

# 执行器饱和和网络化控制系统鲁棒容错控制研究

曹慧超, 李 炜

(兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:** 针对实际网络化控制系统(NCS)中存在的执行器饱和和约束,及冗余执行器分担故障执行器任务时更易进入饱和和区域现象,研究了执行器饱和和闭环故障不确定NCS的鲁棒 $H_\infty$ 保性能容错控制问题。根据Lyapunov稳定性理论,通过引入辅助反馈矩阵,将执行器饱和项转换成线性函数的凸组合形式,并应用改进的Jensen积分不等式及更紧界引理,推证出执行器饱和和闭环故障NCS具有鲁棒 $H_\infty$ 保性能容错能力的少保守性时滞依赖充分条件,并给出了鲁棒 $H_\infty$ 保性能容错控制器的设计方法及保性能指标、扰动抑制率指标的优化设计。仿真结果表明,所述方法可使同时受到执行器饱和和约束、网络属性、模型参数摄动以及有限能量外部扰动影响的闭环故障NCS渐近稳定,且具有一定的抗扰动能力及保代价动态性能。

**关键词:** 网络化控制系统; 执行器饱和; 保性能; 扰动; 容错控制

中图分类号: TP302.8, TP391.9 文献标识码: B

## Research on Robust Fault-Tolerant Control for Networked Control System with Actuator Saturation

CAO Hui-chao, LI Wei

(College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

**ABSTRACT:** Because there is the actuator saturation in the networked control system (NCS) and the redundant actuator is easy to enter the saturation region when redundant actuator shares the task of the fault actuator, the problem of the robust  $H_\infty$  guaranteed cost fault-tolerant control is studied for a class of closed-loop fault NCS with actuator saturation. The actuator saturation item can be expressed as a convex combination of the linear function by introducing the auxiliary feedback matrix. And based on Lyapunov stability theory, the delay-dependent and less conservative sufficient condition that guarantee robust  $H_\infty$  guaranteed cost fault-tolerant performance of closed-loop fault NCS with actuator saturation is derived by utilizing the improved Jensen inequality and tighter bound lemma. The design method of robust  $H_\infty$  guaranteed cost fault-tolerant controller is given, meanwhile, the guaranteed cost index and the disturbance attenuation index are optimized. The simulation results show that the proposed design method can guarantee stability, and has disturbance resisting and guaranteed cost ability for closed-loop fault NCS, which is subjected to actuator saturation, network attributes, model parameter perturbation and norm-bounded external disturbance, simultaneously.

**KEYWORDS:** Networked control system (NCS); Actuator saturation; Guaranteed cost; Disturbance; Fault-Tolerant control

### 1 引言

执行器饱和是实际控制系统中普遍存在的非线性约束,一般由电子器件本身的物理局限性以及出于安全需求的人

为界定所造成。它的存在会导致闭环系统出现极限环、寄生平衡点,严重影响到控制系统的性能甚至使得系统不稳定。所以对于饱和和非线性的研究多年来得到了众多学者的广泛关注。其中,文献[1-2]将饱和特性当作局部扇形非线性,利用圆判据、Popov判据研究系统的绝对稳定性控制问题。文献[3]将执行器饱和项采用对角矩阵法替换,研究了离散线性系统局部稳定性问题。文献[4]引入辅助矩阵,应用凸包集合处理饱和和对系统的影响,这种方法不仅能够反映饱和的内部关系,也改善了单纯地将饱和系统转换为扇形非线性

基金项目: 国家自然科学基金项目(61364011); 甘肃省自然科学基金项目(1308RJZA148)

收稿日期: 2014-12-25 修回日期: 2015-01-26

系统来研究时所带来的保守性问题。近年来,由于网络化控制系统(Networked Control Systems, NCS)较传统控制系统所具有的时延、丢包等特殊性质<sup>[5]</sup>,学术界也开始在这一领域关注执行器饱和和带来的问题,其中文献[6,7]沿用凸组方法,分别采用状态反馈、动态输出反馈控制策略,研究了具有执行器饱和约束和输入附加干扰的线性NCS的稳定性问题。文献[8]采用凸组方法,并结合基于观测器的输出反馈控制方法,给出了具有随机丢包数和执行器饱和约束的NCS均方指数稳定的充分条件。

但现存考虑执行器饱和约束的NCS研究,却未涉及由于NCS结构庞大、复杂等因素而易诱发的故障问题;而通过容错控制确保故障NCS安全可靠性的研究也侧重考虑数据通过共享网络时衍生的网络时延、丢包等问题<sup>[9-12]</sup>,对于NCS故障情形下,冗余执行器分担故障执行器任务时更易进入饱和和区域的现象考虑甚少,甚至为了设计分析的方便而忽略。因此,如何同时考虑网络的多个属性、系统的内外不确定性、执行器饱和等多种约束,保证NCS发生故障时仍能安全稳定运行,同时能达到更满意容错性能指标,成为本文研究的重点。

基于此,本文首先采用状态反馈控制策略,考虑数据通过共享网络时引起的网络时变时延与丢包、参数摄动与外部有限能量扰动等不确定性、以及更一般的执行器失效故障与执行器饱和等问题,建立新的执行器饱和闭环故障不确定NCS模型;然后,基于Lyapunov稳定性理论,对执行器饱和项采用凸组形式进行处理,从减少结论保守性和降低计算复杂度出发,应用更紧界引理及改进的Jensen积分不等式技术,推导出使闭环故障不确定NCS同时满足稳定性、扰动抑制 $H_\infty$ 性能以及保代价性能的满意容错设计准则,并给出相应的鲁棒 $H_\infty$ 保性能容错控制器的设计方法。进而还讨论了保性能指标以及扰动抑制率指标的优化问题。

## 2 NCS被控对象模型

NCS结构图如图1所示,其中控制器通过网络与传感器和执行机构交换信息,实现对远程被控对象的控制。

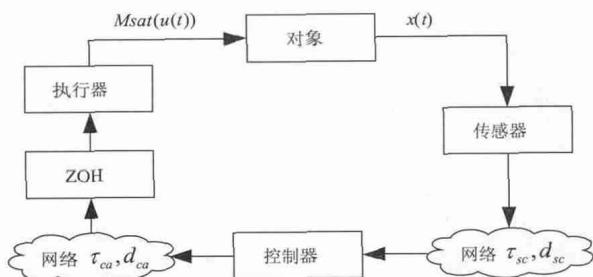


图1 NCS结构图

考虑图1所示的执行器饱和不确定NCS被控对象模

型为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{B}sat(u(t)) + B_1\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-\tau_2, 0] \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ ,  $u(t) \in R^m$ ,  $z(t) \in R^p$ 分别为系统的状态变量,控制输入,系统输出; $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$

为有限能量的外部扰动; $sat: R^m \rightarrow R^m$ 为标准饱和函数,即 $sat(u) \triangleq [sat(u_1) \quad sat(u_2) \quad \cdots \quad sat(u_m)]^T$ ,  $sat(u_i) = sign(u_i) \min\{1, |u_i|\}$ ;  $\phi(t)$ 为给定的初始向量值连续函数。

$$\bar{A} = A + \Delta A \quad \bar{B} = B + \Delta B \quad (2)$$

且 $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $B_1 \in R^{n \times r}$ ,  $C \in R^{p \times n}$ 为适当维数的常数矩阵。 $\Delta A$ ,  $\Delta B$ 为范数有界的时变参数不确定性矩阵,满足

$$[\Delta A \quad \Delta B] = DF(\eta) [E_1 \quad E_2] \quad (3)$$

其中: $D, E_1, E_2$ 为已知的适当维数实常数矩阵;

$F(t)$ 为未知时变实值连续矩阵函数,其元素Lebesgue可测,且满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ ( $I$ 为单位矩阵)。

为方便分析,对于NCS给出如下合理假设:

1) 传感器为时钟驱动,控制器、执行器及零阶保持器(Zero-order Hold, ZOH)为事件驱动,数据采用单包传输,且无时序错乱;

2) 系统所有状态均可测量。

依据文献[10]对线性不确定NCS时延和丢包的描述及控制器的推导,则同时考虑时变时延和丢包的状态反馈控制器为

$$u(t) = Kx(t - \tau(t)) \quad (4)$$

其中: $K \in R^{m \times n}$ 为控制增益阵, $\tau(t)$ 为包含传感器到控制器、控制器到执行器的网络诱导时延 $\tau_{sc}$ ,  $\tau_{ca}$ 和数据丢包 $d_{sc}$ ,  $d_{ca}$ 的综合区间时变时延,且满足

$$0 < \tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2 \quad (5)$$

$$\dot{\tau}(t) \leq \mu \quad (6)$$

其中 $\tau_1, \tau_2$ 分别为综合区间时变时延的下界和上界,且 $\tau_1 = \tau$ ,  $\tau_2 = \bar{\tau} + (\bar{d} + 1)T$ ,  $\tau, \bar{\tau}$ 分别为时延下、上界, $\bar{d}$ 为最大丢包数, $T$ 为采样周期, $\mu$ 为常数。

另外,考虑执行器可能发生失效故障的情形,引入故障模型

$$u^f(t) = Mu(t) \quad (7)$$

其中: $M = \{diag\{m_1, m_2, \dots, m_n\}, m_p \in [0, 1], p = 1, 2, \dots, n\}$ 为执行器故障矩阵,且

$$\begin{cases} m_p = 1, & \text{第 } p \text{ 个执行器正常} \\ m_p = 0, & \text{第 } p \text{ 个执行器完全失效} \\ m_p \in (0, 1), & \text{第 } p \text{ 个执行器部分失效} \end{cases}$$

$M \in \Omega$ ,  $\Omega$ 表示所有可能执行器失效故障模式的集合。

结合式(1)、(4)、(7),得执行器饱和不确定网络化闭环故障系统(Networked Closed-Loop Fault System, NCFS)模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \bar{A}x(t) + \bar{M}Msat(Kx(t - \tau(t))) + B_1\omega(t) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (8)$$

### 3 基本概念及相关引理

定义 1: 对闭环系统 (8) 定义二次型性能指标

$$\begin{aligned}
 J_g &= \int_0^{\infty} [x^T(t) T_1 x(t) + \text{sat}(u(t))^T T_2 \text{sat}(u(t))] dt \\
 &\leq \max_{q \in [1, 2^m]} \int_0^{\infty} [x^T(t) T_1 x(t) + x^T(t - \tau(t)) \times \\
 &\quad (Y_q K + Y_q^- H)^T T_2 (Y_q K + Y_q^- H) x(t - \tau(t))] dt \\
 &= \max_{q \in [1, 2^m]} \int_0^{\infty} \zeta^T(t) T \zeta(t) dt \quad (9)
 \end{aligned}$$

其中:  $\zeta^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau(t)) \quad x^T(t - \frac{\tau_1}{2})$

$$x^T(t - \tau_1) \quad x^T(t - \frac{\tau_2}{2}) \quad x^T(t - \tau_2)]$$

$T = \text{diag}\{T_1, (Y_q K + Y_q^- H)^T T_2 (Y_q K + Y_q^- H), \rho, \rho, \rho, \rho\}$ ,  $T_1, T_2$  为给定的对称正定矩阵。

如果存在一个状态反馈增益阵  $K$ , 使得对任意可能的执行器失效故障模式  $M$  和可接受的系统参数不确定性  $\Delta A, \Delta B$ , 执行器饱和 NCFs (8) 满足:

- 1) 在  $\omega(t) = 0$  时, 闭环控制系统渐近稳定, 即系统 (8) 有着收缩不变集  $\varepsilon(P)$ ;
- 2) 在  $\omega(t) = 0$  时, 闭环性能指标函数 (9) 满足  $J_g \leq J_g^*$ ;
- 3) 在零初始条件下, 对任意不为零的  $w(t) \in L_2[0, \infty)$ , 控制输出满足  $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|w(t)\|_2$ , 其中  $\gamma$  是预先规定的常数,  $\|\cdot\|_2$  是  $L_2[0, \infty)$  范数, 则, 执行器饱和和不确定 NCFs (8) 具有鲁棒  $H_\infty$  保代

价容错性能  $J_g^*$  称为执行器饱和和不确定 NCFs (8) 的保性能上界  $\gamma$  称为系统 (8) 的扰动抑制率。

定义 2: 令

$\ell(K) = \{x_0 \in R^n: |k_g x| \leq 1, g \in [1, m]\}$ , 矩阵  $K \in R^{m \times n}$ ,  $k_g$  是  $K$  的第  $g$  行, 称  $\ell(K)$  为反馈控制的非饱和域, 或饱和和反馈控制的线性域, 即对任意的  $x \in \ell(K)$ ,  $\text{sat}(Kx) = Kx$ 。

定义 3: 系统在状态转移过程中, 执行器无论发生  $M \in \Omega$  的任何故障, 从  $\varphi_b$  出发的任何初始状态均能收敛于平衡点, 即  $\varphi_b = \{x_0 \in R^n: \lim_{t \rightarrow \infty} \psi(t, x_0) = 0, \forall M \in \Omega\}$ ,

$\psi(t, x_0)$  为系统的状态轨迹  $x(0) = x_0 \in R^n$ , 则称  $\varphi_b$  为系统的容错吸引域。

定义 4: 令  $P \in R^{n \times n}$  是一个正定矩阵, 对一个正数  $\rho$ ,  $\varepsilon(P, \rho) = \{x \in R^n: x^T P x \leq \rho\}$  称  $\varepsilon(P, \rho)$  为椭球体, 记  $\varepsilon(P)$  表示  $\varepsilon(P, 1)$ 。

下面给出下文定理中用到的 5 个引理。

引理 1<sup>[4]</sup>: 给定矩阵  $K, H \in R^{m \times n}$ , 对于  $x \in R^n$ , 如果  $x \in \ell(H)$  则有

$$\text{sat}(Kx) \in \text{co}\{Y_q Kx + Y_q^- Hx: q \in [1, 2^m]\} \quad (10)$$

其中  $\text{co}\{\cdot\}$  表示  $Y_q Kx + Y_q^- Hx, Y_q \in Y, q \in [1, 2^m]$  组成的凸包;  $Y$  表示一个  $m \times m$  对角矩阵的集合, 且其对角线上的元素是 1 或者 0。显然  $Y$  含有  $2^m$  个元素。假设  $Y$  的每个元素被标记为  $Y_q, q = 1, \dots, 2^m$ , 即  $Y = \{Y_q: q \in [1, 2^m]\}$ 。定义  $Y_q^- = I$

$-Y_q$ , 则  $Y_q^- \in Y$ 。

引理 2<sup>[13]</sup>: 对任意矩阵  $N \in R^{n \times n}, N = N^T \geq 0$ ,

标量  $\tau_1 > 0$  及向量值函数  $x: [-\tau_1, 0] \rightarrow R^n$ , 以下积分不等式成立

$$\begin{aligned}
 & -\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t x^T(s) N x(s) ds \leq \\
 & \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -N & N \\ N & -N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \end{bmatrix} \quad (11)
 \end{aligned}$$

引理 3<sup>[14]</sup>: 对任意标量  $W_1 \geq 0, W_2 \geq 0$ ,  $\tau(t)$  是一个连续函数且满足 (4) 则

$$\frac{W_1}{\tau(t) - \tau_1} + \frac{W_2}{\tau_2 - \tau(t)} \geq \min\left\{\frac{3W_1 + W_2}{\tau_2 - \tau_1}, \frac{W_1 + 3W_2}{\tau_2 - \tau_1}\right\} \quad (12)$$

引理 4<sup>[15]</sup>: 对于具有适当维数的矩阵  $Y, M$  和  $E$ , 其中  $Y = Y^T$  则

$$Y + M F(t) E + E^T F^T(t) M^T < 0 \quad (13)$$

对所有满足  $F^T(t) F(t) \leq I$  的矩阵  $F(t)$  成立, 当且仅当存在一个常数  $\varepsilon > 0$ , 使得如下不等式成立

$$Y + \varepsilon M M^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0 \quad (14)$$

引理 5: 给定任意矩阵  $S > 0$ , 对于任意适当维数的对称矩阵  $X$  使得  $X^T S X > 0$ , 则  $\exists \lambda \in R$ , 使得如下不等式成立

$$-\lambda^2 S^{-1} \leq -2\lambda S + X^T S X \quad (15)$$

### 4 容错控制设计方法

下面, 首先给出了执行器饱和和闭环故障不确定 NCFs 系统 (8) 具有鲁棒  $H_\infty$  保代价容错性能, 且状态轨迹保持在吸引域内的充分条件; 其次给出了使系统 (8) 具有此容错性能的控制器的设计方法; 最后

给出了保性能上界指标  $J_g^*$  和扰动抑制率指标  $\gamma$  的优化设计。

注 1: 一般而言, 一个系统的吸引域很难精确获得, 而收缩不变集在吸引域内部, 所以, 本文采用椭球体求取不变集的方法来获得容错吸引域。

#### 4.1 具有鲁棒 $H_\infty$ 保代价容错性能的不变集条件

定理 1: 考虑系统 (8) 给定常数  $\tau_2 > \tau_1 > 0, \gamma > 0, \mu > 0$ , 如果存在对称正定矩阵  $P, S_i, R_i, Q_j, i = 1, 2, \beta, j = 1, 2, \dots, \beta$  及适当维数的矩阵  $K, H$ , 使得对任意可能的执行器失效故障模式  $M$  和可接受的系统参数不确定性, 满足下式

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{11}^1 + C^T C & \Sigma_{12}^1 & \Sigma_{13}^1 & 0 & \Sigma_{15}^1 & 0 & \Sigma_{17}^1 \\ * & \Sigma_{22}^1 & 0 & \Sigma_{24}^1 & 0 & \Sigma_{26}^1 & \Sigma_{27}^1 \\ * & * & \Sigma_{33}^1 & -Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Sigma_{44}^1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_{55}^1 & -Q_5 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{66}^1 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Sigma_{77}^1 \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中:  $*$  是由矩阵对称性得到的矩阵块,  $\kappa = 1, 2, \Sigma_{11}^1 = P \bar{A} + \bar{A}^T P$

$+S_1+S_2+S_3-R_1-R_2+Q_1+Q_4+\bar{A}^T\bar{\Theta}\bar{A}+T_1$   
 $\Theta=\tau_1^2R_1/4+\tau_2^2R_2/4+\delta^2R_3 \quad \delta=\tau_2-\tau_1$   
 $\Sigma_{12}^1=PB\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)+\bar{A}^T\bar{\Theta}B\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)$   
 $\Sigma_{13}^1=Q_2-R_1 \quad \Sigma_{15}^1=R_2+Q_5 \quad \Sigma_{17}^1=PB_1+\bar{A}^T\bar{\Theta}B_1$   
 $\Sigma_{22}^1=-(1-\mu)S_1-4R_3+$   
 $[B\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)]^T\bar{\Theta}[B\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)]+$   
 $(Y_qK+Y_q^-H)^T T_2(Y_qK+Y_q^-H)$   
 $\Xi_{24}^1=3R_3 \quad \Xi_{26}^1=R_3 \quad \Xi_{24}^2=R_3 \quad \Xi_{26}^2=3R_3$   
 $\Sigma_{27}^1=B\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)^T\bar{\Theta}B_1$   
 $\Sigma_{33}^1=-R_1+Q_3-Q_1 \quad \Sigma_{35}^1=-R_2+Q_6-Q_4$   
 $\Sigma_{44}^1=-S_2-Q_3-3R_3 \quad \Sigma_{44}^2=-S_2-Q_3-R_3$   
 $\Sigma_{66}^1=-S_3-Q_6-R_3 \quad \Sigma_{66}^2=-S_3-Q_6-3R_3$   
 $\Sigma_{77}^1=B_1^T\bar{\Theta}B_1-\gamma^2I$  和  $\varepsilon(P)\subset\ell(H)$  即  $\forall x\in R^n: |h_g x|\leq 1$ ,  
 $g\in[1\ m]$  其中  $h_g$  为  $H$  的第  $g$  行 则  $\forall x_0\in\varepsilon(P)$  则执行器  
 饱和不确定 NCFs(8) 渐近稳定, 系统状态轨迹仍能保持在不变集  $\varepsilon(P)$  内, 且扰动抑制率为  $\gamma$ , 性能指标(9) 存在上确界  $J_g^*$ , 也即式(4) 是系统(8) 的一个鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制器。其中

$$\begin{aligned}
 J_g^* &= \phi^T(0)P\phi(0) + \int_{-\tau(t)}^0 x^T(s)S_1x(s)ds \\
 &+ \int_{-\tau_1}^0 x^T(s)S_2x(s)ds + \int_{-\tau_2}^0 x^T(s)S_3x(s)ds \\
 &+ \frac{\tau_1}{2}\int_{-\frac{\tau_1}{2}}^{\tau_1}\int_s^0 \dot{x}^T(\theta)R_1\dot{x}(\theta)d\theta ds \\
 &+ \frac{\tau_2}{2}\int_{-\frac{\tau_2}{2}}^{\tau_2}\int_s^0 \dot{x}^T(\theta)R_2\dot{x}(\theta)d\theta ds \\
 &+ \delta\int_{-\tau_2}^{-\tau_1}\int_s^0 \dot{x}^T(\theta)R_3\dot{x}(\theta)d\theta ds \\
 &+ \int_{-\frac{\tau_1}{2}}^0 \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix} ds \\
 &+ \int_{-\frac{\tau_2}{2}}^{\tau_2} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_4 & Q_5 \\ * & Q_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix} ds \quad (17)
 \end{aligned}$$

证明: 构造 Lyapunov - Krasovskii 泛函

$$V(x(t)) = V_1(x(t)) + V_2(x(t)) + V_3(x(t)) \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 V_1(x(t)) &= x^T(t)Px(t) + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)S_1x(s)ds \\
 &+ \int_{t-\tau_1}^t x^T(s)S_2x(s)ds + \int_{t-\tau_2}^t x^T(s)S_3x(s)ds \quad (19)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_2(x(t)) &= \frac{\tau_1}{2}\int_{-\frac{\tau_1}{2}}^{\tau_1}\int_{t+s}^t \dot{x}^T(\theta)R_1\dot{x}(\theta)d\theta ds \\
 &+ \frac{\tau_2}{2}\int_{-\frac{\tau_2}{2}}^{\tau_2}\int_{t+s}^t \dot{x}^T(\theta)R_2\dot{x}(\theta)d\theta ds \\
 &+ \delta\int_{-\tau_2}^{-\tau_1}\int_{t+s}^t \dot{x}^T(\theta)R_3\dot{x}(\theta)d\theta ds \quad (20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_3(x(t)) &= \\
 &\int_{-\frac{\tau_1}{2}}^t \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix} ds \\
 &+
 \end{aligned}$$

$$\int_{-\frac{\tau_2}{2}}^t \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_4 & Q_5 \\ * & Q_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix} ds \quad (21)$$

其中:  $P^T = P > 0$   $S_i^T = S_i > 0$   $R_i^T = R_i > 0$  ( $i = 1, 2, \dots$ )

3)  $Q_j^T = Q_j > 0$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ )。

1) 沿着系统(8) 的任意轨迹对  $V(x(t))$  求导得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(x(t)) &= 2x^T(t)Px'(t) \\
 &+ x^T(t)S_1x(t) - (1-\mu)x^T(t-\tau(t))S_1x(t-\tau(t)) \\
 &+ x^T(t)S_2x(t) - x^T(t-\tau_1)S_2x(t-\tau_1) \\
 &+ x^T(t)S_3x(t) - x^T(t-\tau_2)S_3x(t-\tau_2) \quad (22)
 \end{aligned}$$

当  $\omega(t) = 0$  时, 依据式(8) 及引理 1 得

$$\begin{aligned}
 2x^T(t)Px'(t) &\leq \max_{q\in[1, 2^m]} 2x^T(t)P[\bar{A}x(t) \\
 &+ \bar{B}\bar{M}(Y_qK+Y_q^-H)x(t-\tau(t))] \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2(x(t)) &= \frac{\tau_1}{4}\dot{x}^T(t)R_1\dot{x}(t) - \frac{\tau_1}{2}\int_{t-\frac{\tau_1}{2}}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds + \\
 &\frac{\tau_2}{4}\dot{x}^T(t)R_2\dot{x}(t) - \frac{\tau_2}{2}\int_{t-\frac{\tau_2}{2}}^t \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds + \delta^2\dot{x}^T(t)R_3\dot{x}(t) - \\
 &\delta\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds \quad (24)
 \end{aligned}$$

由引理 2 得

$$\begin{aligned}
 -\frac{\tau_1}{2}\int_{t-\frac{\tau_1}{2}}^t \dot{x}^T(s)R_1\dot{x}(s)ds &\leq \\
 \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_1 & R_1 \\ R_1 & -R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix} \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$-\frac{\tau_2}{2}\int_{t-\frac{\tau_2}{2}}^t \dot{x}^T(s)R_2\dot{x}(s)ds \leq$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R_2 & R_2 \\ R_2 & -R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

由引理 2、3 得

$$\begin{aligned}
 -\delta\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds \\
 = -\delta\int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds - \delta\int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}^T(s)R_3\dot{x}(s)ds \\
 \leq -\max\left\{\frac{3W_1+W_2}{\tau_2-\tau_1}, \frac{W_1+3W_2}{\tau_2-\tau_1}\right\} \quad (27)
 \end{aligned}$$

$$W_1 = \left(\int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}(s)ds\right)^T \delta R_3 \left(\int_{t-\tau(t)}^{t-\tau_1} \dot{x}(s)ds\right) \quad (28)$$

$$W_2 = \left(\int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}(s)ds\right)^T \delta R_3 \left(\int_{t-\tau_2}^{t-\tau(t)} \dot{x}(s)ds\right) \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_3(x(t)) &= \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix} \\
 &- \begin{bmatrix} x(t-\frac{\tau_1}{2}) \\ x(t-\tau_1) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t-\frac{\tau_1}{2}) \\ x(t-\tau_1) \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_4 & Q_5 \\ * & Q_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$-\begin{bmatrix} x(t - \frac{\tau_2}{2}) \\ x(t - \tau_2) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_4 & Q_5 \\ * & Q_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \frac{\tau_2}{2}) \\ x(t - \tau_2) \end{bmatrix} \quad (30)$$

根据式(22) - (30) 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{V}_1(x(t)) + \dot{V}_2(x(t)) + \dot{V}_3(x(t)) \\ &\leq \max_{q \in [1, 2^m]} \zeta^T(t) \Xi_1 \zeta(t) \end{aligned} \quad (31)$$

其中:

$$\Xi_1 = \begin{bmatrix} \Xi_{11}^1 & \Sigma_{12}^1 & \Sigma_{13}^1 & 0 & \Sigma_{15}^1 & 0 \\ * & \Xi_{22}^1 & 0 & \Sigma_{22}^k & 0 & \Sigma_{26}^k \\ * & * & \Sigma_{33}^1 & -Q_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Sigma_{44}^k & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_{55}^1 & -Q_5 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{66}^k \end{bmatrix}$$

$$\Xi_{11}^1 = \Sigma_{11}^1 - T_1$$

$$\Xi_{22}^1 = \Sigma_{22}^1 - (Y_q K + Y_q^- H)^T T_2 (Y_q K + Y_q^- H)$$

根据矩阵不等式(16) 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &< - \max_{q \in [1, 2^m]} \zeta^T(t) T \zeta(t) \\ &\leq - \lambda_{\min}(T) \|\zeta(t)\|^2 < 0 \end{aligned} \quad (32)$$

其中:  $\lambda_{\min}(T)$  表示矩阵  $T$  的最小特征值。

由 Lyapunov 稳定性理论可知 NCFS(8) 是渐近稳定的, 椭球体  $\varepsilon(P)$  为收缩不变集, 即控制器(4) 使得执行器饱和 NCFS(8) 在吸引域  $\varepsilon(P)$  内稳定。

且由(32) 式得

$$-\dot{V}(x(t)) \geq \zeta^T(t) T \zeta(t)$$

对上式两边从  $t=0$  到  $t=\infty$  积分, 并利用系统的稳定性, 可得

$$J_g = \int_0^\infty \zeta^T(t) T \zeta(t) dt \leq J_g^* = V(x(0))$$

即得(17), 也即可证明控制律(4) 是系统(8) 的鲁棒保性能控制律。

2) 通过上述证明得出系统(8) 稳定且具有保性能, 下面证明系统(8) 的抗扰动能力。对于任意的  $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$  且  $\omega(t) \neq 0$  时, 考虑如下性能指标

$$J_{z\omega} = \int_0^t [z^T(s) z(s) - \gamma^2 \omega^T(s) \omega(s)] ds$$

在零初始条件下, 有

$$\begin{aligned} J_{z\omega} &= \int_0^t [z^T(s) z(s) - \gamma^2 \omega^T(s) \omega(s) + \dot{V}(x(s))] ds - V(x(t)) \\ &\leq \int_0^t [z^T(s) z(s) - \gamma^2 \omega^T(s) \omega(s) + \dot{V}(x(s))] ds \\ &\leq \max_{q \in [1, 2^m]} \int_0^t \bar{V}^T(t) \Xi_2 V(t) ds \end{aligned}$$

其中:

$$\Xi_2 = \begin{bmatrix} \Xi_{11}^2 & \Sigma_{12}^1 & \Sigma_{13}^1 & 0 & \Sigma_{15}^1 & 0 & \Sigma_{17}^1 \\ * & \Xi_{22}^1 & 0 & \Sigma_{24}^k & 0 & \Sigma_{26}^k & \Sigma_{27}^1 \\ * & * & \Sigma_{33}^1 & -Q_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Sigma_{44}^k & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Sigma_{55}^1 & -Q_5 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Sigma_{66}^k & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Sigma_{77}^1 \end{bmatrix}$$

$$\Xi_{11}^2 = \Sigma_{11}^1 + C^T C - T_1, N^T(s) = [\zeta^T(s) \quad \omega^T(t)]$$

由矩阵不等式(16) 可得  $\Xi_2 < 0$  则

$$\int_0^t [z^T(s) z(s) - \gamma^2 \omega^T(s) \omega(s) + \dot{V}(x(s))] ds < 0$$

进一步利用零初始条件得到

$$V(x(t)) + \int_0^t [z^T(s) z(s)] ds < \gamma^2 \int_0^t \omega^T(s) \omega(s) ds$$

由  $\omega(t) \in L_2[0, \infty)$  及系统的渐近性, 在上式两端令  $t \rightarrow \infty$ , 即得  $\|z(t)\|_2 \leq \gamma \|\omega(t)\|_2$ 。

综上所述, NCFS(8) 是渐近稳定的, 并且满足鲁棒  $H_\infty$  性能指标  $\gamma$ , 性能函数(9) 存在上界  $J_g^*$ , 所设计的状态反馈控制律为执行器饱和和约束下 NCFS(8) 的鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制律。证毕。

注2: 一般控制系统综合设计过程中, 通常忽略执行器饱和问题。然而, 实际系统中, 忽略饱和特性所设计的控制系统的性能往往得不到保证。而且一旦系统发生故障, 过大的控制量输出使执行器更易进入饱和状态, 为此本文同时考虑执行器饱和及执行器故障两大问题开展 NCS 鲁棒容错控制研究具有一定实用价值。

注3: 定理1 的推证中, 对 Lyapunov-Krasovskii 泛函导数项的处理, 本着尽可能小放大和不忽略任何有用项的原则, 即, 对  $-\delta \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) R_3 \dot{x}(s) ds$  的处理, 未直接放大为项  $-\delta \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s) R_3 \dot{x}(s) ds$ , 而是应用了具有更紧界的引理3, 对于

项  $-\frac{\tau_\kappa}{2} \int_{t-\frac{\tau_\kappa}{2}}^t \dot{x}^T(s) R_\kappa \dot{x}(s) ds$ , ( $\kappa = 1, 2$ ) 则采用了改进的 Jensen 积分不等式引理2 来处理, 这均使结论的保守性得以适度减少。另外推证中未引入 Lyapunov-Krasovskii 泛函之外的其它自由权矩阵, 减少了决策变量的个数, 简化了计算。

#### 4.2 鲁棒 $H_\infty$ 保性能容错控制器的设计

下面采用 Schur 补引理、引理4.5 以及合同变换, 并以求解 LMIs 这种易处理的方式获得了控制器的具体表达式。

定理2: 考虑系统(8) 给定常数  $\tau_2 > \tau_1 > 0$ ,

$\gamma > 0, \mu > 0, \varepsilon_\kappa > 0, \kappa = 1, 2$ , 如果存在对称正定矩阵  $X, \bar{S}_i, \bar{R}_i, \bar{Q}_j, i=1, 2, 3, j=1, 2, \dots, \beta$  及适当维数的矩阵  $\bar{K}, \bar{H}$ , 使得对任意可能的执行器失效故障模式  $M$  和可接受的系统参数不确定性, 满足下式

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & \tilde{\Pi}_1^T & \tilde{\Pi}_1^T & \tilde{\Pi}_2^T & \tilde{\Pi}_3^T & \tilde{\Pi}_4^T \\ * & \Lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -T_2^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -T_1^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$

$q \in [1, 2^m]$  (33)

$$\begin{bmatrix} 1 & \tilde{h}_g \\ * & X \end{bmatrix} \geq 0, g \in [1, m] \quad (34)$$

其中: \* 是由矩阵对称性得到的矩阵块,

$$\Lambda_1 = \begin{bmatrix} \Lambda_{11}^1 & \Lambda_{12}^1 & \Lambda_{13}^1 & 0 & \Lambda_{15}^1 & 0 & B_1 \\ * & \Lambda_{22}^1 & 0 & \Lambda_{24}^1 & 0 & \Lambda_{26}^1 & 0 \\ * & * & \Lambda_{33}^1 & -\tilde{Q}_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Lambda_{44}^1 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Lambda_{55}^1 & -\tilde{Q}_5 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Lambda_{66}^1 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_{11}^1 = AX + XA^T + \tilde{S}_1 + \tilde{S}_2 + \tilde{S}_3 - \tilde{R}_1 - \tilde{R}_2 + \tilde{Q}_1 + \tilde{Q}_4 + \varepsilon_2 DD^T$$

$$\Lambda_{12}^1 = BM(Y_q \tilde{K} + Y_q \tilde{H}) \quad \Lambda_{13}^1 = \tilde{Q}_2 - \tilde{R}_1$$

$$\Lambda_{15}^1 = \tilde{R}_2 + \tilde{Q}_5 \quad \Lambda_{22}^1 = -(1-\mu)\tilde{S}_1 - 4\tilde{R}_3$$

$$\Lambda_{24}^1 = 3\tilde{R}_3 \quad \Lambda_{26}^1 = \tilde{R}_3 \quad \Lambda_{33}^1 = \tilde{R}_3 \quad \Lambda_{36}^1 = 3\tilde{R}_3$$

$$\Lambda_{33}^1 = -\tilde{R}_1 + \tilde{Q}_3 - \tilde{Q}_1 \quad \Lambda_{55}^1 = -\tilde{R}_2 + \tilde{Q}_6 - \tilde{Q}_4$$

$$\Lambda_{44}^1 = -\tilde{S}_2 - \tilde{Q}_3 - 3\tilde{R}_3 \quad \Lambda_{44}^2 = -\tilde{S}_2 - \tilde{Q}_3 - \tilde{R}_3$$

$$\Lambda_{66}^1 = -\tilde{S}_3 - \tilde{Q}_6 - \tilde{R}_3 \quad \Lambda_{66}^2 = -\tilde{S}_3 - \tilde{Q}_6 - 3\tilde{R}_3$$

$$\Lambda_2 = [\tilde{\Pi}_5^T \quad \tilde{\Pi}_5^T \quad \tilde{\Pi}_5^T]$$

$$\tilde{\Pi}_5 = [AX \quad BM(Y_q \tilde{K} + Y_q \tilde{H}) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad B_1]$$

$$\Lambda_3 = \text{diag}\left\{-\frac{4}{\tau_1}(2X - \tilde{R}_1) + \varepsilon_1 DD^T, \right.$$

$$\left. -\frac{4}{\tau_2}(2X - \tilde{R}_2) + \varepsilon_1 DD^T, \right.$$

$$\left. -\frac{1}{\delta^2}(2X - \tilde{R}_3) + \varepsilon_1 DD^T\right\}$$

$$\tilde{\Pi}_1 = [E_1 X \quad E_2 M(Y_q \tilde{K} + Y_q \tilde{H}) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\tilde{\Pi}_2 = [0 \quad (Y_q \tilde{K} + Y_q \tilde{H}) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\tilde{\Pi}_3 = [X^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\tilde{\Pi}_4 = [CX^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

则式(4)使得系统(8)同时具有扰动抑制率  $\gamma$  和性能指标式(15),即式(4)是系统(8)的鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制器,控制器参数由式  $K = \tilde{K}X^{-1}$  求得。

证明:将式(2,3)代入式(16),采用 Schur 补引理和引理 4、引理 5( $\lambda=1$ )进行变换,并对变换后的相应结果两端同时乘以对角矩阵  $\text{diag}\{P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, P^{-1}, I, I, I, I, I, I, I, I, I, I\}$  进行合同变换,并令  $P^{-1} = X, KX = \tilde{K}, HX = \tilde{H}; XS_i X =$

$$\tilde{S}_i, XR_i X = \tilde{R}_i, i=1, 2, 3; XQ_j X = \tilde{Q}_j, j=1, \dots, 6,$$

得式(33)。

对执行器饱和和反馈控制的线性域条件做如下变换

$$\varepsilon(P) \subset \ell(H) \Leftrightarrow |h_g x| \leq 1, \forall x \in \varepsilon(P), g \in [1, m], h_g \text{ 为 } \tilde{H} \text{ 的第 } g \text{ 行}$$

$$\Leftrightarrow h_g P^{-1} h_g^T \leq 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & h_g P^{-1} \\ * & P^{-1} \end{bmatrix} \geq 0, g \in [1, m] \quad (35)$$

因  $P^{-1} = X, HX = \tilde{H}$ ,所以(35)式等价于(34)式。即满足式(33)和(34),式(4)使得执行器饱和和不确定 NCS(8)不仅状态轨迹保持在不变集  $\varepsilon(P)$  内,而且具有鲁棒  $H_\infty$  保性能容错能力。控制律参数可由  $K = \tilde{K}X^{-1}$  求得。证毕。

注4:定理2给出了 NCS 受到执行器饱和及故障、模型参数摄动及外部扰动、网络属性等多个约束时,不仅能渐近稳定,而且能够抑制外界有限能量扰动,同时具有一定保性能指标的鲁棒容错控制器的设计方法,实现了多约束 NCS 的多目标研究。当外部扰动  $\omega(t) = 0$  时,控制器(4)退化为系统(8)的一个鲁棒保性能容错控制器;若不考虑保性能指标(15),则控制器(4)退化为系统(8)的一个鲁棒  $H_\infty$  容错控制器,也即本文研究涵盖了多约束 NCS 的鲁棒  $H_\infty$  容错控制和鲁棒保性能容错控制研究,使所得结论更具普适性。

### 4.3 性能指标优化

#### 1) 保性能上界 $J_g^*$ 的优化

在限定  $\gamma$  后,采用定理2求取的控制器可使系统具有一定性能指标上界,但上界  $J_g^*$  非最小,控制器也仅为一次优容错控制器。通过下列优化即可求取  $J_g^*$  的最小值及相应的最优容错控制器。

$$\min_{\tau_1, \tau_2, \delta, \gamma} J_g^* = \rho + \text{tr}(\eta_i) + \text{tr}(\chi_1) + \text{tr}(\chi_2) + \text{tr}(\chi_3) + \text{tr}(\lambda_\kappa), i=1, 2, 3, \kappa=1, 2. \quad (36)$$

st. a) 式(33), (34),  $\forall q \in [1, 2^m]$

$$b) \begin{bmatrix} -\rho & \phi^T(0) \\ * & -X \end{bmatrix} < 0$$

$$c) \begin{bmatrix} -\eta_i & \Gamma_i^T \\ * & -2X + \tilde{S}_i \end{bmatrix} < 0$$

$$d) \begin{bmatrix} -\chi_1 & Y_1^T \\ * & (-4X + 2\tilde{R}_1) / \tau_1 \end{bmatrix} < 0$$

$$e) \begin{bmatrix} -\chi_2 & Y_2^T \\ * & (-4X + 2\tilde{R}_2) / \tau_2 \end{bmatrix} < 0$$

$$f) \begin{bmatrix} -\chi_3 & Y_3^T \\ * & (-2X + \tilde{R}_3) / \delta \end{bmatrix} < 0$$

$$g) \begin{bmatrix} -\lambda_\kappa & N_\kappa^T \\ * & -U_\kappa^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

$$\text{其中: } \int_{-\tau(t)}^0 x^T(s) x(s) ds = \Gamma_1 \Gamma_1^T$$

$$\int_{-\tau_1}^0 x^T(s) x(s) ds = \Gamma_2 \Gamma_2^T$$

$$\int_{-\tau_2}^0 x^T(s) x(s) ds = \Gamma_3 \Gamma_3^T$$

$$\int_{-\frac{\tau_1}{2}}^0 \int_s^0 \dot{x}^T(\theta) \dot{x}(\theta) d\theta ds = Y_1 Y_1^T$$

$$\int_{-\frac{\tau_2}{2}}^0 \int_s^0 \dot{x}^T(\theta) \dot{x}(\theta) d\theta ds = Y_2 Y_2^T$$

$$\int_{-\tau_2}^{-\tau_1} \int_s^0 \dot{x}^T(\theta) \dot{x}(\theta) d\theta ds = Y_3 Y_3^T$$

$$\int_{-\frac{\tau_1}{2}}^0 \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s - \frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s - \frac{\tau_1}{2}) \end{bmatrix} ds = \aleph_1^T \aleph_1$$

$$\int_{-\frac{\tau_2}{2}}^0 \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s - \frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} x(s) \\ x(s - \frac{\tau_2}{2}) \end{bmatrix} ds = \aleph_2^T \aleph_2$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ * & Q_3 \end{bmatrix} = U_1, \begin{bmatrix} Q_4 & Q_5 \\ * & Q_6 \end{bmatrix} = U_2$$

## 2) 扰动抑制率 $\gamma$ 的优化

对于给定的扰动抑制率  $\gamma$ , 应用定理 2 求取的鲁棒容错控制器是  $\gamma$ -次优控制器。进一步考虑时延的各种已知信息, 通过下列优化, 即可求取执行器饱和和不确定 NCFS (8) 的最小扰动抑制率及相应的最优容错控制器。

$$\min_{\tau_1, \tau_2, \delta} \gamma \quad (37)$$

st. a) 式(33) (34),  $\forall q \in [1, 2^m]$

$$b) X > 0, \bar{S}_i > 0, \bar{R}_i > 0, \bar{Q}_j > 0,$$

$$i=1, 2, 3; j=1, 2, \dots, \beta.$$

上述问题均是具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 因此可以利用 Matlab LMI 工具箱中的求解器 mincx 来求解。

## 5 仿真研究

考虑执行器饱和和不确定 NCFS (8), 采用文献 [9] 中的模型数据, 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -1.5 & 2 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_1 = E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos t \end{bmatrix}, T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$w(t) = \begin{cases} \cos(2\pi t) \exp(-0.2t), & 4 \leq t \leq 10s \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

假设采样周期为  $T=0.1s$ , 从传感器到控制器和从控制器到执行器的最大丢包数目为 2, 若取时延  $\tau_n = 0.05 + 0.35 | \sin t |$ , 则相应综合区间时变时延  $\tau(t) = T \cdot \text{Random}(0 \sim 2) + 0.05 + 0.35 | \sin t |$ ,  $\tau_2 = 0.6$ ,  $\tau_1 = 0.05$ ,  $\delta = 0.55$ ,  $\mu = 0.35$ 。

针对执行器正常和各种失效故障情形, 取:  $M_0 = \text{diag}\{1, 1\}$  表示执行器正常情况,  $M_1 = \text{diag}\{0, 1\}$ ,  $M_2 = \text{diag}\{1, 0\}$  分

别表示执行器 1、2 发生完全失效故障,  $M_3 = \text{diag}\{0.89, 0.12\}$  表示执行器 1、2 发生部分失效故障。引入状态反馈控制律 (4), 取  $\gamma=0.9$ , 由定理 2, 通过求解 LMI (33-34), 可

$$\text{得 } X = \begin{bmatrix} 0.5600 & -0.0261 \\ -0.0261 & 0.7269 \end{bmatrix}, \bar{K} = \begin{bmatrix} 0.0566 & 0.1960 \\ 0.1920 & 0.0179 \end{bmatrix},$$

则次优鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制器增益  $K = \bar{K}X^{-1} = \begin{bmatrix} -0.0887 & -0.2665 \\ -0.3423 & -0.0123 \end{bmatrix}$ , 且通过式 (17) 得二次型性能指标  $J_g \leq 62.76$ 。

取系统初始状态为  $x(0) = [2 \quad -2]^T$ , 此时执行器在正常  $M_0$  和发生  $M_1, M_2, M_3$  故障情形下, 其状态分量  $x_1, x_2$  的响应曲线如图 2、3 所示, 相应执行器输出信号曲线如图 4、5 所示。

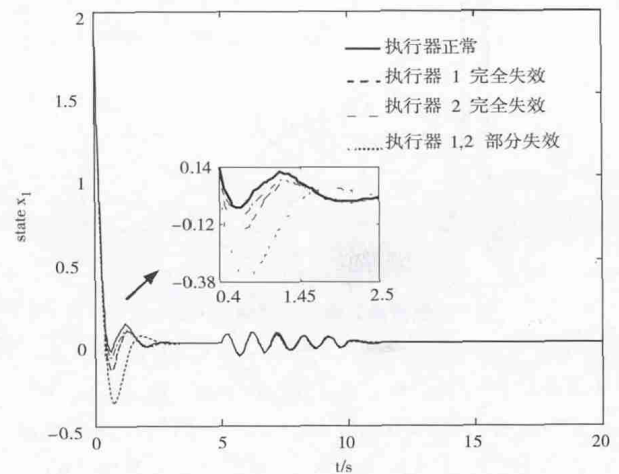


图 2 闭环系统状态  $x_1$  的响应曲线

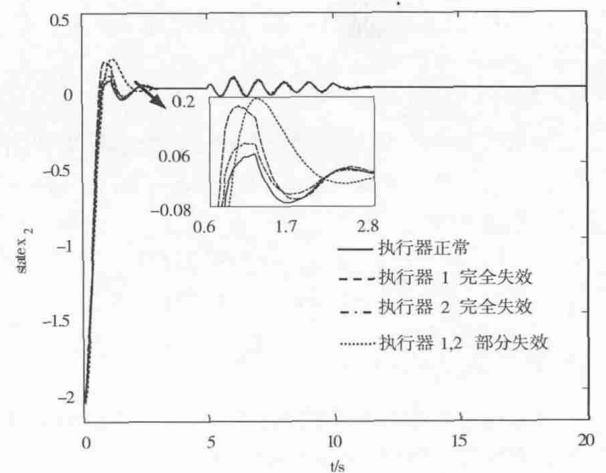


图 3 闭环系统状态  $x_2$  的响应曲线

从图 2、3 的仿真曲线可看出, 当执行器发生失效故障时, 即使执行器进入饱和状态 (如图 4、5 中  $\text{sat}(u_1(t))$ ,  $\text{sat}(u_2(t))$  分别在  $0.07 \sim 1.4s$ ,  $0.07 \sim 1.25s$  出现饱和), 具有时变时延和丢包的执行器饱和和不确定 NCS 仍是渐近稳定的,

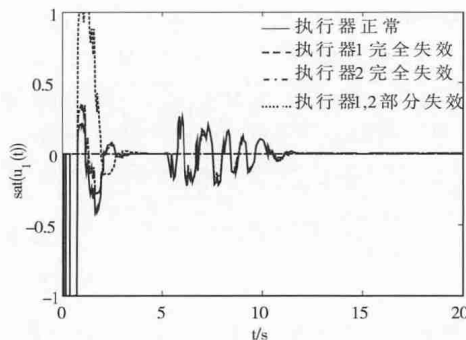


图4 执行器1输出信号曲线  $\text{sat}(u_1)$

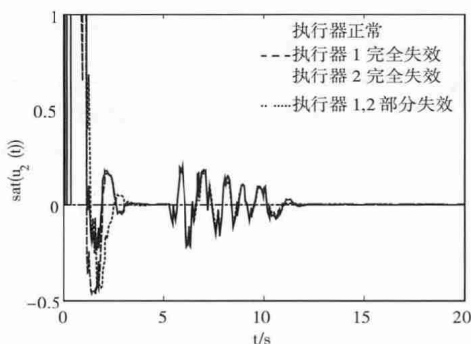


图5 执行器2输出信号曲线  $\text{sat}(u_2)$

而且具有良好的动态性能及抗扰动性能。这表明文中所述方法使得执行器饱和不确定 NCS 在执行器发生失效故障时具有鲁棒  $H_\infty$  保性能容错能力,也即文中方法是可行的。

进一步限定  $\gamma=0.9$ , 利用 Matlab 中的 LMI 工具箱,按照式(36)进行优化处理,可得鲁棒  $H_\infty$  最优保性能指标上界  $J_{g-\min}^* = 46.55$ , 对应的最优控制器为  $K_{g-\min}^* = \begin{bmatrix} -0.0964 & -0.2054 \\ -0.2521 & -0.0721 \end{bmatrix}$ 。

进而通过式(37)优化得到系统(8)的最小扰动抑制率  $\gamma_{\min}=0.1502$ , 并在此情况下,通过求解 LMIs (33, 34), 可得最优容错控制器为

$$K_{\gamma-\min} = \begin{bmatrix} -0.2319 & -0.2937 \\ -0.4660 & -0.0817 \end{bmatrix}。$$

## 6 结论

本文以执行器饱和 NCS 为被控对象,同时考虑网络时变时延和数据丢包、系统模型参数摄动、外界扰动等影响,研究了执行器发生更一般的失效故障时系统的鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制问题。文中采用 Lyapunov 稳定性理论和时滞依赖方法推证出了执行器饱和和闭环故障不确定 NCS 具有鲁棒  $H_\infty$  保代价容错性能的判决准则,给出了相应容错控制器的设计方法;并对保性能指标、扰动抑制率指标进行了优化,给出了相应最优容错控制器的求解方法。最后通过仿真案例验

证表明,本文所述方法可使执行器饱和闭环故障 NCS 不仅渐近稳定,而且具有一定的保代价性能指标及扰动抑制率,也即说明本文方法是有效的、可行的。

## 参考文献:

- [1] Hindi Haitham, Boyd Stephen. Analysis of linear systems with saturation using convex optimization [C]. Proceedings of the 1998 37th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE Press, 1998, 1: 903-908.
- [2] C Pittet, T S Arbouriech, C Burgat. Stability regions for linear systems with saturating controls via circle and Popov criteria [C]. Proceedings of the 1997 36th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway: IEEE Press, 1997, 5: 4518-4523.
- [3] J M Gomes, D Silva, S Tarbouriech. Local Stabilization Of Discrete-Time linear systems with saturating actuator controls: an LMI-based approach [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(1): 119-125.
- [4] T Hu, Z Lin, B M Chen. An analysis and design for linear systems subject to actuator saturation and disturbance [J]. Automatica, 2002, 38: 351-359.
- [5] 曹德胜, 贾海龙. 随机长时延网络控制系统稳定与镇定仿真分析[J]. 计算机仿真, 2014, 31(3): 328-331.
- [6] 李金娜, 张庆灵, 韩世迁. 具有饱和和非线性约束的网络控制系统鲁棒  $H_\infty$  优化控制[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2008, 29(5): 617-620.
- [7] D Chen, S Li, Y Shi. The practical stabilization for a class of networked systems with actuator saturation and input additive disturbances [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 2012: 1-19.
- [8] R Zhou, X Zhang, G Shi, H Tang. Output feedback stabilization of networked systems subject to actuator saturation and packet dropout [J]. Lecture Notes in Electrical Engineering, 2012, 136: 149-154.
- [9] 朱灵波, 等. 具有传感器故障的网络化控制系统保性能可靠控制[J]. 控制与决策, 2008, 24(7): 1050-1054.
- [10] 李炜, 曹慧超. 区间快变时延 NCS 鲁棒  $H_\infty$  保性能容错控制[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2011, 39(3): 105-110.
- [11] F Yang, H Zhang, G Hui, S Wang. Mode-independent fuzzy fault-tolerant variable sampling stabilization of nonlinear networked systems with both time-delay and random delays [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2012, 3(4): 1-19.
- [12] Peng Chen, Fei Min-Rui, Tian Engang. Networked control for a class of T-S fuzzy systems with stochastic sensor faults [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2013, 212: 62-77.
- [13] X Jiang, Q Han. New stability criteria for linear systems with interval time-varying delay [J]. Automatica, 2008, 44(10): 2680-2685.
- [14] J Yu. Novel delay-dependent stability criteria for stochastic systems with time-varying interval delay [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2012, 10(1): 197-202.



- [15] Y Wang, L Xie, E De Souza. Robust control of uncertain nonlinear systems [J]. Systems and Control Letters, 1992, 19(2): 139-149.



#### [作者简介]

曹慧超(1986-),女(汉族),甘肃省平凉市人,博士研究生,主要研究领域为故障诊断与容错控制;

李炜(1963-),女(汉族),陕西省西安市人,教授,博士研究生导师,中国计算机用户协会仿真应用分会理事,《计算机仿真》编委,主要研究领域为动态系

统的故障诊断与容错控制、工业过程先进控制的研究。

(上接第 143 页)

电源的特征,但是,在电压跌落较时光伏发电与同步发电机的稳态短路电流相近。由于实际电力系统中电压暂降多为额定电压的 90%~70%<sup>[8]</sup>,所以在这种情况下,光伏发电与同步发电机短路电流大小的较大差别,也必然使得原来针对同步发电机的保护整定无法在光伏电源三相故障时正确动作。

#### 4 结论

针对光伏发电在短路时的三相短路电流进行了仿真和分析,分析了光伏发电短路电流的数值特征以及与逆变器 PI 参数的关系,比较了光伏发电与传统同步发电机的区别,可为光伏发电接入后电力系统的保护配置、控制方式制定等提供必要的参考,有助于光伏发电系统故障暂态分析的深化。通过分析,得到下述主要结论:

1) 电网故障后光伏电源存在一定时间的过渡过程,但在暂态过渡过程中光伏电源的三相短路电流中存在暂态分量,但是没有直流分量,随着暂态分量衰减为零,其短路电流趋于平稳。

2) 光伏电源的峰值短路电流随着电压环比例、积分系数的增大而非线性减小,随电流环比例系数的增大而非线性增大,但几乎不随电流环积分常数的变化而变化;

3) 同步发电机稳态短路电流随电压跌落加深近似线性增大,而光伏电源输出短路电流则表现为随电压跌落非线性地增大;同步发电机在电压跌落较小时稳态短路电流远比光伏电源大,这对传统电流保护有较大的影响。

#### 参考文献:

- [1] 曾杰. 可再生能源发电与微网中储能系统的构建与控制研究[D]. 华中科技大学, 2009: 1-2.
- [2] 袁见. 中国太阳能光伏产业政策效应研究[D]. 辽宁大学, 2013: 1-2.
- [3] 丁明,等. 大规模光伏发电对电力系统影响综述[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(1): 1-14.
- [4] 裴庆磊,等. 不同电网故障时并网型光伏逆变器的动态特性分析[J]. 现代电力, 2013, 30(2): 57-63.

- [5] 孔祥平,等. 含逆变型分布式电源的电网故障电流特性与故障分析方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(34): 65-74.

- [6] 孙自勇. 基于 PSCAD 的光伏阵列和 MPPT 控制器的仿真模型[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37(19): 61-64.

- [7] 张兴,张崇巍. PWM 整流器及其控制[M]. 北京:机械工业出版社, 2013: 49-100, 225-238.

- [8] 肖湘宁,等. 电能质量分析与控制[M]. 北京:中国电力出版社, 2010: 119.

- [9] 张立. 现代电力电子基础[M]. 北京:高等教育出版社, 1999: 129-133, 151-160.

- [10] M E Baran, I El-Markaby. Fault analysis on distribution feeders with distributed generators[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(4): 1757-1764.

- [11] 丁菲. 含多种分布式电源和储能的低压微网系统的暂态建模与仿真[D]. 天津:天津大学电气与自动化工程学院, 2010: 8-20.

- [12] Mirhosseini, M., Agelidis, V. G. . Performance of large-scale grid-connected photovoltaic system under various fault conditions [C]. Industrial Technology (ICIT), 2013 IEEE International Conference on 2013.

- [13] 汪万伟. 双闭环矢量控制的电压型 PWM 整流器参数整定[J]. 电工技术学报, 2010, 25(2): 67-72.

- [14] 刘健,林涛等. 分布式光伏电源对配电网短路电流影响的仿真分析[J]. 电网技术, 2013, 37(8): 2080-2085.



#### [作者简介]

王瑞妙(1985-),女(汉族),重庆人,硕士,主要研究方向为电气工程。

欧阳金鑫(1984-),男(汉族),贵州人,讲师,博士,主要研究方向为新能源电力系统分析、保护与控制等。

高晋(1981-),男(汉族),重庆人,硕士,主要研究方向为电气工程。

郑迪(1991-),男(汉族),湖北人,硕士研究生,主要研究方向为光伏发电并网分析。