

# 多孔介质梯形腔内纳米流体自然对流数值研究<sup>\*</sup>

王 磊, 马兵善, 王 刚

(兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘 要:**在热壁面温度随位置线性变化条件下,对 Cu-水纳米流体在多孔介质梯形腔内的自然对流换热进行了数值研究。主要讨论了达西数  $Da$ 、瑞利数  $Ra$  和纳米粒子体积分数  $\varphi$  对自然对流换热的影响。数值计算结果表明,平均  $Nu$  数随着  $Da$  数、 $Ra$  数和  $\varphi$  的增加而增大。热壁面温度随位置线性变化条件对多孔介质梯形腔内 Cu-水纳米流体自然对流的流场图和等温线图有一定的影响。

**关键词:**多孔介质;梯形腔体;纳米流体;自然对流

**中图分类号:**TK124

随着科学技术的极速进步及近代工农业生产的迫切需求,发生于多孔介质内的自然对流换热得到了较为广泛的关注。在自然界中几乎所有固体和类固体材料都是不同程度的多孔体,而密实的金属材料 and 密实的岩石以及一些塑料除外。在冶金、化工、能源、农业、材料、建筑、环境科学、空间科学、生命科学和医学等领域,多孔介质中动量、能量和质量的传递现象普遍存在。动力工程中采用的热管技术、单相或多相发散冷却技术、强化传热技术和太阳能储热技术、工业流化床及填充床技术、多孔物料的干燥原理与技术,以及核反应堆工程和仓储工程中,都会涉及多孔介质中的传热。对其传递机理及其特性的研究,可以为相关工程实际问题提供控制和优化的理论指导,具有较高的科学价值和应用意义。Nield 和 Bejan<sup>[1]</sup>、Ingham 和 Pop<sup>[2]</sup>、Pop 和 Ingham<sup>[4]</sup>、Pop 与 Vafai<sup>[5,6]</sup>对发生在多孔介质内的自然对流换热进行了详细的分析和讨论。

纳米流体作为一种新型高效的换热工质,能够显著增强换热效果<sup>[7-12]</sup>。Roslan 等人<sup>[13]</sup>通过变导热系数与粘度模型数值研究了  $Al_2O_3$ -水纳米流体在梯形腔体内的自然对流换热。结果表明,随着瑞利数的增加,梯形腔体内的流动强度增强,而且采用纳米流体可以强化换热。Nasrin 和 Parvin<sup>[14]</sup>数值研究了 Cu-水纳米流体在梯形腔体内的自然对流换热,结果表明梯形腔体内流场和温度场的变化与腔体宽高比和普朗特数相关,而且在最大普朗特数和最小宽高比的条件下,Cu 纳米颗粒的加入可以有效增强

换热性能。Al-Weheibi 等人<sup>[15]</sup>根据 Tiwari 和 Das 的数学模型<sup>[16]</sup>,数值研究了 Cu-水和 Co-水纳米流体在梯形腔体内的自然对流换热。讨论了瑞利数、腔体宽高比、纳米粒子体积分数和形状因子对流场、温度场和平均努塞尔数的影响。

通过文献检索发现,许多学者已经对纳米流体和纯流体在多孔介质腔体内的自然对流换热进行了分析和讨论。不论腔体内是纳米流体还是填充了多孔介质,其内的自然对流换热大多是在热壁面温度不随位置变化的条件下进行的。考虑到在工程实际应用中热壁面温度随位置变化的情况比较常见,如建筑物的节能保温、电子元器件的冷却以及太阳能的热利用等,所以对热壁面温度随位置变化条件下多孔介质腔体内的自然对流换热的研究具有十分重要的意义。因此,文章在局部热平衡假设的基础上,多孔介质内纳米流体的流动由 Brinkman-Darcy-Forchheimer 模型来描述。在热壁面温度随位置线性变化条件下,对 Cu-水纳米流体在多孔介质梯形腔体内的自然对流换热进行数值研究,讨论瑞利数  $Ra$ 、达西数  $Da$ 、纳米粒子体积分数  $\varphi$  对流动换热特性的影响。

## 1 物理模型和控制方程

### 1.1 物理模型

所研究问题的物理模型如图 1 所示,填充均质、各项同性的饱和多孔介质(玻璃球为固体骨架)于二维梯形腔内,Cu-水纳米流体为腔体内的流体

<sup>\*</sup> 基金项目:国家自然科学基金项目(51266006)。

介质。梯形腔的上壁面宽为  $H$ , 下壁面宽为  $L$ , 高为  $L$ 。梯形腔上壁面和下壁面绝热, 右侧竖直热壁面温度随位置呈线性变化, 长度为  $S$  的左侧倾斜壁面上有一段长度为  $D$  且保持恒定低温  $T_c$  的冷壁面, 剩余部分绝热。

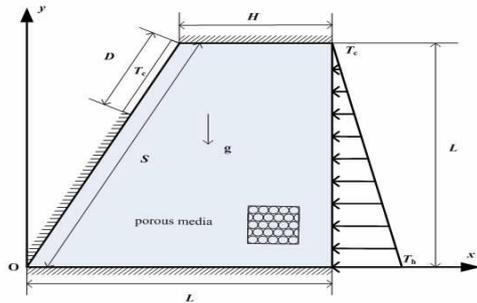


图 1 物理模型

表 1 显示了计算中涉及的 Cu 纳米粒子, 水和玻璃的相关物性参数。纳米流体热容  $(\rho c_p)_{nf}$ 、动力粘度  $\mu_{nf}$  等物性参数的计算<sup>[16]</sup>见表 2。表 2 各式中下标  $f, p$  和  $nf$  分别表示纯流体、纳米颗粒和纳米流体,  $\phi$  表示纳米粒子体积分数。

表 1 Cu 纳米颗粒、水、玻璃的热物性参数

物性参数	水	玻璃	铜
$\rho$ ( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	997.1	2700	8933
$c_p$ ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	4179	840	385
$k$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	0.613	1.05	400
$\beta\times 10^5$ ( $1\cdot\text{K}^{-1}$ )	21	0.9	1.67
$\alpha\times 10^7$ ( $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ )	1.47	403	1163.1

表 2 纳米流体热物性参数的计算公式<sup>[16]</sup>

物性参数	计算公式
导热系数	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_p + 2k_f - 2\phi(k_f - k_p)}{k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p)}$
有效密度	$\rho_{nf} = (1 - \phi)\rho_f + \phi\rho_p$
热容	$(\rho c_p)_{nf} = (1 - \phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_p$
热扩散系数	$\alpha_{nf} = k_{nf} / (\rho c_p)_{nf}$
热膨胀系数	$(\rho\beta)_{nf} = (1 - \phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_p$
有效动力黏度	$\mu_{nf} = \mu_f / (1 - \phi)^{2.5}$

## 1.2 控制方程

在数值计算过程中, 假设纳米流体为不可压缩、各向同性的牛顿流体; 自然对流效应由 Boussinesq 假设来考虑。腔体中多孔介质固体骨架是均匀分布的玻璃球, 满足无滑移边界条件, 不考虑粘性耗散。二维多孔介质梯形腔体内 Cu-水纳米流体的层流稳态自然对流的无量纲控制方程如下:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{Pr}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} U - \frac{C_F}{\sqrt{Da}} (\sqrt{U^2 + V^2}) U$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \tag{2}$$

$$\frac{1}{\varepsilon^2} \left( U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Pr}{\varepsilon} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{Pr}{Da} V - \frac{C_F}{\sqrt{Da}} (\sqrt{U^2 + V^2}) V + Ra Pr \theta$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \tag{3}$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \tag{4}$$

式(2)及(3)中, 多孔介质孔隙率为  $\varepsilon$ , 惯性系数为  $C_F$ , 按 Ergun 公式计算,  $C_F = 1.75(150\varepsilon^3)^{-0.5}$ 。上述方程中涉及的无量纲量定义如下:

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha_{mf}}, V = \frac{vL}{\alpha_{mf}}, P = \frac{pL^2}{\rho_{nf}\alpha_{mf}^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, Pr = \frac{\nu_{nf}}{\alpha_{mf}}$$

$$Da = \frac{K}{L^2}, Ra = \frac{g\beta_{nf}(T_h - T_c)L^3}{\nu_{nf}\alpha_{mf}}$$

$$\tag{5}$$

上式中,  $\alpha_{mf}$  为充满纳米流体的多孔介质的热扩散系数, 按下式计算:

$$\alpha_{mf} = \frac{k_m}{(\rho c_p)_{nf}} \left[ 1 - \frac{3\varepsilon\phi k_f (k_f - k_p)}{k_m (k_p + 2k_f + \phi(k_f - k_p))} \right] \tag{6}$$

式(6)中,  $k_m$  为充满纯流体的多孔介质的导热系数, 按下式计算:

$$k_m = \varepsilon k_f + (1 - \varepsilon) k_s \tag{7}$$

上式中,  $k_s$  为固体骨架(玻璃球)的导热系数。

无量纲边界条件如下:

斜壁面低温部分:  $U=V=0, \theta=0$   $\tag{8}$

斜壁面绝热部分:  $U=V=0, \partial\theta/\partial n=0$   $\tag{9}$

上、下绝热壁面:  $U=V=0, \partial\theta/\partial Y=0$   $\tag{10}$

右侧高温壁面:  $U=V=0, \theta=1-Y$   $\tag{11}$

高温壁面的平均努塞尔数  $Nu$  按下式计算:

$$Nu = -\frac{k_{mf}}{k_f} \int_0^1 \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=1} dY \tag{12}$$

无量纲流函数  $\psi$  可以腔体内流体的流动强度用无量纲流函数  $\psi$  描述,其定义如下:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (13)$$

## 2 数值计算方法验证

压力与速度场的耦合问题由 SIMPLEC 算法求解。采用 QUICK 格式对控制方程的对流项进行离散,采用中心差分格式对控制方程的扩散项进行离散<sup>[7]</sup>。同时进行了网格独立性验证,网格数为  $110 \times 110$  时获得了网格无关解。此外,通过对文献<sup>[18]</sup>中多孔介质腔体内的自然对流换热进行数值模拟验证计算程序的可靠性,计算结果见表3。由表3可知, Nu 数计算值和文献值相对误差均在 4% 以下,证明了证明该程序可以应用于后续的数值计算。

表3 平均 Nu 数与文献值<sup>[18]</sup>的比较

Da	Ra	文献值	计算值	误差(%)
$10^{-2}$	103	1.02	1.05	2.94
$10^{-4}$	105	1.07	1.06	0.93
$10^{-6}$	107	1.08	1.12	3.70

## 3 计算结果与讨论

在数值计算中,梯形腔体倾斜局部冷壁面无量纲长度  $B=D/S=0.3$ 、宽高比  $AR=H/L=0.50$ 、多孔介质孔隙率  $\varepsilon=0.6$  和  $Pr=3.85$ , 而纳米颗粒体积分数  $\varphi$ 、Ra 数和 Da 数的变化范围为:  $\varphi=0.02 \sim 0.1$ 、 $Ra=10^3 \sim 10^6$  和  $Da=10^{-4} \sim 10^{-2}$ 。

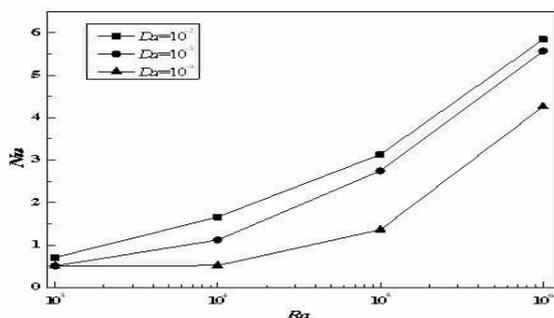


图2  $\varphi=0.04$  及不同 Da 数时 Nu 数随 Ra 数的变化曲线

图2给出了在  $\varphi=0.04$  及不同达西数( $Da=10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ )时平均 Nu 数随 Ra 数的变化趋势。如图所示平均 Nu 数随 Ra 数的增加而增大,增长趋势接近单调指数上升。可见 Ra 数对腔体内流体自然对流换热影响较大。当 Ra 数较小时,浮升力较小,腔体内最大流函数相对较小,多孔介质梯形腔体内热量传递方式以导热为主,所以平均 Nu 数变化较小。随着 Ra 数

的增加,浮升力增大,多孔介质梯形腔体内热量传递方式以对流换热为主,平均 Nu 数增大。

图3给出了在  $\varphi=0.04$  及不同瑞利数 ( $Ra=10^3, 10^4, 10^5, 10^6$ )时平均 Nu 数随 Da 数的变化趋势。如图3所示,平均 Nu 数随 Da 数的增加而增大。当 Da 数较小时,多孔介质梯形腔体内的粘性力较大,纳米流体的最大流函数较小, Da 数的变化对平均 Nu 数影响不大。随着 Da 数的增大,多孔介质梯形腔体内的粘性力减小,纳米流体的最大流函数增加,从而使得 Cu-水纳米流体在多孔介质梯形腔体内的对流换热强度增强。

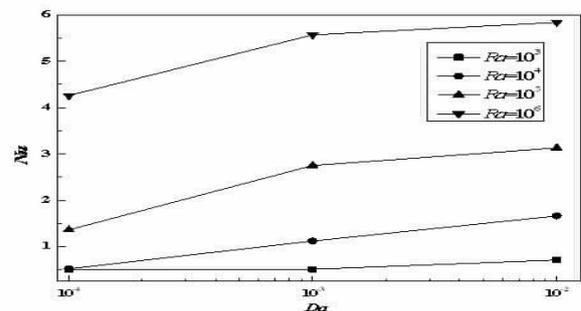


图3  $\varphi=0.04$  及不同 Ra 数时 Nu 数随 Da 数的变化曲线

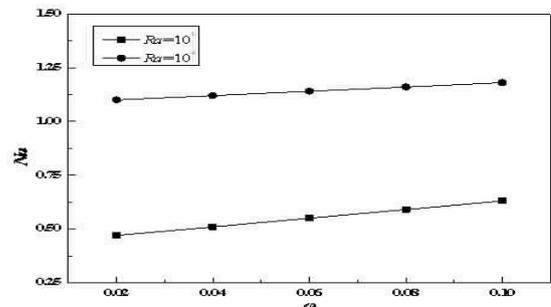


图4  $Da=10^{-3}$  及不同 Ra 数时 Nu 数随  $\varphi$  的变化曲线

图4为在  $Da=10^{-3}$  及不同瑞利数( $Ra=10^3, 10^4$ )时平均 Nu 数随  $\varphi$  的变化趋势。随着  $\varphi$  的增加,平均 Nu 数增大,呈线性增长趋势。表明向基液中添加 Cu 纳米颗粒可以提高纳米流体的导热系数,从而导致纳米流体的能量传递和内部热交换速率加快,因此使得纳米流体的换热强度增加。

图5为  $Da=10^{-3}$ 、 $Ra=10^3$  及  $10^6$  时多孔介质梯形腔体中  $\varphi=0.04$  的 Cu-水纳米流体和  $\varphi=0$  的纯水自然对流换热的流场图和等温线图,图中 Cu-水纳米流体由实线表示,纯水由虚线表示。由图5可知,多孔介质梯形腔体内纳米流体的最大流函数值小于纯水的最大流函数值,随着 Ra 数的增加,纳米流体的最大流函数值和纯水的最大流函数值同时增加。说明随着 Ra 数的增加,多孔介质梯形腔体内流体浮升力增强,流动强度增大。而纳米流体的最大流

函数值小于纯水的最大流函数值是受纳米流体黏度的影响。这是因为随着纳米粒子体积分数的增加,由表 2 纳米流体动力黏度计算公式可知,纳米流体黏度变大,纳米流体需要消耗能量来克服内部摩擦阻力。由图可知,纯水的平均  $Nu$  数小于纳米流体的平均  $Nu$  数,说明随着  $Cu$  纳米颗粒的加入,纳米流体的导热系数增加。而且粘度的增加效果弱于

纳米流体导热系数增加效果,从而增大了纳米流体的换热强度,因此强化了纳米流体的换热特性。由图可知,热壁面温度随位置线性变化条件对多孔介质梯形腔内  $Cu$ -水纳米流体自然对流换热的流场图和等温线图有一定的影响。由于热壁面温度随位置线性变化,右侧壁面的温度由上到下依次增加,温度线逐渐向冷壁面发展,腔体右上角出现次漩涡。

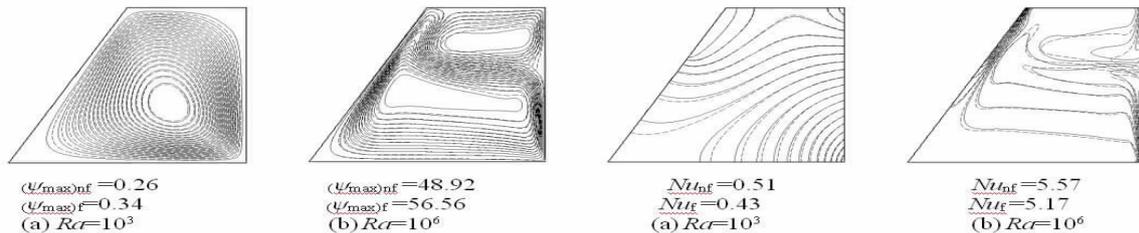


图 5  $Da=10^{-3}$  及不同  $Ra$  数时  $\varphi=0.04$  的  $Cu$ -水纳米流体(实线)和纯水(虚线)的流场图和等温线图

## 4 结论

在热壁面温度随位置线性变化条件下,对  $Cu$ -水纳米流体在多孔介质梯形腔内的自然对流换热进行了数值研究,主要讨论了达西数  $Da$ 、瑞利数  $Ra$  和纳米粒子体积分数  $\varphi$  对自然对流换热的影响。计算结果表明:在水中添加  $Cu$  纳米颗粒时可强化腔体内纳米流体自然对流换热,且随着  $\varphi$  的增大,平均  $Nu$  数增大;当  $\varphi$  和  $Da$  数一定时,随着  $Ra$  数增大,平均  $Nu$  数增大;当  $\varphi$  和  $Ra$  数一定时,随着  $Da$  数增大,平均  $Nu$  数增大。热壁面温度随位置线性变化条件对多孔介质梯形腔内  $Cu$ -水纳米流体自然对流换热的流场图和等温线图有一定的影响。

### 参考文献:

- [1] Nield D A, Bejan A. Convection in Porous Media (Third Edition)[M]. New York: Springer, 2006.
- [2] Ingham D B, Pop I. Transport Phenomena in Porous Media: vol. 2 [M]. Oxford: Pergamon, 2002.
- [3] Ingham D B, Pop I. Transport Phenomena in Porous Media: vol.3 [M]. Oxford: Elsevier Science & Technology, 2005.
- [4] Pop I, Ingham D B. Convective Heat Transfer: Mathematical and Computational Modelling of Viscous Fluids and Porous Media [M]. Oxford: Pergamon, 2001.
- [5] Vafai K. Handbook of Porous Media [M]. New York: Marcel Dekker, 2000.
- [6] Vafai K. Handbook of Porous Media (Second Edition) [M]. New York: Taylor & Francis, 2005.
- [7] Choi S U S. Enhancing Thermal Conductivity of Fluids with Nanoparticles[C]//Developments and Applications of Non-Newtonian Flows, Singer D A, Wang H P (Eds.), New York: ASME FED-231/MD-66, 1995, 231: 99-105.
- [8] Eastman JA, Choi SUS, Li S, et al. Anomalous In-

creased Effective Thermal Conductivities of Ethylene Glycol-based Nanofluids Containing Copper Nanoparticles [J]. Applied Physics Letters, 2001, 78(6): 718-720.

- [9] Koblinski P, Eastman J A, Cahill D G. Nanofluids for Thermal Transport[J]. Materials Today, 2005, 8(6): 36-44.
- [10] Lee S, Choi SUS, Li S, et al. Measuring Thermal Conductivity of Fluids Containing Oxide Nanoparticles[J]. ASME Journal of Heat Transfer, 1999, 121(2): 280-289.
- [11] Ben-Abdallah P. Heat Transfer through Near-field Interactions in Nanofluids[J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(11): 113-117.
- [12] 宣益民, 李强. 纳米流体强化传热研究[J]. 工程热物理学报, 2000, 21(4): 466-470.
- [13] Roslan R, Saleh H, Hashim I. Buoyancy-driven Heat Transfer in Nanofluid-filled Trapezoidal Enclosure with Variable Thermal Conductivity and Viscosity [J]. Numerical Heat Transfer, Part A, 2011, 60(10): 867-882.
- [14] Nasrin R, Parvin S. Investigation of Buoyancy-driven Flow and Heat Transfer in a Trapezoidal Cavity Filled with Water Cu Nanofluid[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2012, 39(2): 270-274.
- [15] Al-Weheibi S M, Rahman M M, Alam M S, et al. Numerical Simulation of Natural Convection Heat Transfer in a Trapezoidal Enclosure Filled with Nanoparticles[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 131-132: 599-612.
- [16] Tiwari R K, Das M K. Heat Transfer Augmentation in a Two-sided Lid-driven Differentially Heated Square Cavity Utilizing Nanofluids[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50(9-10): 2002-2018.
- [17] 陶文铨. 数值传热学(第 2 版)[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [18] Nithiarasu P, Seetharamu K N, Sundararajan T. Natural Convective Heat Transfer in a Fluid Saturated Variable Porosity Medium[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1997, 40(16): 3955-396.