

文章编号: 1673-5196(2019)02-0103-06

变频变异粒子滤波算法

余萍^{1,2,3}, 曹洁¹, 黄开杰¹

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 甘肃省工业过程控制重点实验室, 甘肃 兰州 730050; 3. 兰州理工大学 电气与控制工程国家级实验教学示范中心, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 针对粒子滤波算法中的粒子退化及重采样所引起的粒子多样性减弱问题, 将自适应变频策略应用于免疫理论的变异操作中, 并与粒子滤波相结合设计了一种新的变频变异粒子滤波算法。算法引入自适应变频算子实时调节当前时刻的变异频率, 控制了变异粒子的数量; 再采取不同策略对粒子进行变异操作, 以提高粒子对系统状态变化的适应性; 最后, 对新产生粒子进行权值计算, 选择权值较大粒子构成新粒子集, 以提高滤波精度。研究表明, 该方法能够用更少的粒子完成高精度的估计任务, 具有更高的滤波精度、粒子多样性、运算速度综合性价比。同时粒子分布更合理, 在高似然区外仍然存在一定数量的粒子, 为系统发生突变时保持较好的估计精度提供了条件。

关键词: 粒子滤波; 变异; 粒子退化; 自适应变频; 多样性

中图分类号: TP18 文献标志码: A

Particle filtration algorithm with variable-frequency mutation

YU Ping^{1,2,3}, CAO Jie¹, HUANG Kai-jie¹

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 2. Key Laboratory of Gansu Advanced Control for Industrial Processes, Lanzhou 730050, China; 3. National Demonstration Center for Experimental Electrical and Control Engineering Education, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: Aimed at the problem of particle diversity reduction in particle filtration algorithm induced by particle degeneracy and resampling, a strategy of adaptive frequency conversion was employed in mutative operation of immune theory and, cooperated with particle filtration, a novel particle filtration algorithm with variable-frequency mutation was designed. An adaptive variable-frequency operator was introduced into the algorithm to regulate the present mutation frequency in the real time and control the quantity of the mutational particles. Further, various strategies were adopted to carry out the mutational operation for the particles and improve the adaptability of the particles to the change of the system state. Finally, the weight value calculation of the regenerated particles was conducted and a new particle set was composed from the particles with greater weight value to improve filtration accuracy. It was shown by investigation result that this approach could fulfill the high-accurate estimation task with less quantity of particles and would have higher filtration precision, particle variety, and comprehensive ratio of credit to cost of calculation speed. Meantime, the particle distribution would be more rational and a certain quantity of particles would still exist outside of the high likelihood region, so that providing a condition for keeping a better estimation accuracy in case of system mutation.

Key words: particle filtration; mutation; particle degeneracy; adaptive frequency conversion; variety

非线性滤波方法广泛应用于机器视觉、航空导航、目标跟踪、金融分析、状态监测和故障诊断^[1-4]等

领域,其主要任务是在建立准确系统模型的基础上,结合可获得的观测信息,递推估计出未测量的系统状态。不同于基于卡尔曼理论的传统滤波算法,如KF、EKF、UKF等在处理非线性问题时必须依赖于高斯假设,粒子滤波(particle filter, PF)^[1-3]是一种源于蒙特卡罗思想的贝叶斯状态估计算法,系统要

收稿日期: 2018-06-28

基金项目: 国家自然科学基金(61763028),甘肃省自然科学基金(1506RJZA104)

作者简介: 余萍(1979-),女,甘肃兰州人,博士,讲师。

求低,近年来已成为解决非线性非高斯系统状态估计问题的主流方法。

粒子退化现象 (particle degeneracy) 是粒子滤波算法中的最大缺陷,解决该问题的途径通常有三种:其一是不断增加采样粒子数目,但会造成计算量过大;其二是选取更好的重要性采样函数;其三是执行重采样^[5]。重采样算法以复制大权值样本、舍弃小权值粒子为主要思想^[6-7],它在抑制了粒子退化的同时又导致了粒子多样性的减弱问题^[8-10]。针对此问题,出现了大量的改进算法,如 Kong 等^[11]提出了有效粒子规模 (elective sample size, ESS) 概念,借此可以有选择性地执行重采样步骤,即粒子滤波器在 SIR 与 SIS 之间切换,从而在权值退化和多样性匮乏之间取得平衡。危璋等^[12]提出了一种裂变优选重采样方法,通过对裂变父代粒子的子代粒子滤波迭代,并计算权值以取代无效粒子的方式,提高滤波精度。Gandy 等^[13]研究了基于高权值粒子分解和低权值粒子弱化的 Chopthin 重采样方法。Malarvezhi 等^[14]采用了一种新的增强粒子多样性的 DE-PF (diversity enhanced particle filter) 算法,由于重采样中包含了更多的相邻粒子状态信息,使得后验概率密度更准确,仿真结果表明该算法可以有效提高估计精度。田梦楚等^[15]结合了萤火虫个体吸引和移动行为原理,使粒子向高似然区域智能移动,优化了粒子群的整体质量。王进花等^[16]设计了智能优化重采样策略,通过交叉变异操作引导粒子向高似然区域移动,提高了滤波精度。

上述改进算法大多是基于传统重采样的优化设计,未能从根本上解决粒子多样性减弱问题,且过分强调高似然区域内粒子数量,从而忽略了由此所引起的高似然区外粒子数量过少而导致的在系统发生突变时滤波精度下降问题;其次,由于优化步骤所引起的运算时间增加问题也未能得到解决。本文设计了一种新的变频变异粒子滤波算法 (variable frequency based mutation for particle filter algorithm, VFM-PF),力求达到粒子退化、多样性减弱、粒子分布及计算速度之间更优的平衡。VFM-PF 利用免疫理论中的变异操作,根据变频算子大小实时变频调节当前时刻的变异粒子数量,再采取不同的变异遗传操作策略,提高粒子对系统状态变化的适应性,并以此操作取代重采样步骤,一定程度上克服了粒子退化问题,增加了粒子多样性,同时改善了运算速度;此外在保证预测精度的同时,高似然区外保持一定量的粒子分布,分布较广的粒子可以更有效地应对系统的突变情况,以保证粒子滤波算法在系统

突变时的跟踪精度,这对粒子滤波在实际工程中的应用提供了一定的参考。

1 粒子滤波

假设系统状态空间模型由下述系统模型和观测模型组成:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_{k-1}) \quad (1)$$

$$y_k = g(x_k, v_k) \quad (2)$$

式中: f 和 g 为已知函数; x_k 表示 k 时刻的状态变量 (x_k 服从一阶马尔科夫过程,初始概率密度为 $p(x_0)$); y_k 独立,表示 x_k 的观测值; u_k 为系统噪声, v_k 为观测噪声,两者为独立于系统状态的随机变量,概率密度已知且相互独立。

基本粒子滤波算法 (SIR)^[17-18] 执行过程描述如下:

1) 预测. 从系统状态转移概率密度 $p(x_k | x_{k-1})$ 中抽取 N 个粒子:

$$x_k(i) \sim p(x_k | x_{k-1}(i)), \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

2) 更新. 利用下式完成权值更新并归一化:

$$w_k^*(i) = w_{k-1}^*(i) p(y_k | x_k(i)) \quad (4)$$

$$w_k(i) = \frac{w_k^*(i)}{\sum_{i=1}^N w_k^*(i)} \quad (5)$$

式中: $p(y_k | x_k)$ 为系统状态的观测似然概率密度。

3) 状态估计. 利用下式进行最小均方误差估计,得估计值:

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N w_k(i) x_k(i) \quad (6)$$

4) 重采样. 执行多项式 (multinomial) 重采样,得到 N 个均值相等的新粒子。

2 变频变异粒子滤波算法

2.1 变频变异策略

人工免疫理论是对生物遗传、生物免疫和自然选择等自然现象研究后得出的应用思想,近年来在人工智能领域的研究中得到广泛重视,并充分应用于函数优化、过程优化、模式识别等领域^[19-20]。免疫算法是基于生物免疫原理的最优解搜索算法,算法模拟了生物免疫的主要过程,包括抗体的产生和克隆变异、自体的耐受过程等^[20]。标准 PF 算法中,小权值粒子在重采样过程中会被抛弃,使得后期粒子多样性减弱。结合免疫理论中变异操作的思想将小权值粒子经过合理的变异操作,将其向高似然区域移动,但又不全部聚集在最优值附近,不但增强了粒

子的有效性和多样性,整个粒子的分布也将更加合理.

同时,在工业领域中,变频节能应用较为广泛.以风机环境为例:当需要较小风量时,电机可以通过降低工作频率来降低电机转速,而风机的耗能近似正比于转速的平方,随着电机转矩的剧烈下降,节能效果非常明显.类似,当粒子退化程度较低时,可以继续沿用已有粒子或变异较少数量的粒子进行状态估计,使系统的运算成本得以降低;当粒子退化程度加剧,不能满足要求时,则引导大量粒子向高似然区域变异,产生优质后代,保持粒子多样性和有效性的同时提高估计精度.

为衡量粒子退化程度,引入变频算子 σ , 具体的计算如下:

$$\sigma = \frac{N_{\text{effective}}}{N_{\text{threshold}}} \quad (7)$$

式中: $N_{\text{effective}} = 1 / \sum_1^N (\omega_k(i))^2$ 为有效粒子数; $N_{\text{threshold}}$ 为考察阈值,取值为 50% 的总粒子数.此时,以有效粒子数占比作为变频算子的好处在于,只有粒子严重退化时才会进行大数量的粒子变异操作,而一般情况下只会进行少数粒子的变异操作,或不进行变异操作,避免了大量变异操作而引起的计算成本的增加.

按照 $[0, 1]$ 区间内的十等分点判断 σ 的大小位置,分别随机选取 100%、90%、80%、...、20%、10%、0% 的样本粒子, σ 越小,选取的粒子就越多.变异操作的基本思想是:在保证高权值粒子的优势不被破坏的前提下,能够确保新产生的粒子中有新的权值高的粒子出现.因此,计算选出样本粒子的平均权值 ω_{average} :

$$\omega_{k, \text{average}} = \frac{\sum_{j=1}^{\alpha} \omega_k(j)}{\alpha} \quad (8)$$

式中: j 为选取到的粒子序号; $\alpha = \text{INT}((1-\sigma)N)$ 为 $(1-\sigma)N$ 取整.

对随机抽取的样本进行权值对比,权值大于平均权值的粒子,不进行变异操作;权值小于平均权值的粒子,则按照下式的形式进行高斯变异操作:

$$x'_k(j) = x_k(j) + \sigma(x_{\text{best}} - x_k(j))N(0, 1) \quad (9)$$

$$x''_k(j) = x_k(j) + (1-\sigma)(x_{\text{best}} - x_k(j))N(0, 1) \quad (10)$$

式中: x_{best} 为样本中最优粒子; $N(0, 1)$ 表示一个服从标准正态分布的随机数.此时的变异半径是基于权值最大粒子与变异粒子的距离的,可以保证变异

粒子在高权值区域附近分布.

2.2 变频变异粒子滤波算法

结合前述变频变异策略,形成新的变频变异粒子滤波算法 VFM-PF(图 1),具体流程如下:

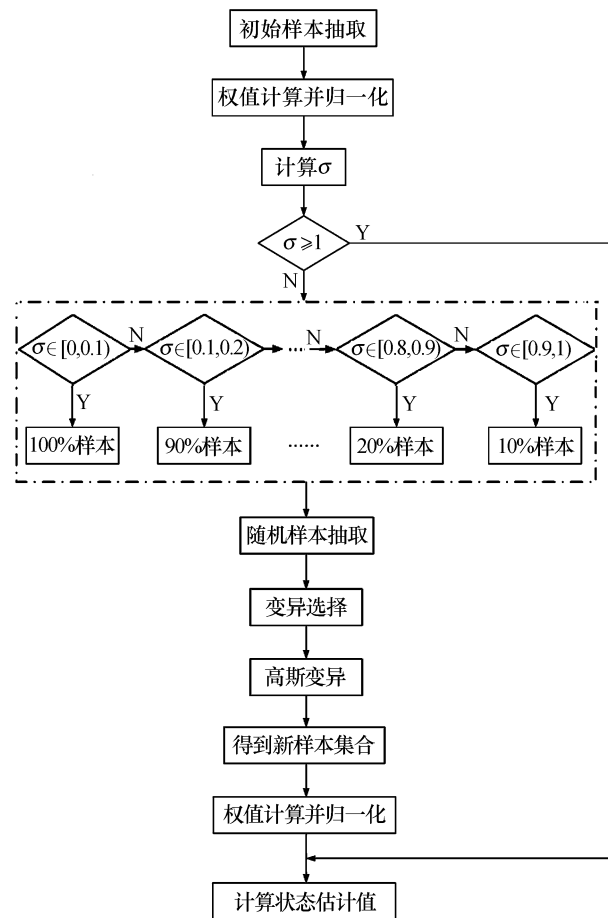


图 1 VFM-PF 算法流程图

Fig.1 Block-diagram of flow-chart of VFM-PF algorithm

步骤 1:保持基本粒子滤波算法的采样与更新步骤不变,即利用式(3~5)得到样本(粒子)集及归一化权值集合 $\{\omega_k(i)\}, i=1, 2, \dots, N$;

步骤 2:计算变频算子 σ ;

步骤 3:根据 σ 大小进行变异样本抽取,得到 $\{x_k(j)\}, j=1, 2, \dots, \alpha$, 并计算平均权值 $\omega_{k, \text{average}}$;

步骤 4:判断权值,如果 $\omega_k(j) > \omega_{k, \text{average}}$, 则权值对应粒子不进行变异操作;如果 $\omega_k(j) \leq \omega_{k, \text{average}}$, 权值对应粒子按式(9, 10)进行变异操作,生成两倍于变异样本数量的变异粒子;

步骤 5:根据权值函数计算新产生粒子的权值,选择其中权值较大的若干粒子覆盖原粒子集中小权值粒子,得到 N 个新粒子集合^[14];

步骤 6:按式(4, 5)计算新粒子集权值并归一化;

步骤 7:按式(6)进行状态估计.

3 算法性能仿真评估

实验环境为 Matlab r2017b, Windows7 旗舰版 64 位操作系统, 英特尔酷睿 i7-7700 四核八线程处理器, 主频 3.60 GHz, 4 G 内存。

本文选用下式为算法性能评估实验模型^[15]:

$$\begin{cases} x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \frac{25x_k}{1+x_k^2} + 8\cos 1.2k + n_k \\ y_k = \frac{x_k^2}{20} + v_k \end{cases} \quad (11)$$

式中: n_k 和 v_k 为零均值高斯噪声, 所选系统具有高度非线性, 且似然函数呈双峰状, 其状态估计问题较为

困难, 传统的滤波方法很难处理. 对比算法选用基本粒子滤波 (PF)、基于蝙蝠算法的粒子滤波法 (BAPF)^[21] 和遗传重采样粒子滤波法 (GRPF)^[22].

算法的估计精度采用均方根误差 (root mean squared error, RMSE) 评价:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (x_i - \hat{x}_i)^2} \quad (12)$$

式中: $T=60$ 为迭代步数。

3.1 跟踪精度评估

为了更直观、充分地对比分析这四种算法的估计精度, 分别在不同粒子数 (N) 及不同噪声方差 (Q) 下进行跟踪性能测试, 结果如表 1 和图 2 所示。

表 1 4 种算法的 RMSE 结果对比和运行时间

Tab.1 Comparison of results of RMSE error and running time of four algorithms

运行参数	RMSE				运行时间/s			
	PF	GRPF	BAPF	VFM-PF	PF	GRPF	BAPF	VFM-PF
$N=20, Q=1$	7.075 3	1.573 7	1.933 2	0.947 1	0.093 2	0.125 9	0.111 8	0.101 3
$N=20, Q=10$	8.237 5	4.578 6	6.193 4	2.841 8	0.095 3	0.128 5	0.116 5	0.104 2
$N=50, Q=1$	6.896 4	1.174 3	0.979 3	0.366 0	0.112 1	0.150 8	0.137 2	0.129 5
$N=50, Q=10$	7.413 4	2.428 9	2.938 3	1.591 2	0.115 5	0.157 6	0.143 6	0.138 1
$N=100, Q=1$	6.714 3	1.166 0	0.659 8	0.248 6	0.125 2	0.198 6	0.167 4	0.155 2
$N=100, Q=10$	7.206 4	2.725 5	1.928 9	1.253 3	0.123 6	0.204 6	0.174 3	0.162 0

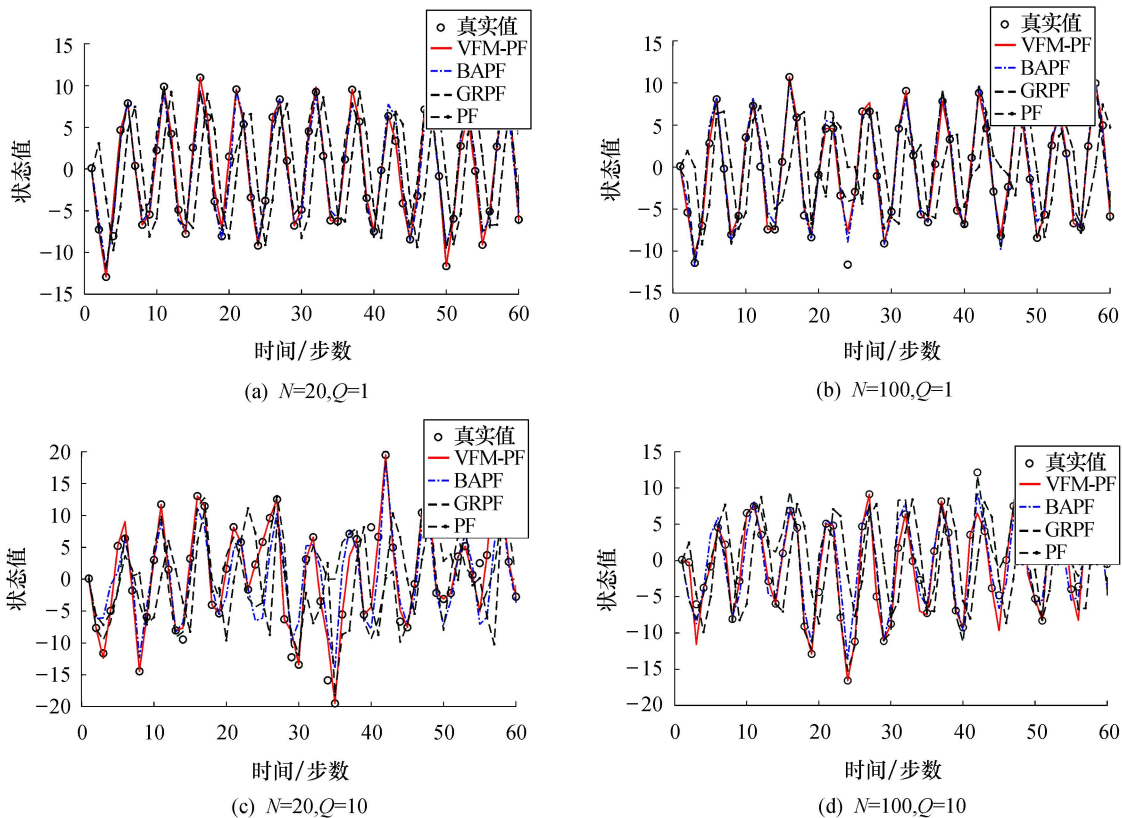


图 2 滤波状态估计结果

Fig.2 Result of filtration state estimation

结合图表结果可见,相对于PF、BAPF、GRPF,在相同的粒子数下,VFM-PF 算法具有更好的状态值预测精度,这是因为 VFM-PF 在保证高权值粒子的优势不被破坏的前提下,通过对随机选中的小权值粒子进行高斯变异操作,确保产生新的高权值粒子,使得粒子更有效、分布更合理;当粒子数增加时,所有方法均可以有效提高跟踪精度,VFM-PF 相较于其余三种方法具有更高的估计精度.而随着噪声方差的增加,对各种算法的估计精度均有所影响,但 VFM-PF 依然保持着优势的跟踪精度.从运算时间上看,VFM-PF 略慢于 PF,但明显优于 BAPF 和 GRPF,这是因为相较于标准 PF 而言,VFM-PF 执行的变异操作中产生了双倍数量的新粒子,为选择出新的高权值粒子取代原粒子集中低权值粒子,增加了对新产生粒子重新计算权值的步骤.此外,VFM-PF 在粒子数为 20 的情况下,无论是估计精度还是运算时间均优于粒子数为 100 的标准 PF 算法,这说明了 VFM-PF 能够用更少的粒子数完成高精度的估计任务.综上,本文方法具有更高的滤波精度、运算速度综合性价比.

3.2 粒子多样性评估

为了进一步说明 VFM-PF 算法的粒子多样性情况,分别取 $k=10$ 、 $k=25$ 、 $k=50$ 时粒子的分布情况,如图 3~5 所示.

从图 3~5 可以看出,标准 PF 算法的粒子多样性表现最劣,尤其在滤波的后期,由于多次执行重采样操作,仅保有高权值粒子,使得粒子基本集中在少数的状态值上,粒子多样性减弱明显;GRPF 和 BAPF 的粒子分布于状态值附近,得到较好的粒子多样分布;本文算法表现最优,在粒子多数分布于状态值附近的同时,依然在低似然区保留了部分粒子,外围分布更广,体现出极好的多样性,这种粒子多样

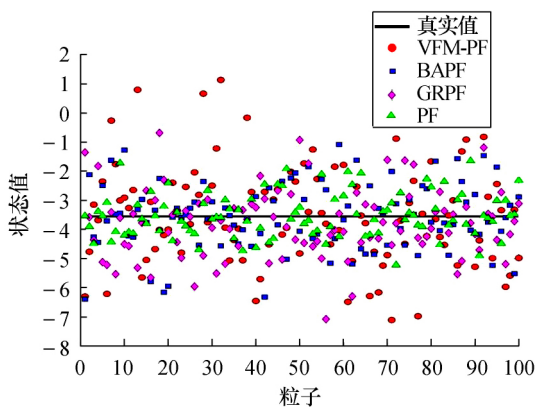


图 3 $k=10$ 时粒子状态分布情况

Fig.3 Particle state distribution when $k=10$

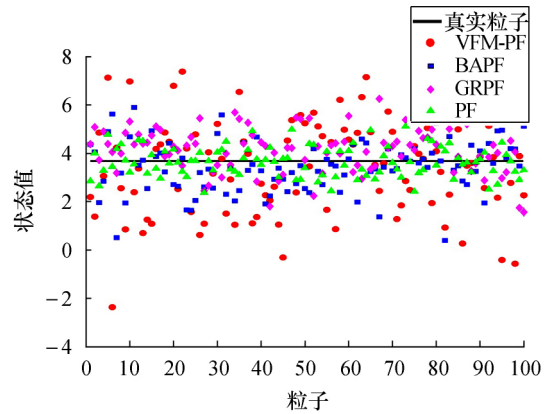


图 4 $k=25$ 时粒子状态分布情况

Fig.4 Particle state distribution when $k=25$

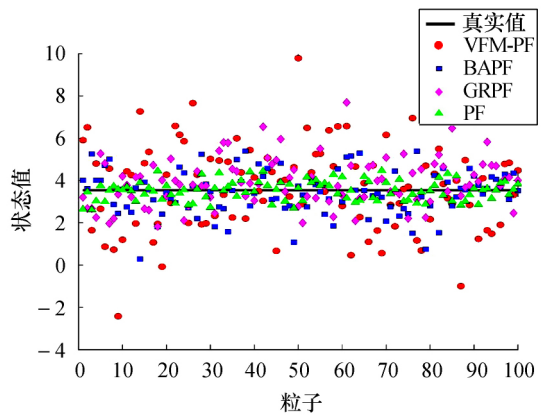


图 5 $k=50$ 时粒子状态分布情况

Fig.5 Particle state distribution when $k=50$

性的优良表现也为系统发生突变时保持较好的估计精度提供了保障.此外,VFM-PF 不进行传统的重采样操作,也在一定程度上克服了粒子贫化现象的出现.

4 结语

本文所提出的变频变异粒子滤波算法结合了免疫理论中的变异思想和变频策略,充分考虑了系统状态的先验信息,以变频算子为依据实时调节变异粒子数量,针对不同权值粒子以不同策略完成变异操作,既保持了大权值粒子的优越性,又确保产生了新的大权值粒子.实验证明,本文算法有效克服了粒子退化及多样性减弱问题,在高精度完成估计的前提下,运算速度更快,明显提高了粒子滤波的综合性能.

参考文献:

[1] 杨小军,潘 泉,王 睿,等.粒子滤波进展与展望 [J].控制理论与应用,2006,23(2):261-267.

- [2] 程水英,张剑云.粒子滤波评述 [J].宇航学报,2008,29(4):1109-1111.
- [3] 王法胜,鲁明羽,赵清杰,等.粒子滤波算法 [J].计算机学报,2014,37(8):1679-1694.
- [4] LI Tiancheng,SUN Shudong,SATTAR T P,*et al.* Fight sample degeneracy and impoverishment in particle filters; A review of intelligent approaches [J].Expert Systems with Applications,2014,41(8):3944-3954.
- [5] ARULAMPALAM M S,MASKELL S,GORDON N,*et al.* A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J].IEEE Transactions on Signal Processing,2002,50(2):174-188.
- [6] DU M,NAN X M,GUAN L. Monocular human motion tracking by using DE-MC particle filter [J].IEEE Transactions on Image Processing,2013,22(10):3852-3865.
- [7] 吴昊,孙晓燕,郭玉堂,等.保持粒子多样性的非退化粒子滤波方法研究 [J].电子学报,2016,44(7):1734-1741.
- [8] 张琪,乔玉坤,孔祥玉,等.随机摄动强跟踪粒子滤波算法 [J].物理学报,2014,63(11):102-110.
- [9] 王晓,韩崇昭.基于混合采样的多模型机动目标跟踪算法 [J].自动化学报,2013,39(7):1152-1156.
- [10] 周卫东,孙天,储敏,等.交互式多模型粒子滤波优化重采样算法 [J].北京航空航天大学学报,2017,43(5):865-871.
- [11] KONG A,LIU J S,WONG W H. Sequential imputations and Bayesian missing data problems [J].Journal of the American Statistical Association,1994,89(425):278-288.
- [12] 危璋,冯新喜,毛少锋.裂变优选重采样粒子滤波算法 [J].空军工程大学学报(自然科学版),2014,15(6):82-86.
- [13] AXEL G,DINHOUN L. The chopthn algorithm for resampling [J].IEEE Transactions on Signal Processing,2016,64(16):4273-4281.
- [14] MALARVEZHI P,KUMAR R. Particle filter with novel resampling algorithm: A diversity enhanced particle filter [J].Wireless Personal Communications: An International Journal,2015,84(4):3171-3177.
- [15] 田梦楚,薄煜明,陈志敏,等.萤火虫算法智能优化粒子滤波 [J].自动化学报,2016,42(1):89-97.
- [16] 王进花,曹洁,李伟.智能优化的代价评估粒子滤波算法 [J].系统工程与电子技术,2017,39(12):2857-2862.
- [17] GORDON N,SALMOND D,SMITH A F M. Novel approaches to non-linear/non-gaussian bayesian state estimation [J].Radar & Signal Processing IEE Proceedings F,1993,140(2):107-113.
- [18] SPEEKENBRINK M. A tutorial on particle filters [J].Journal of Mathematical Psychology,2016,73:140-152.
- [19] CASTRO L N,TIMMIS J. Artificial immune systems: A new computational intelligence approach [M].New York:Springer-Verlag,2002.
- [20] ULUTAS B H,KULTUREL-KONAK S. A review of clonal selection algorithm and its applications [J].Artificial Intelligence Review,2011,36(2):117-138.
- [21] 陈志敏,田梦楚,吴盘龙,等.基于蝙蝠算法的粒子滤波法研究 [J].物理学报,2017,66(5):41-50.
- [22] 叶龙,王京玲,张勤.遗传重采样粒子滤波器 [J].自动化学报,2007,33(8):885-887.