \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle} \quad (22)$$

似然函数 $\varphi_z(\cdot) = f^L(\mathbf{z}|\cdot)$ 的求解基于 RHM 的伪量测函数, 将在下一节结合星凸形不规则形状的估计进行研究.

为了求解 $p_{U,k}(\cdot; W)$, 这里讨论多扩展目标后验概率密度的概率生成泛函 (PGFL)^[34]:

$$G_k[h] = \frac{\delta F}{\delta Z_k}[0, h] / \frac{\delta F}{\delta Z_k}[0, 1] = \frac{F[0, h]}{F[0, 1]} \cdot \frac{\sum_{\varphi \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi} d_W[0, h]}{\sum_{\varphi' \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi'} d_W[0, h]} = \underbrace{\prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h(1 - \bar{p}_{D,k}) \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, 1 - \bar{p}_{D,k} \rangle}}_{G_{L,k}[h]} \cdot \underbrace{\frac{\sum_{\varphi \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi} d_W[0, h]}{\sum_{\varphi' \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi'} d_W[0, h]}}_{G_{U,k}[h]} \quad (23)$$

式中

$$F[g, h] = e^{\lambda c[g] - \lambda} \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} \left(1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h q_{D,k} \rangle \right) \quad (24)$$

$$\frac{\delta F}{\delta Z_k}[g, h] \approx F[g, h] \cdot \Pi_{Z_k} \cdot \sum_{\varphi \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi} d_W[g, h] \quad (25)$$

$$\Pi_{Z_k} = \prod_{z \in Z_k} \lambda c(\mathbf{z}) \quad (26)$$

$$d_W[g, h] \approx \delta_{1,|W|} + \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h p_{D,k} e^{\gamma \phi_g - \gamma} \prod_{z \in W} l_z \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} + r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, h q_{D,k} \rangle} \quad (27)$$

$$l_z(\mathbf{x}) = \frac{\gamma(\mathbf{x})\varphi_z(\mathbf{x})}{\lambda c(\mathbf{z})} \quad (28)$$

其中, h ($0 \leq h(\mathbf{x}) \leq 1$) 是状态空间 \mathcal{X} 上的任意实值函数. λ 为泊松过程的 (杂波) 平均数, $c(\mathbf{z})$ 为杂波的空间概率密度. $\delta_{1,|W|}$ 为 Kronecker delta 函数 (当 $|W| = 1$ 时, $\delta_{1,|W|} = 1$, 否则, $\delta_{1,|W|} = 0$). $q_{D,k} = 1 - p_{D,k} + p_{D,k}e^{\gamma \phi_g - \gamma}$; $c[g] = \int g(\mathbf{z})c(\mathbf{z})d\mathbf{z}$; $\phi_g(\mathbf{x}) = \int g(\mathbf{z})\phi_z(\mathbf{x})d\mathbf{z}$, 简记为 ϕ_g .

由式 (23) 可得 $G_k[h] = G_{L,k}[h] \cdot G_{U,k}[h]$, 其中

$$G_{U,k}[h] = \sum_{\varphi \subset Z_k} G_{U,k}[h; \varphi] \quad (29)$$

$$G_{U,k}[h; \varphi] = \frac{\prod_{W \in \varphi} d_W[h]}{\sum_{\varphi' \subset Z_k} \prod_{W \in \varphi'} d_W} \quad (30)$$

与点目标的 CBMeMber 滤波器推导过程类似, 期望漏检部分 $G_{L,k}[h]$ 是一个多伯努利形式的 PGFL, 而 $G_{L,k}[h]$ 满足多伯努利形式

$$G_{L,k}[h] = \prod_{i=1}^{M_{k|k-1}} 1 - r_{L,k}^{(i)} + r_{L,k}^{(i)} p_{L,k}^{(i)}[h] \quad (31)$$

其中 $r_{L,k}^{(i)}$ 和 $p_{L,k}^{(i)}$ 由式 (16) ~ (17) 给出.

假设量测更新部分 $G_{U,k}[h]$ 同样是具有多伯努利形式的 PGFL, 用 $G_{U,k}[\cdot; W]$ 表示量测簇 W 对应的后验概率密度的 PGFL, 可以借鉴文献 [13] 的做法, 构造一个多伯努利分布来近似 PGFL $G_{U,k}[\cdot; W]$, 从而保证了 $\{(r_{U,k}^{(i)}(W), p_{U,k}^{(i)}(\cdot; W))\}$ 与 $G_{U,k}[\cdot; W]$ 的强度函数相等, 即

$$G_{U,k}[\cdot; W] \approx 1 - r_{U,k}(W) + r_{U,k}(W)p_{U,k}(\cdot; W)[h] \quad (32)$$

用 $v_{U,k}(\cdot; \varphi)$ 、 $v_{U,k}(\cdot; W)$ 表示 $G_{U,k}[\cdot; \varphi]$ 和 $G_{U,k}[\cdot; W]$ 的强度函数, 且 $v_{U,k}(\cdot; \varphi) = \sum_{W \subset Z_k} v_{U,k}(\cdot; W)$, 则有 $v_{U,k}(\cdot; W) = r_{U,k}(W)p_{U,k}(\cdot; W)$. 从而

$$r_{U,k}(W) = \int v_{U,k}(\mathbf{x}; W)d\mathbf{x} \quad (33)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{v_{U,k}(\mathbf{x}; W)}{r_{U,k}(W)} \quad (34)$$

强度函数 $v_{U,k}(\cdot; W)$ 可通过计算 $G_{U,k}[\cdot; W]$ 在 $\zeta = \delta_x$ 方向上 $h = 1$ 处的 Frecht 导数得到 (见文献 [10] pp.375 eq.(11.186)), 即

$$v_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{w_\varphi}{d_W} \cdot \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} v_{U,k}^{(i)}(\mathbf{x}; W) \quad (35)$$

其中,

$$v_{U,k}^{(i)}(\mathbf{x}; W) = (1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle)^{-2} \times \\ p_{k|k-1}^{(i)} r_{k|k-1}^{(i)} [(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle) \phi_W(\mathbf{x}) - \\ r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \phi_W \rangle (1 - \bar{p}_{D,k})] \quad (36)$$

显然, 当 $\bar{p}_{D,k} = 0$ 时, $v_{U,k}^{(i)}(\mathbf{x}; W) < 0$, 由式 (34) 求得的 $p_{U,k}(\cdot; W)$ 是一个无效的概率密度函数. 本文借鉴文献 [13] 的做法, 即假设传感器具有较高的检测概率, 设 $\bar{p}_{D,k} \approx 1$, 这样做可以消除式 (36) 的负数项, 则有

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{p_{k|k-1}^{(i)} r_{k|k-1}^{(i)} \phi_W}{1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} (1 - r_{k|k-1}^{(i)}) \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \phi_W \rangle}{(1 - r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle)^2}} \quad (37)$$

又由 $\bar{p}_{D,k} \approx 1$ 可知 $\langle p_{k|k-1}^{(i)}, \bar{p}_{D,k} \rangle \approx 1$, 化简整理得

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} p_{k|k-1}^{(i)} \phi_W}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}}{\sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i)} \langle p_{k|k-1}^{(i)}, \phi_W \rangle}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}}} \quad (38)$$

可以看到, 多扩展目标后验概率密度 π_k 对应的多伯努利参数集由继承 (漏检) 航迹和量测更新航迹对应的多伯努利参数集组成. 则所有后验假设航迹数为 $M_k = M_{k|k-1} + \sum_{\varphi \in Z_k} |\varphi|$, 其中 $|\varphi|$ 表示划分 φ 中的单元数.

本节基于 Poisson 分布模型, 结合 PGFI 在强度上的近似给出了扩展目标 CBMeMber 滤波器的更新递推公式. 以下将结合随机超曲面模型 (RHM) 对具有不规则形状的多扩展目标跟踪问题进行研究.

2.2 容积卡尔曼高斯混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器

第 2.1 节给出了多扩展目标 CBMeMber 滤波器的递推公式, 但没有考虑目标形状的建模和递推估计. 以下的内容, 将重点研究利用多扩展目标 CBMeMber 滤波器和星凸形 RHM 来联合递推估计多扩展目标的不规则形状和运动参数, 并基于高斯混合 (GM) 方法来推导其详细的实现过程. 但是, RHM 的观测模型 (伪量测方程) 具有非常严重的非线性, 进一步加剧了问题求解的复杂度. 本文采用容积卡尔曼滤波 (CKF) 算法^[35] 应对 RHM 高度非线性的伪测量方程带来的影响. CKF 采用三阶球面-径向容积准则对非线性函数的高斯加权积分进行近似, 具有比 UKF 更高的滤波精度和数值稳定

性. 下面详细推导并提出容积卡尔曼高斯混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波器.

2.2.1 预测步

假设 $k-1$ 时刻的多目标后验概率密度为 $\pi_{k-1} = \left\{ r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)} \right\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 则预测的概率密度可以表示为

$$\pi_{k|k-1} = \left\{ (r_{P,k|k-1}^{(i)}, p_{P,k|k-1}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k-1}} \cup \\ \left\{ (r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}} \quad (39)$$

其中, $\left\{ (r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$ 表示 k 时刻新生的多伯努利 RFS 参数,

$$p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k-1}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)}) \quad (40)$$

$$r_{P,k|k-1}^{(i)} = r_{k-1}^{(i)} p_{S,k} \quad (41)$$

$$p_{P,k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{P,k|k-1}^{(i,j)}, P_{P,k|k-1}^{(i,j)}) \quad (42)$$

$$\boldsymbol{\mu}_{P,k|k-1}^{(i,j)} = F_{k-1} \boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}, \quad (43)$$

$$P_{P,k|k-1}^{(i,j)} = Q_{k-1} + F_{k-1} P_{k-1}^{(i,j)} F_{k-1}^T \quad (44)$$

总的说来, 预测多扩展目标多伯努利密度是存活目标多伯努利密度和新生目标多伯努利密度的叠加, 则预测的假设航迹数为 $M_{k|k-1} = M_{k-1} + M_{\Gamma,k}$.

2.2.2 更新步

假设每个扩展目标在每个采样周期产生的量测个数服从均值为 γ 的泊松分布, 假设 $k-1$ 时刻预测的多目标概率密度为 $\pi_{k|k-1} = \left\{ r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)} \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, 每个 $p_{k|k-1}^{(i)}$ 具有如下高斯混合形式

$$p_{k|k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i)}} w_{k|k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{(i,j)}, P_{k|k-1}^{(i,j)}) \quad (45)$$

则 k 时刻的多目标后验概率密度为

$$\pi_k = \left\{ (r_{L,k}^{(i)}, p_{L,k}^{(i)}) \right\}_{i=1}^{M_{k|k-1}} \cup \\ \left\{ \bigcup_{\varphi \in Z_k} \left\{ (r_{U,k}^{(i)}(W), p_{U,k}^{(i)}(\cdot; W)) \right\}_{W \in \varphi} \right\} \quad (46)$$

其中, 漏检部分:

$$r_{L,k}^{(i)} = \frac{r_{k|k-1}^{(i)}(1 - \bar{p}_{D,k})}{1 - r_{k|k-1}^{(i)}\bar{p}_{D,k}}, p_{L,k}^{(i)} = p_{k|k-1}^{(i)} \quad (47)$$

量测更新部分:

$$r_{U,k}(W) = \frac{w_{\varphi}}{d_W} \sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)}(1 - r_{k|k-1}^{(i_1)})\rho_{U,k}^{(i_1)}(W)}{\left[1 - r_{k|k-1}^{(i_1)}p_{D,k}(1 - e^{-\gamma})\right]^2} \quad (48)$$

$$\rho_{U,k}^{(i_1)}(W) = p_{D,k}e^{-\gamma} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} w_{k|k-1}^{(i_1,j)} \prod_{z \in W} \frac{\gamma \cdot \varphi_k^{(i_1,j)}(z)}{\lambda_k C_k(z)} \quad (49)$$

$$d_W = \delta_{|W|,1} + \sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)}p_{D,k}e^{-\gamma}\gamma^{|W|} \prod_{z \in W} \frac{\varphi_z(\mathbf{x})}{\lambda C_k(z)}}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)}\bar{p}_{D,k}} \quad (50)$$

$$p_{U,k}(\mathbf{x}; W) = \frac{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} w_{U,k}^{(i_1,j)}(W) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{U,k}^{(i_1)}, P_{U,k}^{(i_1)})}{\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{(i_1)}} w_{U,k}^{(i_1,j)}} \quad (51)$$

$$w_{U,k}^{(i_1,j)} = \frac{r_{k|k-1}^{(i_1)} w_{k|k-1}^{(i_1,j)} \phi_W}{1 - r_{k|k-1}^{(i_1)}} \quad (52)$$

以下讨论似然函数 $\varphi_z(\cdot) = f^L(\mathbf{z}|\cdot)$ 以及高斯分量均值 $\boldsymbol{\mu}_{U,k}^{(i_1)}$ 和协方差 $P_{U,k}^{(i_1)}$ 的求解. 由于 RHM 的伪量测方程 (14) 呈高度非线性, 本文采用高斯非线性滤波器 CKF 进行序贯更新. 具体步骤如下:

步骤 1. 计算基本容积点和对应的权值

$$\xi_i = \sqrt{\frac{n_c}{2}} [1]_i, w_i = \frac{1}{n_c}, i = 1, 2, \dots, n_c \quad (53)$$

式中, n_c 表示容积点总数. 记 n_x 为系统状态向量的维数, 基于三阶容积原则 $n_c = 2n_x$, 即容积点总数是状态维数的 2 倍. CKF 的基本容积点按照下列方式产生: 记 n_x 维单位向量为 $\mathbf{e} = [1, 0, \dots, 0]^T$, 使用 [1] 表示对 \mathbf{e} 的元素进行全排列和改变元素符号产生的点集, 称为完全对称点集. $[1]_i$ 表示为点集

[1] 中的第 i 个点. 假设 k 时刻每个高斯分量预测的均值为 $\boldsymbol{\mu}_{k|k-1}$ 、协方差为 $P_{k|k-1}$, 则计算容积点

$$\bar{\xi}_{k|k-1}^i = S_{k|k-1} \xi_i + \boldsymbol{\mu}_{k|k-1} \quad (54)$$

其中, $S_{k|k-1}$ 为 $P_{k|k-1}$ 的 Cholesky 分解矩阵, 即满足 $P_{k|k-1} = S_{k|k-1} S_{k|k-1}^T$.

步骤 2. 通过伪量测方程 $h(\cdot)$ 对容积点进行非线性传播, 并计算相应传递后高斯分量的均值和协方差, 即

$$\zeta_{k|k-1}^i = h(\bar{\xi}_{k|k-1}^i), i = 1, 2, \dots, n_c \quad (55)$$

$$\mathbf{z}_{nz} = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \zeta_{k|k-1}^i \quad (56)$$

$$P_{xz} = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \bar{\xi}_i \zeta_i^T - \mathbf{x}_{k|k-1} \mathbf{z}_{nz}^T \quad (57)$$

$$S_{nz} = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} \zeta_{k|k-1}^i (\zeta_{k|k-1}^i)^T - \mathbf{z}_{nz} \mathbf{z}_{nz}^T \quad (58)$$

步骤 3. 结合伪量测 0 进行滤波更新

$$\boldsymbol{\mu}_{k|k} = \boldsymbol{\mu}_{k|k-1} + K_k(0 - \mathbf{z}_{nz}) \quad (59)$$

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} + K_k S_{nz} K_k^T \quad (60)$$

其中, 滤波增益矩阵为 $K_k = P_{xz}(R_k + S_{nz})^{-1}$, P_{xz} 是目标状态和伪量测间的协方差矩阵, S_{nz} 表示预测伪量测的方差矩阵. 由此可以得到单量测似然函数为 $f^L(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = \mathcal{N}(0; \mathbf{z}_{nz}, S_{nz})$. 值得注意的是, \mathbf{z}_{nz} 和 S_{nz} 的计算不依赖于未知的量测源 $\mathbf{z}_{k,l}$. 因此, 由点估计替换造成的误差可忽略不计.

为了直观地说明本文算法的递推滤波过程, 以下给出算法实现伪码.

算法 1. 本文算法滤波部分伪码

输入. 量测集 $Z_k, \{r_{k-1}^{(i)}, p_{k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k-1}}$, 其中 $p_{k-1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{J_{k-1}^{(i)}} w_{k-1}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{k-1}^{(i,j)}, P_{k-1}^{(i,j)});$

- 1: **步骤 1:** 预测和新生
- 2: **for** $i = 1 : M_{k-1}$ **do**
- 3: **for** $j = 1 : J_{k-1}^{(i)}$ **do**
- 4: 由式 (41), (43)~(44) 得 $r_{P,k|k-1}^{(i)}, \boldsymbol{\mu}_{P,k|k-1}^{(i)}$ 和 $P_{P,k|k-1}^{(i)}$, 权重 $w_{P,k|k-1}^{(i)} = w_{k-1}^{(i,j)}$;
- 5: **end for**
- 6: **end for**
- 7: 给定新生多伯努利密度为 $\{(r_{\Gamma,k}^{(i)}, p_{\Gamma,k}^{(i)})\}_{i=1}^{M_{\Gamma,k}}$, 其中, $p_{\Gamma,k}^{(i)}(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{J_{\Gamma,k}^{(i)}} w_{\Gamma,k}^{(i,j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_{\Gamma,k}^{(i,j)}, P_{\Gamma,k}^{(i,j)})$.
- 8: **步骤 2:** 更新

9: k 时刻预测的多伯努利密度可联合表示为:
 $\{r_{k|k-1}^{(i)}, p_{k|k-1}^{(i)}\}_{i=1}^{M_{k|k-1}}$, $M_{k|k-1} = M_{k-1} + M_{\Gamma, k}$;
 10: **for** $i = 1 : M_{k|k-1}$ **do**
 11: 由式 (47) 计算 $r_{L, k}^{(i)}$ 和 $p_{L, k}^{(i)}$;
 12: **end for**
 13: 采用 DP 方法对量测集 Z_k 进行划分;
 14: **for each** $\varphi \in Z_k$ **do**
 15: **for each cell** $W \subset \varphi$ **do**
 16: **for** $i_1 = 1 : M_{k|k-1}$ **do**
 17: **for** $j = 1 : J_{k|k-1}^{i_1}$ **do**
 18: $\boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^a = [(\boldsymbol{\mu}_{k|k-1}^{i_1})^T, \boldsymbol{\mu}_s, 0_2^T]^T$;
 19: $C_{k|k-1}^a = \text{diag}\{P_{k|k-1}^{i_1}, \sigma_s^2, R_k\}$;
 20: **for each** $\mathbf{z}_k \in W$ **do**
 21: 由式 (54) ~ (55) 计算容积点 ξ_i 及其通过非线性伪量测方程的传播: $\zeta^i \leftarrow h(\xi_i, \mathbf{z}_k, \hat{\theta}, s, R_k)$;
 22: 由式 (56) ~ (58) 计算容积点量测的预测均值和方差: $\hat{\mathbf{z}}_{nz}, S_{nz}$;
 23: 计算似然函数: $\varphi_{z_k}(\mathbf{x}) = \mathcal{N}(0; \hat{\mathbf{z}}_{nz}, S_{nz})$;
 24: 由式 (59) ~ (60) 计算得: $\boldsymbol{\mu}_k^a, C_k^a$;
 25: $\boldsymbol{\mu}_x = \boldsymbol{\mu}_k^a(1 : nx)$, $P_x = C_k^a(1 : nx, 1 : nx)$;
 26: **end for**
 27: 由式 (49) 计算 $\rho_{U, k}^{(i_1)}(W)$, 计算式 (20) 得 $\phi_W(\mathbf{x})$;
 28: 权值 $w_u^{(i_1, j)}$ 由式 (52) 计算得到;
 29: $\boldsymbol{\mu}_k^{(i_1, j)} = \boldsymbol{\mu}_x$, $P_k^{(i_1, j)} = P_x$;
 30: **end for**
 31: 计算式 (50) 得 d_W ;
 32: **end for**
 33: **end for**
 34: **end for**
 35: 计算式 (48) 得 $r_{U, k}(W)$, w_φ 由式 (21) 计算得到;
 36: 权重归一化: $w_{U, k} = (\sum_{i_1=1}^{M_{k|k-1}} \sum_{j=1}^{J_{k|k-1}^{i_1}} w_u^{(i_1, j)})^{-1}$
 37: 势均值: $M_k = \sum_{i=1}^{M_{k|k-1}} r_{L, k}^{(i)} + \sum_{W \in \varphi} r_{U, k}(W)$;
 输出: $r_k^{(i)}, w_k^{(i, j)}, \boldsymbol{\mu}_k^{(i, j)}, P_k^{(i, j)}$

3 多扩展目标不规则形状性能评价

为了能客观全面的评价多扩展目标跟踪性能, 应同时考察滤波器对目标形状参数和运动参数的估计效果. 首先, 本文利用 OSPA (Optimal subpattern assignment) 距离对多扩展目标的质心位置的跟踪质量进行评价. 文献 [36] 对 OSPA 距离和其他的多目标跟踪评价指标做了比较全面的对比和说明. OSPA 克服了已有多目标跟踪评价指标的诸多缺陷, 而且它的物理意义是明确的, 近些年成为已被广泛认同的能够合理地联合评价多目标势误差和多目标状态之间误差的性能评价指标. 对于任意两个集合 $X = \{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^m$ 和 $Y = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1}^n$, 若 $m \leq n$, 则它们之间的 OSPA 距离为:

$$\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_{\pi(i)})^p + c^p(n-m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (61)$$

其中, $d^{(c)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \min(c, \|\mathbf{x}, \mathbf{y}\|)$. Π_k 表示集合 $\{1, 2, \dots, k\}$ 的全排列, $\pi(i)$ 表示其中的第 i 种排列. 距离阶次 $1 < p < \infty$, 截断系数 $c > 0$, 用于调节集合势误差的影响. 当 $m > n$ 时, $\bar{d}_p^{(c)}(X, Y) = \bar{d}_p^{(c)}(Y, X)$.

另外, 科学评价多扩展目标不规则形状的估计性能至关重要. 有鉴于此, 本文给出一种拟 Jaccard (Quasi-Jaccard) 距离对扩展目标的不规则形状估计进行评价, 并将其推广到多扩展目标跟踪中. 算法描述如下: 首先, 基于多扩展目标质心位置的估计值与真实值, 建立估计目标形状与真实目标形状的关联矩阵 $M_{i, j}$, 即

$$M_{i, j} \leftarrow \arg \min_{\pi \in \Pi_n} d(\hat{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_{\pi(i)}) \quad (62)$$

然后, 研究给出单扩展目标形状估计的拟 Jaccard 距离的计算方法, 并将各扩展目标形状的拟 Jaccard 距离进行平均作为多目标整体形状估计的评价指标. 设 $X_{k, i}^{sh} = \{\mathbf{x}_{k, j}^{sh}\}_{j=1}^n$ 表示 k 时刻第 i 个目标的真实轮廓点集, 其中 $\mathbf{x}_{k, j}^{sh}$ 表示从目标真实轮廓上等角度间隔选取的第 j 个点, n 表示轮廓点数目. $\hat{X}_{k, i}^{sh} = \{\hat{\mathbf{x}}_{k, j}^{sh}\}_{j=1}^n$ 为该目标对应的估计形状点集, 其中 $\hat{\mathbf{x}}_{k, j}^{sh}$ 可由 RHM 得到, 即

$$\hat{\mathbf{x}}_{k, j}^{sh} = R(\hat{\phi}_{k, j}) \cdot \mathbf{p}_k^{sc} \cdot \mathbf{e}(\hat{\phi}_{k, j}) + \hat{\boldsymbol{\mu}}_k \quad (63)$$

因为相同圆心角对应的两个扇区的面积比等于半径的平方比, 据此可定义 k 时刻扩展目标的估计形状与真实形状间的拟 Jaccard 距离为:

$$J_{k, i}^q = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \left[\min \left(\left\| \hat{\mathbf{x}}_{k, j}^{sh} - \mathbf{m}_k \right\|, \left\| \mathbf{x}_{k, j}^{sh} - \mathbf{m}_k \right\| \right) \right]^2}{\sum_{j=1}^n \left[\max \left(\left\| \hat{\mathbf{x}}_{k, j}^{sh} - \mathbf{m}_k \right\|, \left\| \mathbf{x}_{k, j}^{sh} - \mathbf{m}_k \right\| \right) \right]^2} \quad (64)$$

当 $n \rightarrow \infty$, 拟 Jaccard 距离的计算逼近于估计形状和真实形状的实际差异.

为了说明多扩展目标拟 Jaccard 距离的求解步骤, 以下给出具体伪码:

算法 2. 形状估计性能评价

输入. 质心位置真值 $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^m$, 估计值 $\{\mathbf{y}_j\}_{j=1}^n$; 真实轮廓点集 $\{X_{j, k}\}_{k=1}^{nn}$, 估计形状点集 $\{Y_{j, k}\}_{k=1}^{nn}$.

- 1: 假设 $m \neq 0, n \neq 0$.
- 2: 步骤 1: 求解关联矩阵 M ;
- 3: $M = \text{zeros}(n, m)$;
- 4: **for** $i = 1 : n$ **do**
- 5: **for** $j = 1 : m$ **do**
- 6: $d(i, j) = \|\mathbf{y}_j - \mathbf{x}_i\|$;
- 7: **end for**
- 8: **end for**
- 9: **if** $d(i, j) == \min(d(i, :))$


```

10:  $M(i, j) = 1$ 
11: end if
12: 步骤 2. 求解  $J_q, J_Q$ ;
13: for  $j = 1 : n$  do
14:    $d_{sum} = 0; D_{sum} = 0;$ 
15:    $nm = \text{size}(Y_j, 2);$ 
16:   if  $\text{ind} = \text{find}(M(j, :) == 1)$  非空 then
17:     for  $i = 1 : nm$  do
18:        $D_1(i) = \|X_{\text{ind}}(:, i) - \mathbf{x}_{\text{ind}}\|;$ 
19:        $D_2(i) = \|Y_{\text{ind}}(:, i) - \mathbf{x}_{\text{ind}}\|;$ 
20:        $d_{sq}(i) = \min(D_1(i), D_2(i));$ 
21:        $D_{sq}(i) = \max(D_1(i), D_2(i));$ 
22:        $d_{sum} = d_{sq}^2(i) + d_{sum};$ 
23:        $D_{sum} = D_{sq}^2(i) + D_{sum};$ 
24:     end for
25:      $J_q(j) = 1 - (d_{sum}/D_{sum});$ 
26:   else
27:      $J_q(j) = 1;$ 
28:   end if
29: end for
30:  $J_Q = \text{mean}(J_q);$ 
    输出. 多扩展目标的拟 Jaccard 距离  $J_Q$ .
    
```

4 仿真实验

为验证本文所提算法的有效性, 选取基于星凸形 RHM 的高斯混合扩展目标概率假设密度滤波器 (RHM-GM-EPHD)^[32] 和本文提出的 RHM-GM-ECBMeMber 滤波器进行比较. 仿真场景中, 设置每个采样周期杂波个数服从均值为 $\lambda = 5$ 的泊松分布, 且杂波在跟踪区域 $[-500, 500]\text{m} \times [-500, 500]\text{m}$ 内均匀分布. 每个扩展目标的运动状态演化服从线性高斯运动模型, 且目标运动相互独立. 则 k 时刻第 i 个目标的状态演化模型可描述为

$$\mathbf{x}_k^{(i)} = F_k \mathbf{x}_{k-1}^{(i)} + \mathbf{w}_k^{(i)}, \mathbf{w}_k^{(i)} \sim \mathcal{N}(0; Q_k) \quad (65)$$

式中, $i = 1, \dots, N_{x,k}$, F_k 为状态演化矩阵. 目标以常速 (CV) 模型进行运动, 即

$$F_k = \text{diag}\{A_k^{cv}, I_{n_f}\}, Q_k = \text{diag}\{P_k^{cv}, 0.03I_{n_f}\} \quad (66)$$

$$A_k^{cv} = \begin{bmatrix} I_2 & TI_2 \\ 0_2 & I_2 \end{bmatrix}, P_k^{cv} = \sigma_w^2 \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3} I_2 & \frac{T^2}{2} I_2 \\ \frac{T^2}{2} I_2 & TI_2 \end{bmatrix} \quad (67)$$

式中: 采样周期 $T = 1\text{s}$, 过程噪声标准差 $\sigma_w = 1.5\text{m/s}^2$, 0_2 为二阶零矩阵, I_{n_f} 为 n_f 阶单位阵, 本文取傅里叶级数参数 $n_f = 11$. 设定量测噪声为协方差为 $R_k = \text{diag}\{0.2^2, 0.2^2\}$ 的高斯白噪声. 扩展目标在每个采样周期产生量测的数

目服从均值 $\gamma = 15$ 的泊松分布. 设置尺度因子 $s_{k,l} \sim \mathcal{N}(s; 0.5, 0.02)$.

扩展目标的存活概率 $p_S = 0.99$, 传感器的检测概率为 $p_D = 0.99$. 新生目标服从多伯努利分布, 概率密度 $\pi_\Gamma = \{r_\Gamma^{(i)}, p_\Gamma^{(i)}\}_{i=1}^3$, 其中 $r_\Gamma^{(i)} = 0.1$, $p_\Gamma^{(i)}(\mathbf{x}) = \mathcal{N}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\mu}_\Gamma^{(i)}, P_\Gamma^{(i)})$. 状态 $\boldsymbol{\mu}_\Gamma^{(1)} = [10, -50, 10, 2, \dots, 0]^T$, $\boldsymbol{\mu}_\Gamma^{(2)} = [10, 10, 8, 5, \dots, 0]^T$, $\boldsymbol{\mu}_\Gamma^{(3)} = [10, 50, 12, 2, \dots, 0]^T$. 方差 $P_\Gamma^{(i)} = \text{diag}\{1, 1, 1, 1, 0.008, \dots, 0.008\}$.

目标跟踪场景中多扩展目标的初始运动状态和存活周期如表 1 所示, 图 3 给出了多目标真实的运动轨迹. 设置多扩展目标多伯努利滤波器的参数, 每个伯努利过程的高斯分量的截断阈值 $T_P = 10^{-3}$, 高斯分量合并阈值 $U = 4$, 高斯分量最大数 $J_{\max} = 100$. 设伯努利过程 (航迹) 存在概率的阈值为 $T_r = 10^{-3}$, 最大伯努利过程数 $T_{\max} = 10$. OSPA 距离参数设为 $c = 0.5, p = 1$, 拟 Jaccard 轮廓点个数取 $n = 20$.

表 1 多目标初始参数

Table 1 Initial parameters of multi-target

| 目标 | 新生时刻 (s) | 消亡时刻 (s) | 位置 (m) | 速度 (m/s) |
|------|----------|----------|---------------|-------------|
| 目标 1 | 1 | 35 | $[10, -50]^T$ | $[10, 2]^T$ |
| 目标 2 | 11 | 50 | $[10, 10]^T$ | $[8, 5]^T$ |
| 目标 3 | 26 | 50 | $[10, 50]^T$ | $[12, 2]^T$ |

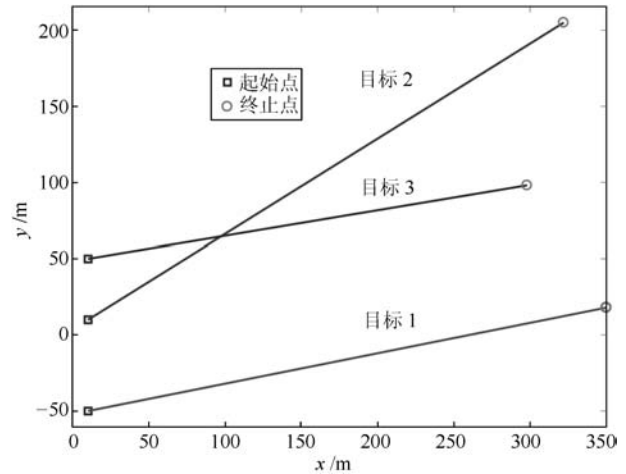


图 3 目标真实运动轨迹

Fig. 3 Actual target trajectories

4.1 星凸形多扩展目标的跟踪

基于设定的仿真场景, 采用 RHM-GM-EPHD 滤波器和本文所提 RHM-GM-ECBMeMber 滤波器对形如图 4 中具有不同形状的多扩展目标进行跟踪, 分别进行 100 次独立的蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 仿真实验以对比二者在目标数 (势)、质心位置和形状等方面的估计性能. 其中目标 1 形状

如图 4 (a), 目标 2 和目标 3 形状如图 4 (b) 所示. 扩展目标初始形状假设为一个半径为 2 的圆.

图 5 和图 6 为单次 MC 仿真实验下两种滤波器对多扩展目标跟踪的效果图. 图 5 显示出总体跟踪效果, 两个滤波器都能对多个扩展目标进行比较精确的跟踪. 图 6 是图 5 中三个目标在新生和消亡时刻的跟踪局部放大图, 以突出滤波器对形状的估计效果, 可以看出: 由于目标形状先验未知, 新生时刻 (图 6 (a)、图 6 (c) 和图 6 (e)) 的目标形状估计略显粗略. 但是, 随着滤波器的递推估计, 两种滤波器都能较为准确地估计收敛于目标的不规则形状 (图 6 (b)、图 6 (d) 和图 6 (f)), 从而也验证了两种滤波器对于不规则形状的收敛性.

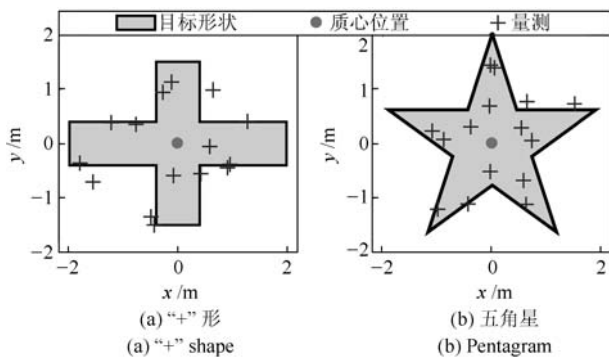


图 4 扩展目标形状及量测分布

Fig. 4 Shape and measurements of the extended target

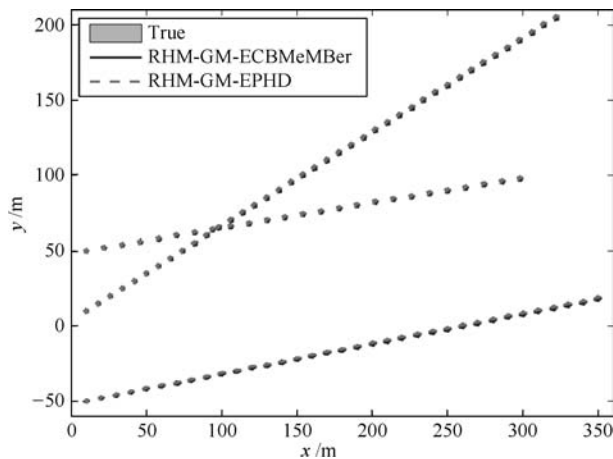


图 5 两种滤波器对多扩展目标的跟踪效果图

Fig. 5 The tracking result of the two filters (ET)

图 7~9 分别是 100 次独立的蒙特卡罗仿真实验下, 两种滤波器对多扩展目标的目标数 (势)、质心位置和形状的估计结果的统计值对比. 图 7 显示两种滤波器对目标数的估计都是无偏的. 但通过计算并比较势估计的标准差统计, 本文算法相对于 RHM-GM-EPHD 对目标数的估计更加稳定. 图 8 显示两种滤波器对多目标质心位置跟踪

估计的 OSPA 距离统计基本相当, 这和 V_0 在文献 [13] 中对于点目标的 GM-PHD 滤波器和 GM-CBMeMber 滤波器定位性能接近的论断有类似性. 但进一步比较 OSPA 在时间上的均值 (0.2892 m VS 0.2915 m, 注: 前者是本文算法), 本文算法还是要稍优于 RHM-GM-EPHD.

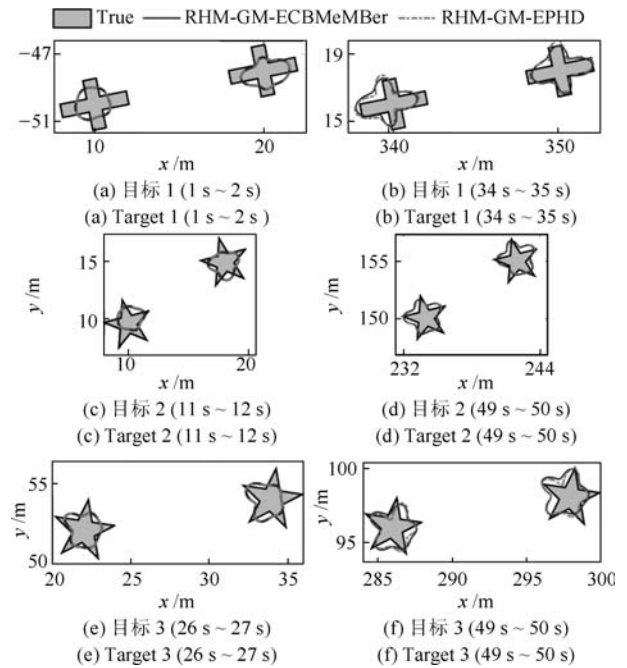


图 6 两种滤波器的形状估计局部放大图

Fig. 6 The partial enlarged effect of the two filters for shape estimation (ET)

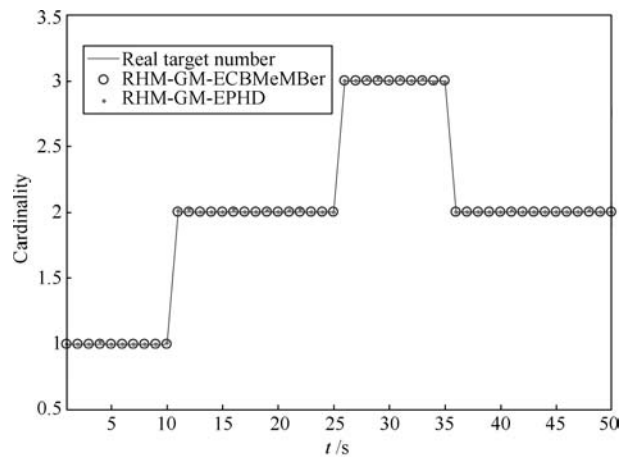


图 7 两种滤波器下扩展目标的势估计

Fig. 7 Cardinality estimation of the two filters (ET)

由图 9 给出的两种滤波器对多扩展目标形状估计的拟 Jaccard 距离可以看出, 二者对目标不规则形状的估计性能也比较接近, 但本文算法还是总体优于 RHM-GM-EPHD 滤波器. 此外, 图 9 中形状估计的拟 Jaccard 距离分别在 $t = 11$ s 和 $t = 26$ s

时突然增大, 这是因为这两个时刻有目标新生, 但随时间推移, Jaccard 距离又逐步收敛并趋于稳定, 从而验证了拟 Jaccard 距离对于不规则形状估计性能评价的有效性.

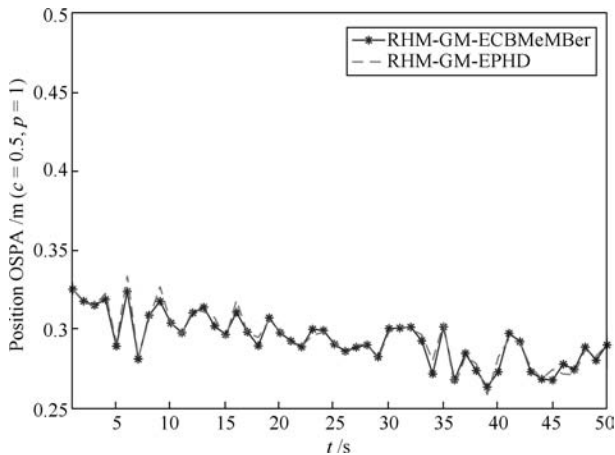


图 8 扩展目标质心位置估计的 OSPA

Fig. 8 OSPA statistics of the centroid position estimation (ET)

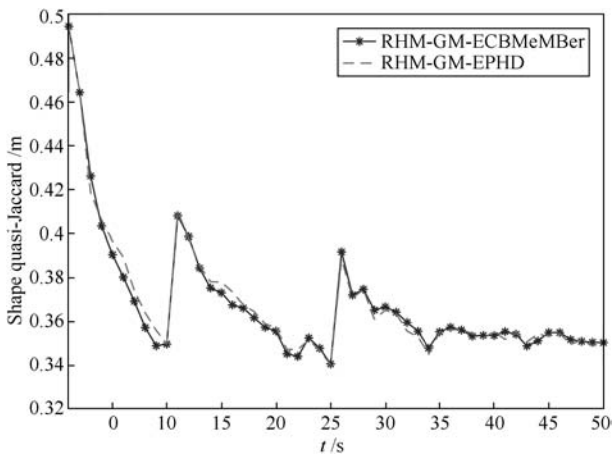


图 9 扩展目标形状估计的拟 Jaccard 距离

Fig. 9 Quasi-Jaccard distance of the shape estimation (ET)

4.2 星凸形多群目标的跟踪

本节构造形状有突变的多群目标跟踪实验. 实验中, 对形如图 10 的多个群目标进行跟踪, 多目标航迹依然如图 3 所示. 每个群目标都是由 20 个点目标组成的队列, 目标 2 和目标 3 的形状如图 10 (b), 目标 1 的形状在 1s~15s 与目标 2 和目标 3 相同, 16s~35s 形状变为 10 (a). 设置 OSPA 距离参数为 $c = 1, p = 1$. 轮廓点个数取 $n = 20$. 为了对比 RHM-GM-EPHD 滤波器和 RHM-GM-ECBMeMBer 滤波器在目标数, 质心位置及形状的估计性能, 本文进行了 100 次独立的蒙特卡罗仿真实验, 结果如图 11~图 15 所示.

图 11 是对多群目标进行跟踪的整体效果图, 总体上看, 两个滤波器都能对多群目标进行比较准确的跟踪. 图 12 是目标 1 在形状发生突变时刻和即将消亡时刻的估计效果局部放大图, 以显示滤波器对群目标形状的跟踪能力. 显然, 当群目标的形状发生突变 (图 12 (a)) 后, 两种滤波器都能通过递推滤波过程使得估计形状逐步收敛于群目标的真实轮廓 (图 12 (b)), 两种算法对多目标形状估计水平大致相当. 但如果仔细判别不同滤波器形状的估计, 实线的轮廓还是要略微更逼近于群目标的真实轮廓, 而且通过图 12 (b) 也许更容易去辨别 (经过一段时间的递推滤波后). 该图表明在群目标形状突变后, 群目标的估计形状逐步收敛于其真实形状, 再次验证了本文算法对形状估计的收敛性.

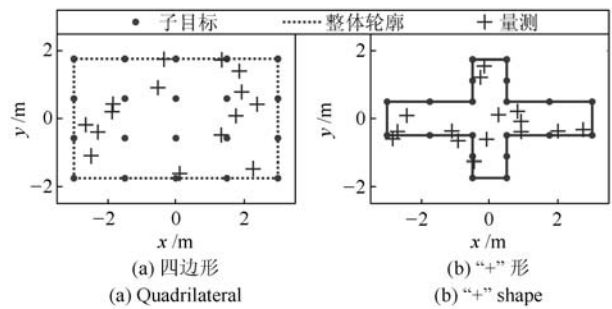


图 10 群目标形状及量测分布

Fig. 10 Shape and measurements of the group target

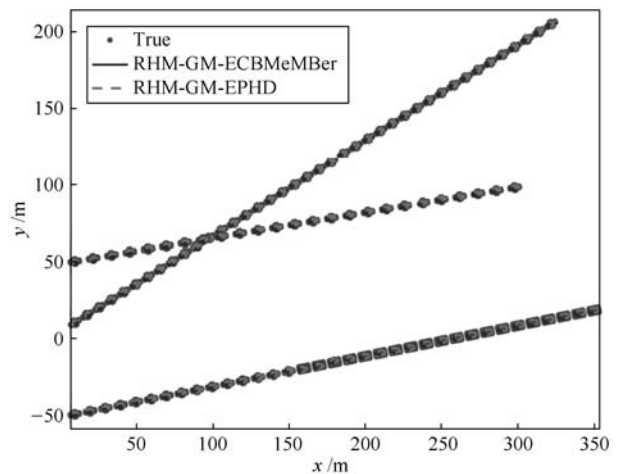


图 11 两种滤波器对群目标的跟踪效果图

Fig. 11 The tracking result of the two filters (GT)

针对多个群目标跟踪进行 100 次独立的蒙特卡罗仿真实验, 图 13~图 15 分别显示了两种滤波器对目标数估计、目标质心位置 OSPA 和目标形状拟 Jaccard 距离的统计对比. 图 13 反映了两滤波器都能准确地估计目标数及其变化, 而本文算法对目标数的估计相对更为精确. 图 14 表示本文算法对多群目标质心跟踪估计的 OSPA 距离小于 RHM-

GM-EPHD 滤波器, 对多群目标的定位性能已经体现出一定的优势. 另外, 在 $t = 16\text{ s}$ 时刻 OSPA 距离突然增大, 这是由于群目标的队列形状发生突变影响了滤波器对于运动状态的估计.

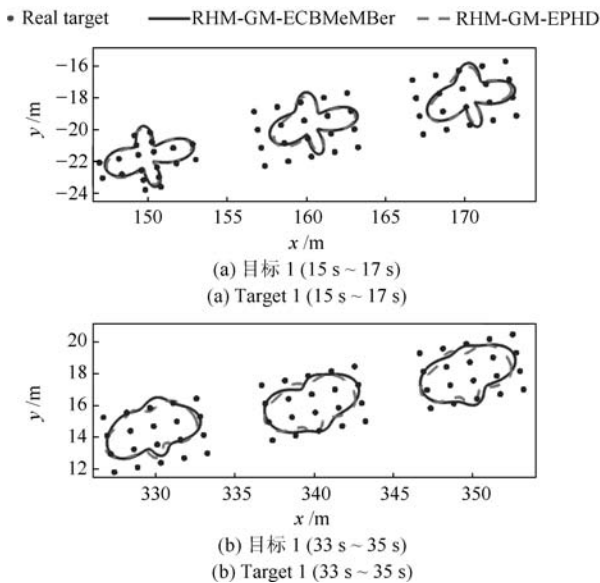


图 12 两种滤波器的对群目标的形状估计局部放大图
 Fig. 12 The partial enlarged effect of the two filters for shape estimation (GT)

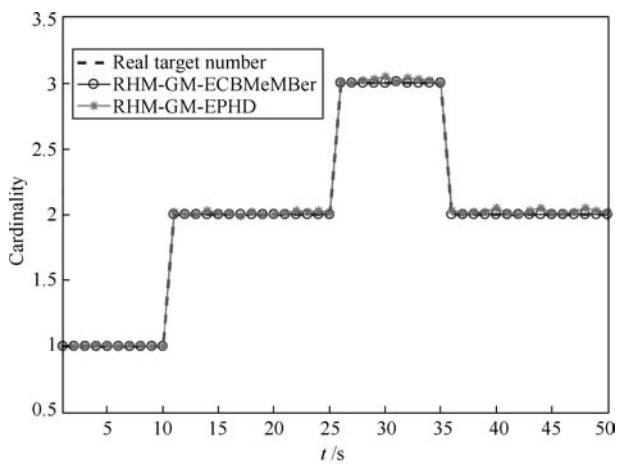


图 13 两种滤波器下群目标的势估计
 Fig. 13 Cardinality estimation statistics of the two filters (GT)

由图 15 可以看出, 本文算法对多群目标整体形状的跟踪性能要优于 RHM-GM-EPHD 滤波器. 此外, 注意到拟 Jaccard 距离分别在 $t = 11\text{ s}$ 、 $t = 16\text{ s}$ 和 $t = 26\text{ s}$ 时突然增大, 这是 $t = 11\text{ s}$ 和 $t = 26\text{ s}$ 有新目标出现、 $t = 16\text{ s}$ 有群目标的形状发生突变 (由图 10(b) “+” 形变为 (图 10(a)) 四边形) 而引起, 但之后形状估计都能随时间递推逐步收敛并趋于稳定.

综合以上两个跟踪实验, 本文所提算法能够针对复杂环境下的星凸形多扩展目标的目标数、运动状态和形状进行准确的估计, 与已有的 RHM-GM-EPHD 滤波器相比, 本文算法对多目标运动状态的估计和不规则形状的估计上都体现出相对的优势. 另外, 在具有外形发生突变的复杂群目标跟踪背景下 (这和具有编队飞行的目标群的运动有类似性), 本文算法在目标运动状态的估计和不规则形状的估计上, 与 RHM-GM-EPHD 滤波器相比都展现出更加优越的性能.

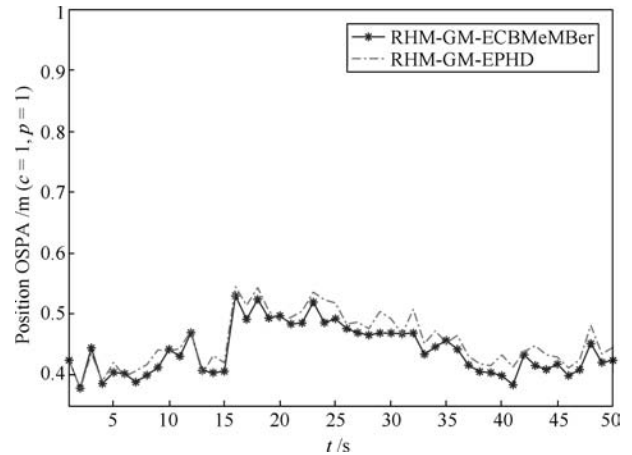


图 14 群目标位置估计的 OSPA
 Fig. 14 OSPA statistics of the position estimation (GT)

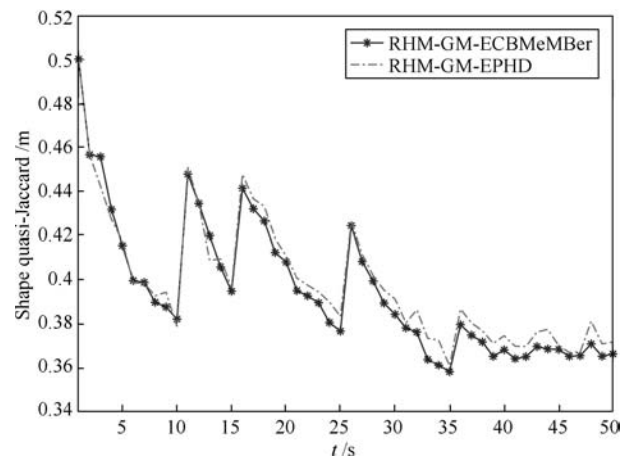


图 15 群目标形状估计的拟 Jaccard 距离
 Fig. 15 Quasi-Jaccard distance of the shape estimation (GT)

5 结论与展望

本文在采用星凸形随机超曲面模型对扩展目标的量测源进行建模的基础上, 结合 MBer-RFS 和 Possion-RFS 分别描述多扩展目标的状态和观测, 提出了一种容积卡尔曼高斯混合星凸形多扩展目标多伯努利滤波算法. 为了客观评价多扩展目标的不

规则形状估计性能, 本文给出了一种多扩展目标拟 Jaccard 距离的评价指标. 最后, 在复杂不确定性跟踪环境下, 分别通过对不同形状的多扩展 (群) 目标的状态 (包括运动状态和形状参数) 进行估计, 验证了所提算法的有效性. 仿真结果表明, 本文算法可同时对多个扩展 (群) 目标的运动状态、形状以及目标数进行精确估计, 并能准确辨识并跟踪收敛于群目标的突变形状. 总体而言, 相比 RHM-GM-EPHD 滤波器, 本文算法对目标数的估计更稳定, 对目标质心的位置估计和形状估计也更精确. 虽然在本论文仿真实验中验证了所提多扩展目标滤波器的收敛性, 但在今后的工作中, 我们需要进一步研究基于 RHM 的多扩展目标滤波器的收敛性条件和理论证明, 既包括已有的 RHM-GM-EPHD 滤波器的收敛性分析, 也包括本文提出的 RHM-GM-ECBMeMber 滤波器的收敛性分析.

References

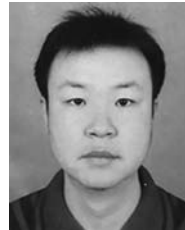
- 1 Vo B N, Vo B T, Hoang H G. An efficient implementation of the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, **65**(8): 1975–1987
- 2 Gostar A K, Hoseinnezhad R, Bab-Hadiashar A, et al. Sensor-management for multitarget filters via minimization of posterior dispersion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, **53**(6): 2877–2884
- 3 Xia Y X, Granström K, Svensson L, Fatemi M. Extended target Poisson Multi-Bernoulli filter. arXiv: 1801.01353, 2018.
- 4 Cao W, Lan J, Li X R. Extended object tracking and classification using radar and ESM sensor data. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, **25**(1): 90–94
- 5 Granström K, Baum M, Reuter S. Extended object tracking: introduction, overview, and applications. *Journal of Advances in Information Fusion*, 2017, **12**(2): 139–174
- 6 Sun L F, Lan J, Li X R. Joint tracking and classification of extended object based on support functions. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2018, **12**(7): 685–693
- 7 Aftab W, De Freitas A, Arvaneh M, Mihaylova L. A Gaussian process approach for extended object tracking with random shapes and for dealing with intractable likelihoods. In: Proceedings of the 22nd International Conference on Digital Signal Processing (DSP). London, UK: IEEE, 2017. 1–5
- 8 Beard M, Reuter S, Granström K, Vo B T, Vo B N, Scheel A. Multiple extended target tracking with labeled random finite sets. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, **64**(7): 1638–1653
- 9 Mahler R P S. *Advances in Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston, USA: Artech House, 2014.
- 10 Mahler R P S. *Statistical Multisource-Multitarget Information Fusion*. Boston, USA: Artech House, Inc., 2007.
- 11 Mahler R P S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, **39**(4): 1152–1178
- 12 Mahler R. PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, **43**(4): 1523–1543
- 13 Vo B T, Vo B N, Cantoni A. The cardinality balanced multi-target multi-Bernoulli filter and its implementations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, **57**(2): 409–423
- 14 Vo B T, Vo B N, Phung D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(24): 6554–6567
- 15 Vo B N, Vo B T. An implementation of the multi-sensor generalized labeled multi-Bernoulli filter via Gibbs sampling. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017: 1–8
- 16 Vo B N, Vo B T, Beard M. Multi-sensor multi-object tracking with the generalized labeled multi-Bernoulli filter. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, **67**(23): 5952–5967
- 17 Hoseinnezhad R, Vo B N, Vo B T, Suter D. Bayesian integration of audio and visual information for multi-target tracking using a CB-MeMber filter. In: Proceedings of the 2011 International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Prague, Czech Republic: IEEE, 2011. 2300–2303
- 18 Chong N, Nordholm S, Vo B T, Murray I. Tracking and separation of multiple moving speech sources via cardinality balanced multi-target multi Bernoulli (CBMeMber) filter and time frequency masking. In: Proceedings of the 2016 International Conference on Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS). Ansan, South Korea: IEEE, 2016. 88–93
- 19 Hoang H G, Vo B T. Sensor management for multi-target tracking via multi-Bernoulli filtering. *Automatica*, 2014, **50**(4): 1135–1142
- 20 Chen Hui, Han Chong-Zhao. Sensor control strategy for maneuvering multi-target tracking. *Acta Automatica Sinica*, 2016, **42**(4): 512–523
(陈辉, 韩崇昭. 机动多目标跟踪中的传感器控制策略的研究. *自动化学报*, 2016, **42**(4): 512–523)
- 21 Gilholm K, Salmond D. Spatial distribution model for tracking extended objects. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2005, **152**(5): 364–371
- 22 Gilholm K, Godsill S, Maskell S, Salmond D. Poisson models for extended target and group tracking. In: Proceedings of SPIE 5913, Signal and Data Processing of Small Targets 2005. San Diego, USA: SPIE, 2005. 230–241
- 23 Lan J, Li X R. Tracking of extended object or target group using random matrix – Part II: irregular object. In: Proceedings of the 15th International Conference on Information Fusion. Singapore: IEEE, 2012. 2185–2192

- 24 Lan J, Li X R. Tracking of maneuvering non-ellipsoidal extended object or target group using random matrix. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, **62**(9): 2450–2463
- 25 Feldmann M, Franken D. Tracking of extended objects and group targets using random matrices – a new approach. In: Proceedings of the 11th International Conference on Information Fusion. Cologne, Germany: IEEE, 2008. 1–8
- 26 Feldmann M, Fränken D, Koch W. Tracking of extended objects and group targets using random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, **59**(4): 1409–1420
- 27 Orguner U. A variational measurement update for extended target tracking with random matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, **60**(7): 3827–3834
- 28 Baum M, Hanebeck U D. Extended object tracking with random hypersurface models. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, **50**(1): 149–159
- 29 Baum M, Hanebeck U D. Shape tracking of extended objects and group targets with star-convex RHMs. In: Proceedings of the 14th International Conference on Information Fusion. Chicago, USA: IEEE, 2011. 338–345
- 30 Zea A, Faion F, Baum M, Hanebeck U D. Level-set random hypersurface models for tracking nonconvex extended objects. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2016, **52**(6): 2990–3007
- 31 Yao G, Dani A. Image moment-based random hypersurface model for extended object tracking. In: Proceedings of the 20th International Conference on Information Fusion. Xi'an, China: IEEE, 2017. 1–7
- 32 Han Y L, Zhu H Y, Han C. A Gaussian-mixture PHD filter based on random hypersurface model for multiple extended targets. In: Proceedings of the 16th International Conference on Information Fusion. Istanbul, Turkey: IEEE, 2013. 1752–1759
- 33 Ünsalan C, Erçil A. Conversions between parametric and implicit forms using polar/spherical coordinate representations. *Computer Vision and Image Understanding*, 2001, **81**(1): 1–25
- 34 Zhang G H, Lian F, Han C Z. CBMeMber filters for non-standard targets, I: extended targets. In: Proceedings of the

17th International Conference on Information Fusion. Salamanca, Spain: IEEE, 2014. 1–6

- 35 Arasaratnam I, Haykin S, Hurd T R. Cubature Kalman filtering for continuous-discrete systems: theory and simulations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, **58**(10): 4977–4993

- 36 Schuhmacher D, Vo B T, Vo B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, **56**(8): 3447–3457



陈 辉 兰州理工大学电气工程与信息工程学院教授. 主要研究方向为目标跟踪和传感器管理. 本文通信作者.

E-mail: huich78@hotmail.com

(**CHEN Hui** Professor at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. His research interest covers target

tracking and sensor management. Corresponding author of this paper.)



杜金瑞 兰州理工大学电气工程与信息工程学院硕士研究生. 主要研究方向为扩展目标跟踪. E-mail: djr62@sina.com

(**DU Jin-Rui** Master student at the School of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology. Her main research interest is extended target tracking.)



韩崇昭 西安交通大学电子与信息工程学院教授. 主要研究方向为多源信息融合, 随机控制与自适应控制, 非线性频谱分析. E-mail: czhan@mail.xjtu.edu.cn

(**HAN Chong-Zhao** Professor at the School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University. His research interest covers

multi-source information fusion, stochastic control and adaptive control, and nonlinear spectral analysis.)