联合效应影响下脉冲位置调制的大气光多输入多输出系统的误码率

张悦[1]，王惠琴[1]*，曹明华[1]，雷景丽[2]，王道斌[2]
[1]兰州理工大学计算机与通信学院，甘肃 兰州 730050；
[2]兰州理工大学理学院，甘肃 兰州 730050

摘要 研究了大气衰减、湍流、瞄准误差和空间相关性共同作用的联合效应对大气无线光多输入多输出(MIMO)系统误码率(BER)的影响。利用泊松计数模型和指数相关模型，推导了联合效应下脉冲位置调制(PPM)的最大似然检测准则；采用 Wilkinson 近似方法推导了大气光 MIMO 系统 BER 的上界；仿真分析了联合效应中各因素对大气光 MIMO 系统 BER 的影响。结果表明，当大气衰减确定时，空间相关性对系统 BER 的影响最显著，抖动误差次之，湍流影响最小；当大气衰减变化时，传输距离是影响 BER 的最重要因素；另外，空间分集对系统性能的改善仅在信道独立时具有较好的效果，信道相关时效果并不明显。

关键词 光通信；多输入多输出；误码率；脉冲位置调制；联合效应
中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A **doi**：10.3788/LOP56.090602

Bit Error Rate of Atmospheric Optical Multiple Input Multiple Output System with Pulse Position Modulation Under Influence of Combined Effect

Zhang Yue[1], Wang Huiqin[1]*, Cao Minghua[1], Lei Jingli[2], Wang Daobin[2]
[1] *School of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu* 730050, *China*;
[2] *School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu* 730050, *China*

Abstract The combined effect of atmospheric attenuation, turbulence, pointing errors, and spatial correlation on the bit error rate (BER) of an atmospheric wireless optical multiple input multiple output (MIMO) system is investigated. The maximum likelihood detection criterion of the pulse position modulation (PPM) under the combined effect is derived via a Poisson counting model and an exponential correlation model. On this basis, the upper bound of the BER of the atmospheric optical MIMO system is derived via the Wilkinson approximation method. In addition, a simulation experiment is used to further analyze the influences of the various factors in the combined effect on the BER of the atmospheric optical MIMO system. The results show that when the atmospheric attenuation is constant, the spatial correlation has the most serious impact on the BER of the system, followed by the jitter error and the atmospheric turbulence. In contrast, the transmission distance is the most important factor influencing the BER of the system when the atmospheric attenuation is changeable. In addition, the performance improvement of the system resulting from the spatial diversity only works well when the channels are independent, and this improvement is not obvious when the channels are correlated.

Key words optical communications; multiple input multiple output; bit error rate; pulse position modulation; combined effect
OCIS codes 060.4510; 010.1330; 010.1310

收稿日期：2018-11-09；**修回日期**：2018-11-21；**录用日期**：2018-11-30
基金项目：国家自然科学基金(61465007,61875080,61861026)、甘肃省教育厅高等学校科学研究项目(2017A-011)、兰州理工大学博士基金(03-061616)
* **E-mail**：15117024169@139.com

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 引　　言

无线光通信结合了光纤通信与无线通信的优势，具有无需频率许可，低成本，安装快捷方便和通信安全保密等优点，近年来受到国内外学术界的广泛关注。但是激光信号在大气信道中传输时受大气衰减、大气湍流以及背景辐射等因素的影响[1]。另外，固定收发终端设备的平台会因随机抖动产生瞄准误差，这使得接收信号出现一定的随机性[2]。同时，大气衰减、大气湍流与瞄准误差共同作用会产生一种联合衰减效应，该联合效应对无线光通信的影响不同于单一因素作用[3]，其严重影响系统的有效性和可靠性。而光多输入多输出(MIMO)技术可以有效缓解该问题[4-5]。

目前，有关光 MIMO 技术的研究已经取得了丰硕的成果[6-8]。针对大气湍流信道研究了开关键控(OOK)[6]、脉冲位置调制(PPM)[7]和多脉冲位置调制(MPPM)[8]等方式下光 MIMO 系统的误码性能和信道容量。然而，由于实际大气信道的复杂性，大气衰减和瞄准误差对光信号的影响同样不可忽视。为此，韩立强等[9]建立了大气衰减和湍流综合效应下光 MIMO 系统的信道模型，并推导了等增益分集合并下系统的遍历容量和中断概率；Kaur 等[10]研究了大气衰减和湍流综合效应下多孔径接收空间光通信系统的误码率；Arnon[11]建立了考虑大气湍流和瞄准误差综合影响的相应模型；文献[3]针对瞄准误差与大气湍流的影响，仿真分析了 PPM 和 MPPM 调制时光 MIMO 系统的误码性能；文献[5，12]针对强湍流信道，研究了瞄准误差对无线光 MIMO 系统中断概率及误码率的影响。上述文献研究了不同联合效应下光 MIMO 系统的误码性能，但均假设信道具有独立性。

文献[13]指出，由于衰落及天线间距的限制，实际信道间存在一定的相关性，这使得有关信道独立的假设过于理想化。针对该问题，美国亚利桑那大学研究了空间相关性对发射分集系统的影响，并指出多光束传输抑制光强闪烁的能力依赖于光束间空间相关性的大小，即空间相关性越小，多发射光束链路抑制光强闪烁的能力就越强[14]；针对对数正态衰落信道，Zhu 等[15]分析了相关性对接收分集系统误码率的影响；之后，各国学者分别针对 OOK 调制[6]、PPM 调制[16-17]研究了湍流信道空间相关性对光 MIMO 系统误码性能的影响。而在实际应用中，光 MIMO 系统受大气衰减、湍流、瞄准误差以及空间相关性共同作用的影响，仅考虑部分因素不够全面。因此，本文讨论大气衰减、湍流、瞄准误差以及空间相关性共同作用时大气光 MIMO 系统的误码性能以及 PPM 调制时系统误码率的上界。

2 信道模型

对于有 M 个激光器，N 个探测器的大气光 MIMO 系统。假设系统总能量为 E_s，则各激光器上的平均能量为 E_s/M，采用 Q 进制脉冲位置调制(QPPM)，当字符等概率发送时，每个字符包含 lb Q bit 的信息，若字符周期为 T_s，则每时隙长度为 $T=T_s/Q$。

2.1 联合效应下独立信道模型

设“on”时隙为有光脉冲发送，“off”时隙为无光脉冲发送，探测器上接收的信号 $y^{(n)}$ 由“on”和“off”时隙组成。设 $\lambda_{\mathrm{on},n}$ 和 λ_{off} 分别为“on”和“off”时隙上的平均光子计数，接收端接收到的光子计数服从泊松分布，则有

$$\begin{cases}\lambda_{\mathrm{on},n}=\dfrac{\eta E_s}{hfM}\sum\limits_{m=1}^{M}h_{mn}+\dfrac{\eta E_b}{hf},n=1,2,\cdots,N\\ \lambda_{\mathrm{off}}=\dfrac{\eta E_b}{hf}\end{cases},\tag{1}$$

式中：η 为光电转换效率；h 为普朗克常量；f 为光载波频率；E_b 为各探测器上的噪声能量；h_{mn} 为第 m 个激光器到第 n 个探测器上联合效应下总光强衰减系数，即

$$h_{mn}=h_{mn}^{l}\cdot h_{mn}^{a}\cdot h_{mn}^{p},\tag{2}$$

式中：$h_{mn}^{p}\approx A_0\exp(-2R_{mn}^2/\omega^2)$ 为第 m 个激光器到第 n 个探测器上瞄准误差引起的信道衰减系数[18]，系数 $A_0=[\mathrm{erf}(v)]^2$，$v=\sqrt{\pi}a/(\sqrt{2}\omega_Z)$，$\omega_Z$ 为接收端波束束腰，a 为接收孔径半径，R_{mn} 为发射光束 m 的中心与接收孔径 n 中心的径向位移值，ω 为等效波束宽度，$\omega^2=\omega_Z^2\sqrt{\pi}\,\mathrm{erf}(v)/[2v\exp(-v^2)]$；$h_{mn}^{a}=\exp(X_{mn})$ 为第 m 个激光器到第 n 个探测器上湍流效应引起的信道衰落系数[18]，在弱湍流信道中，X_{mn} 服从均值为 $\mu_{X_{mn}}=-\sigma_{X_{mn}}^2/2$，方差为 $\sigma_{X_{mn}}^2=1.23C_n^2k^{7/6}Z^{11/6}$ 的正态分布，其中，C_n^2 为大气折射率结构常数，k 为光波数，Z 为传输距离；h_{mn}^{l} 为第 m 个激光器到第 n 个探测器上传输距离 Z 后引起的大气衰减。依据 Beers-Lambert 法则，大气衰减为

$$h_{mn}^{l}=P_R/P_T=\exp(-\sigma Z),\tag{3}$$

式中：P_R 和 P_T 分别为接收功率和发送功率；σ 为衰减系数，其与能见度 V、波长 λ 以及散射粒径分布 d 等有关，具体关系参见文献[19]。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

那么，大气衰减、湍流与瞄准误差共同影响下的信道衰落系数 h_{nm} 为

$$h_{nm}=h_{nm}^{\mathrm{l}}\cdot h_{nm}^{\mathrm{a}}\cdot h_{nm}^{\mathrm{p}}=A_0\exp(X_{nm}-2R_{nm}^2/\omega^2-\sigma Z)。\quad(4)$$

2.2 联合效应下相关信道模型

在实际的大气光 MIMO 系统中，受大气信道的复杂性和各激光器、探测器间距的限制，实际信道存在一定的空间相关性。因此，大气衰减、湍流、瞄准误差和空间相关性共存时，联合衰落系数矩阵 $\boldsymbol{G}$ 可定义为[20]

$$\boldsymbol{G}=\boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}\times\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}=\begin{bmatrix}g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1M}\\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2M}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ g_{N1} & g_{N2} & \cdots & g_{NM}\end{bmatrix},\quad(5)$$

式中：g_{nm} 为 $\boldsymbol{G}$ 的矩阵元，表示第 m 个激光器到第 n 个探测器之间受联合效应影响的总光强衰减系数；$\boldsymbol{H}$ 为联合效应下未受相关性影响的信道衰落系数矩阵，h_{nm} 为其矩阵元；$\boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}$ 为接收相关矩阵，r_{r_cb} 为其矩阵元，表示接收相关矩阵中第 c 行第 b 列的接收相关系数；$\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}$ 为发送相关矩阵，r_{t_cb} 为其矩阵元，表示发送相关矩阵中第 c 行第 b 列的发送相关系数。本文中收发端相关矩阵均采用指数相关模型[21]，即

$$\begin{cases}r_{\mathrm{r}_cb}=r_{\mathrm{r}}^{|c-b|},c,b=1,\cdots,N\\ r_{\mathrm{t}_cb}=r_{\mathrm{t}}^{|c-b|},c,b=1,\cdots,M\end{cases},\quad(6)$$

式中：$r_{\mathrm{r}}(0\leqslant r_{\mathrm{r}}\leqslant 1)$ 和 $r_{\mathrm{t}}(0\leqslant r_{\mathrm{t}}\leqslant 1)$ 分别表示接收端和发送端的相关系数。两根天线间的相关性等于对应发送相关矩阵与接收相关矩阵的克罗内克乘积，可表示为 $\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}\otimes\boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}$。只需研究信道完全相关时的情况，因为仅部分相关可视为完全相关的特例。当收发两端完全相关时，满足 $r_{\mathrm{r}}\neq 0$，$r_{\mathrm{t}}\neq 0$，即 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}\neq\boldsymbol{I}_{N\times N}$，$\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}\neq\boldsymbol{I}_{M\times M}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵，此时有

$$g_{nm}=r_{\mathrm{r}}^{|c-b|}\cdot[A_0\exp(X_{nm}-2R_{nm}^2/\omega^2-\sigma Z)]\cdot r_{\mathrm{t}}^{|c-b|}。\quad(7)$$

3 联合效应下大气光 MIMO 系统的误码率

设 z_{nq} 为第 n 个探测器在 q 时隙上的光子计数，则 $L=\{z_{nq},n=1,2,\cdots,N,q=1,2,\cdots,Q\}$ 为接收观测集合，Q_{off} 为“off”时隙数。采用最大似然检测准则，则发送信号为 X_τ 时的估计值 $\hat{X}_\tau$ 为

$$\hat{X}_\tau=\arg\max_{X_\tau}f(L|X_\tau)=\arg\max_{X_\tau}\prod_n\left[\frac{\exp(-\lambda_{\mathrm{on},n})(\lambda_{\mathrm{on},n})^{z_{nq}}}{z_{nq}!}\prod_{q\in Q_{\mathrm{off}}}\frac{\exp(-\lambda_{\mathrm{off}})(\lambda_{\mathrm{off}})^{z_{nq}}}{z_{nq}!}\right],\quad(8)$$

式中：τ 为标记每次发送的不同信号；函数 f 表示发送信号为 X_τ 的似然函数；对于 X_i，$z_{nq}!$、$\exp(-\lambda_{\mathrm{on},n})$、$\exp(-\lambda_{\mathrm{off}})$ 一般为常量。消除常量并取对数，经化简后可得

$$\hat{X}_i=\arg\max_{X_i}\sum_{n=1}^{N}z_{nq}\ln\left[\frac{\frac{n_{\mathrm{s}}}{M}\sum_{m=1}^{M}g_{nm}+\frac{\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}}{\frac{\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}}\right],\quad(9)$$

式中：$n_{\mathrm{s}}=\frac{\eta E_{\mathrm{s}}}{hf}$ 为有衰落时接收到光子的平均数量。由(8)式可知，接收端探测器在“on”时隙上检测到的光子数之和最大。假设时隙 1(slot 1)为“on”时隙，接收端采用等增益合并技术，即 $z_q=\sum_{n=1}^{N}z_{nq}$，$q=1,2,\cdots,Q$，依据最大似然检测准则，检测到“on”时隙(即时隙 1)的光子数 z_1 大于其他任意时隙上的光子数 $z_q(q=2,3,\cdots,Q)$ 的正确概率为

$$P_{\mathrm{correct}|A}=P[\mathrm{all}\ z_q<z_1]=(P[z_2<z_1])^{Q-1},\quad(10)$$

此时，对应的条件误符号率为

$$P_{\mathrm{s}|A}\leqslant 1-P[\mathrm{all}\ z_q<z_1|\mathrm{slot}\ 1,A]\leqslant 1-P[z_2<z_1|\mathrm{slot}\ 1,A]^{Q-1}\leqslant 1-\left[\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{i-1}P(z_1=i,z_2=j|\mathrm{slot}\ 1,A)\right]^{Q-1}\leqslant 1-\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\left[\left(\frac{n_{\mathrm{s}}}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}\right)+\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right]^i\exp\left[-\left(\frac{n_{\mathrm{s}}}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}+\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)\right]}{i!}\times\frac{\left(\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)^j\cdot\exp\left[-\left(\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)\right]}{j!}\right\}^{Q-1},\quad(11)$$

式中：A 为衰落变量；i 为时隙 1 接收到的光子数；j 为时隙 2 接收到的光子数。对(11)式关于 g_{nm} 求统计平均，可得误符号率的上界，即

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$P_{\mathrm{s}}=\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{MN}P_{\mathrm{s}\mid A}\cdot f(g_{nm})\underbrace{\mathrm{d}g_{11}\cdots\mathrm{d}g_{NM}}_{MN}\leqslant 1-\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}}_{MN}$$

$$\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\left[\left(\frac{n_{\mathrm{s}}}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}\right)+\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right]^{i}\exp\left[-\left(\frac{n_{\mathrm{s}}}{M}\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}+\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)\right]}{i\,!}\times\frac{\left(\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)^{j}\exp\left[-\left(\frac{N\eta E_{\mathrm{b}}}{hf}\right)\right]}{j\,!}\right\}^{Q-1}\cdot$$

$$f(g_{nm})\underbrace{\mathrm{d}g_{11}\cdots\mathrm{d}g_{NM}}_{MN}。\tag{12}$$

由(12)式可知，直接求取 g_{nm} 的统计平均较复杂，需要计算 $M\times N$ 重积分，因此，对和式 $S=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}$ 近似化简计算成为获得误码率上界的关键。当信道完全相关时，代入参数 g_{nm} 并对 S 进行化简，可得

$$S=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}g_{nm}=\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(r_{\mathrm{r}}^{|c-b|})_{c,b=1,2,\cdots,N}\cdot\left[A_0\exp\left(X_{nm}-\frac{2R_{nm}^2}{\omega^2}-\sigma Z\right)\right]\cdot(r_{\mathrm{t}}^{|c-b|})_{c,b=1,2,\cdots,M}=$$

$$A_0 l_0\exp(-\delta)\cdot\sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N}(r_{\mathrm{r}}^{|c-b|})_{c,b=1,2,\cdots,N}\cdot\exp(B_{nm})\cdot(r_{\mathrm{t}}^{|c-b|})_{c,b=1,2,\cdots,M},\tag{13}$$

式中：$l_0=\exp(-\sigma Z)$；$\delta=\frac{2R_{nm}^2}{\omega^2}$ 的概率密度函数为 $f_\delta(\delta)=\gamma^2\exp(-\gamma^2\delta)$，$\gamma=\omega/(2\sigma_{\mathrm{s}})$ 表示接收端等效波束半径 ω 与瞄准误差偏移量标准差 σ_{s} 之间的比值，σ_{s} 表示接收端抖动偏移量标准差。由文献[18]可知，B_{nm} 服从正态分布，且其均值 $\mu_{B_{nm}}$ 和方差 $\sigma_{B_{nm}}^2$ 分别为

$$\begin{cases}\mu_{B_{nm}}=\mu_{X_{nm}}-\frac{2}{\omega^2}\|\boldsymbol{P}_m-\boldsymbol{P}_n\|^2\\ \sigma_{B_{nm}}^2=\sigma_{X_{nm}}^2+\frac{16\sigma_{\mathrm{s}}^2}{\omega^4}(\boldsymbol{P}_m-\boldsymbol{P}_n)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_m-\boldsymbol{P}_n)\end{cases},\tag{14}$$

式中：$\boldsymbol{P}_n$、$\boldsymbol{P}_m$（$\boldsymbol{P}_n,\boldsymbol{P}_m\in P$，$P$ 为所有接收孔径的坐标集合）表示第 n 个或第 m 个接收波束中心坐标矢量；$\boldsymbol{Q}_m$ 为第 m 个发送波束中心坐标矢量。$\boldsymbol{P}_m$ 和 $\boldsymbol{Q}_m$ 之间满足

$$\boldsymbol{Q}_m=[\boldsymbol{X}'\quad\boldsymbol{Y}']^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{P}_m,\tag{15}$$

式中：$\boldsymbol{X}'$、$\boldsymbol{Y}'$ 分别为 x 轴和 y 轴上的随机位移矢量；$\boldsymbol{X}'$，$\boldsymbol{Y}'\sim\mathrm{N}(0,\sigma_{\mathrm{s}}^2)$，$\mathrm{N}(\cdot)$ 表示正态分布，σ_{s}^2 为抖动误差。

由文献[22]可知，服从正态分布的 B_{nm} 与具有对称性的相关矩阵 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{t}}$ 和 $\boldsymbol{R}_{\mathrm{r}}$ 相乘时，所得结果仍服从正态分布，则 S 可表示为

$$S=A_0 l_0\exp(-\delta)\sum_{k=1}^{NM}\exp(V_k),\tag{16}$$

式中：V_k 服从正态分布，其均值 μ_{V_k} 和方差 $\sigma_{V_k}^2$ 分别为

$$\begin{cases}\mu_{V_k}=\mu_{B_{nm}}\cdot\left(\frac{1-r_{\mathrm{t}}^M}{1-r_{\mathrm{t}}}\right)\cdot\left(\frac{1-r_{\mathrm{r}}^N}{1-r_{\mathrm{r}}}\right)\\ \sigma_{V_k}^2=\sigma_{B_{nm}}^2\cdot\left(\frac{1-r_{\mathrm{t}}^{2M}}{1-r_{\mathrm{t}}^2}\right)\cdot\left(\frac{1-r_{\mathrm{r}}^{2N}}{1-r_{\mathrm{r}}^2}\right)\end{cases}。\tag{17}$$

由文献[23]可知，对数正态变量之和仍可近似为另一个对数正态变量，即 $\sum_{k=1}^{NM}\exp(V_k)=\exp(W)$，则 S 最终可化简为

$$S=A_0 l_0\exp(W-\delta)=A_0 l_0\exp(U),\tag{18}$$

式中：令 $W-\delta=U$（即 U 为变量 W 与变量 δ 之差），W 服从正态分布，其均值和方差分别为 $\mu_W=2\ln\alpha-\frac{1}{2}\ln\beta$ 和 $\sigma_W^2=\ln\beta-2\ln\alpha$，有关参数 α 和 β 的详细计算参见文献[20]。依据文献[18]，U 的概率密度函数为

$$f_U(U)=\int_0^\infty f_{U|\delta}(U\mid\delta)f_\delta(\delta)\mathrm{d}\delta=$$

$$\frac{\gamma^2}{2}\exp\left(\frac{\gamma^4\sigma_W^2}{2}-\gamma^2\mu_W\right)\cdot$$

$$\exp(\gamma^2 U)\cdot\mathrm{erfc}\left(\frac{U+\gamma^2\sigma_W^2-\mu_W}{\sqrt{2}\sigma_W}\right)。\tag{19}$$

根据 S 和 U 之间的关系可知，S 的概率密度函数为

$$f_S(S)=\frac{1}{S}f_U(\ln S)=$$

$$\frac{\gamma^2}{2S}\exp\left(\frac{\gamma^4\sigma_W^2}{2}-\gamma^2\mu_W\right)\exp(\gamma^2\ln S)\cdot$$

$$\mathrm{erfc}\left(\frac{\ln S+\gamma^2\sigma_W^2-\mu_W}{\sqrt{2}\sigma_W}\right)。\tag{20}$$

由(20)式可知，在大气衰减、湍流、瞄准误差和空间相关性联合效应作用的影响下，光强衰减系数累加和 S 的分布已不再服从简单的对数正态分布，其形式更加复杂。

将(18)式、(20)式代入(12)式，得到联合效应下 QPPM 调制时光 MIMO 系统的误符号率上界为

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$P_s \leqslant 1-\int_0^{\infty}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\left(\frac{n_s S}{M}+\frac{N\eta E_b}{hf}\right)^i \exp\left[-\left(\frac{n_s S}{M}+\frac{N\eta E_b}{hf}\right)\right]}{i!}\times\frac{\left(\frac{N\eta E_b}{hf}\right)^j \exp\left[-\left(\frac{N\eta E_b}{hf}\right)\right]}{j!}\right\}^{Q-1}\cdot f(S)\mathrm{d}S。\tag{21}$$

根据误码率与误符号率的关系 $P_b=\{Q/[2(Q-1)]\}\cdot P_s$，可得误码率的上界为

$$P_b \leqslant \frac{Q}{2(Q-1)}-\frac{Q}{2(Q-1)}\cdot \int_0^{\infty}\left\{\sum_{i=1}^{\infty}\sum_{j=0}^{i-1}\frac{\left(\frac{n_s S}{M}+\frac{N\eta E_b}{hf}\right)^i \exp\left[-\left(\frac{n_s S}{M}+\frac{N\eta E_b}{hf}\right)\right]}{i!}\times\frac{\left(\frac{N\eta E_b}{hf}\right)^j \exp\left[-\left(\frac{N\eta E_b}{hf}\right)\right]}{j!}\right\}^{Q-1}\cdot f(S)\mathrm{d}S。\tag{22}$$

由(22)式可知，误码率的上界与时隙数 Q、激光器数 M、探测器数 N、总能量 E_s、噪声能量 E_b 以及总信道衰减系数之和 S 有关，同时受 S 的影响，系统的误码率又与传输距离 Z、能见度 V、湍流强度 $\sigma_{X_{nm}}^2$、瞄准误差 σ_s^2 以及相关系数(r_t, r_r)有关。

4 仿真分析

为了研究大气衰减、湍流、瞄准误差和空间相关性等因素对大气光 MIMO 系统误码率的影响，采用蒙特卡罗方法分析 1×1、1×2、2×1、2×2 等系统的误码性能。仿真参数为 $\eta=0.5$，$Q=4$，$\lambda=1550$ nm，$l_0=0.9$，$Z=1000$ m，$\sigma_{X_{nm}}^2=0.4$，$\sigma_s^2=0.1$，$C_n^2=2.23\times10^{-14}$。

为了说明瞄准误差、大气衰减、湍流和空间相关性共存时的联合效应对大气光 MIMO 系统误码性能的影响，首先针对独立信道研究联合效应(CE)下 MIMO 系统的误码率，并与理想情况(Per)、仅存在湍流(AT)、同时存在湍流和衰减情况下(AT&AA)的性能进行对比，结果如图 1 所示(图中 iid 表示独立同分布)。

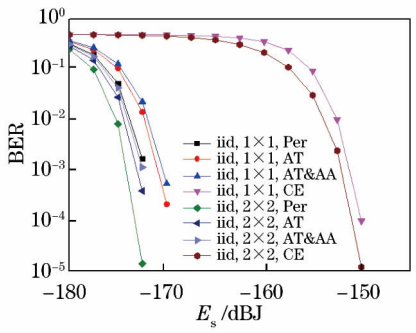

图 1 联合效应下信道独立时大气光 MIMO 系统的误码率

Fig. 1 BER of atmospheric optical MIMO system under nfluence of combined effect when channels are independent

由图 1 可知，相对于理想情况，联合效应的存在会严重影响 MIMO 系统的误码率，例如，在 2×2 的系统中，当误码率为 10^{-4} 时，与理想情况相比联合效应存在时系统所需的能量增加了 23 dBJ；瞄准误差对 MIMO 系统误码率的影响显著，在 2×2 系统中，当误码率为 10^{-4} 时，与同时存在湍流和衰减时的误码率曲线相比，存在联合效应的曲线右移了约 20 dBJ，说明受瞄准误差的影响后，系统所需的能量增加了 20 dBJ；大气湍流对系统误码率的影响较小，当误码率为 10^{-3} 时，在2×2 系统中，由于湍流的影响，仅存在湍流时的误码率曲线比理想情况下的误码率曲线右移了 2.2 dBJ，而在 1×1 系统中，仅存在湍流时的误码率曲线比理想情况下的误码率曲线右移了3.4 dBJ，即说明在 MIMO 系统中，分集技术可较好地抵御湍流效应；大气衰减在传输距离一定时可视为常数，此时其对系统性能的影响较微弱，在 2×2 系统中，当误码率为 10^{-3} 时，同时存在湍流和衰减的误码率曲线相对于仅存在湍流时的误码率曲线右移了 0.8 dBJ。因此，在独立信道下，当大气衰减确定时，瞄准误差对系统误码率的影响最大，大气湍流次之，大气衰减影响最小。

图 2 所示为联合效应下相关性不同时 2×2 系统的误码率(corr 表示信道相关)。由图 2 可知，在联合效应的作用下，当信道完全相关时，系统误码率随相关系数的增大而增大，并且增大的程度也随相关系数的增大而明显增大，当误码率为 10^{-4} 时，相对于信道独立，相关系数为 0.3，0.5，0.8 的系统所需能量分别增加了 4，10，22 dBJ，当相关系数取 1 时，系统误码率达到最大，即可视为系统误码率的上界；在联合效应作用下，相对于弱相关(相关系数为 0.3)和强相关(相关系数为 0.8)情况，仅发送端相关系统的误码率略优于仅接收端相关系统的误码率，这说明在强相关条件下，收端相关性对系统性能

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

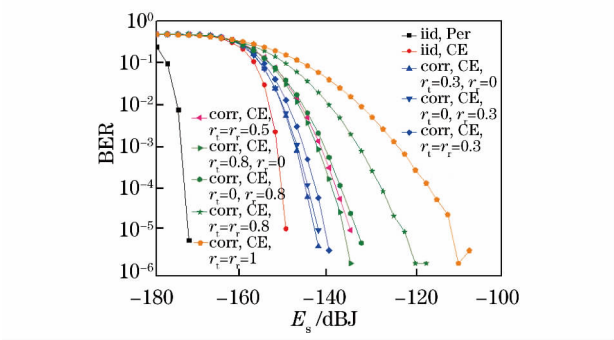

图 2 联合效应下相关系数不同时 2×2 MIMO 系统的误码率

Fig. 2 BER of 2×2 MIMO system under influence of combined effect when correlation coefficients are different

的影响更显著；与部分相关相比，完全相关对误码率的影响更显著，尤其在强相关条件下，完全相关对系统误码率的影响更显著。

图 3 所示为联合效应下相关性对不同分集系统误码率的影响。由图 3 可知，随着天线数量的增加，由于信道间空间相关性的增大，系统的误码率明显增大；相对于弱相关，强相关作用下 2×1 和 1×2 系统的误码率曲线不再重合，而且 2×2 系统的误码性能最差，说明相关性的存在降低了分集技术带来的好处，而且相关性越强，影响越显著。

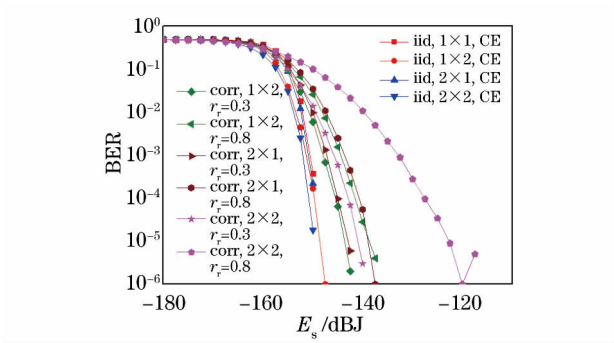

图 3 联合效应下相关性对不同分集系统误码率的影响

Fig. 3 Influence of channel correlation on BER of diversity system under influence of combined effect

图 4 所示为联合效应下能见度和传输距离对光 MIMO 系统误码率的影响。由图 4 可知，在联合效应作用下，当信道独立且能见度一定时，MIMO 系统误码率随传输距离的增加而增大，当传输距离一定时，系统误码率随能见度的减小而增大；相对于信道独立时，信道完全相关时（相关系数为 r）联合效应下系统的误码率更大，而且相对于能见度，传输距离对误码率的影响更显著。

图 5 为联合效应下湍流强度和相关系数不同时 2×2 系统的误码率。由图 5 可知，当天线数一定时，系统的误码率随着湍流强度和相关系数的

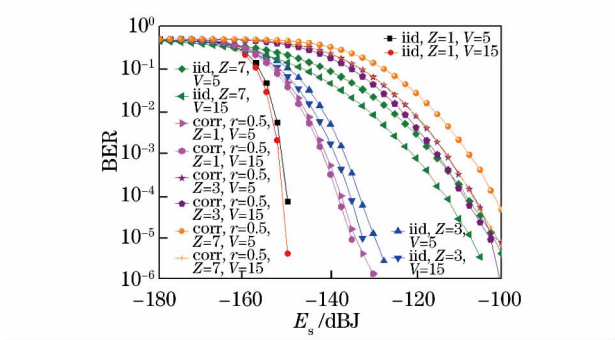

图 4 联合效应下能见度和传输距离对 2×2 系统误码率的影响

Fig. 4 Influences of visibility and transmission distance on BER of 2×2 system under influence of combined effect

增大而增大，并且随着相关性增强，湍流强度对误码率的影响增大，当误码率为 10^{-4} 时，在弱相关情况下，$\sigma^2_{X_{nn}}=0.4$ 的系统比 $\sigma^2_{X_{nn}}=0.1$ 的系统误码率曲线右移了 2 dBJ；而在强相关情况下，$\sigma^2_{X_{nn}}=0.4$ 的系统比 $\sigma^2_{X_{nn}}=0.1$ 的系统误码率曲线右移了 4 dBJ，因此，相关性对系统误码性能的影响比湍流更显著。

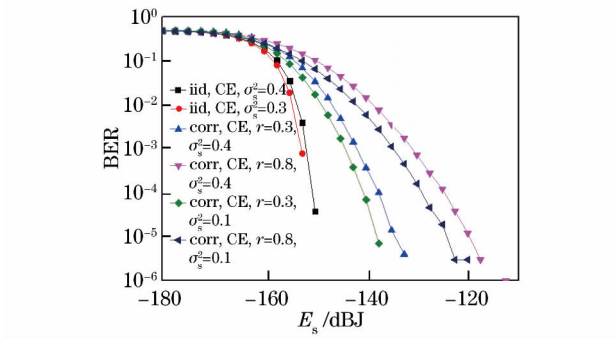

图 5 联合效应下湍流和相关系数不同时 2×2 系统的误码率曲线

Fig. 5 BER curves of 2×2 system under influence of combined effect when atmospheric turbulence and correlation coefficients are different

图 6 所示为联合效应下抖动误差和相关系数对 2×2 系统误码率的影响。由图 6 可知，当天线数一定时，系统的误码率随着抖动误差和相关系数的增大而明显增大，并且随着相关性的增强，抖动误差对误码率的影响随之增大，在 2×2 的系统中，当误码率为 10^{-4} 时，在弱相关情况下，$\sigma_s^2=0.3$ 的系统比 $\sigma_s^2=0.1$ 的系统误码率曲线右移了 4 dBJ；而在强相关情况下，$\sigma_s^2=0.3$ 的系统比 $\sigma_s^2=0.1$ 的系统误码率曲线右移了 5 dBJ。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

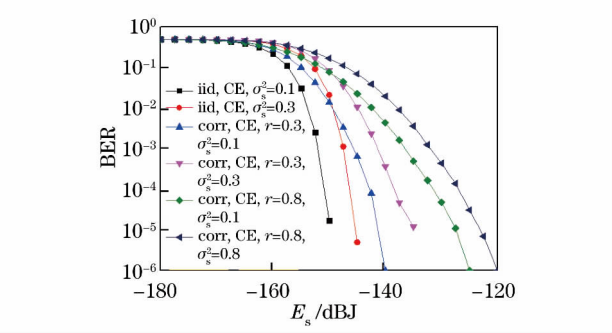

图 6 联合效应下抖动误差和相关系数不同时 2×2 系统误码率曲线

Fig. 6 BER curves of 2×2 system under influence of combined effect when jitter error and correlation coefficients are different

5 结 论

结合 PPM 调制，研究了大气衰减、湍流、瞄准误差和空间相关性共存的联合效应下大气光 MIMO 系统的误码率，并依据最大似然检测准则推导了联合效应下大气光 MIMO 系统误码率的上界。仿真结果表明，当传输距离一定时（大气衰减为常量），随着空间相关性、湍流强度及抖动误差的增大，系统的误码率明显增大，而且在联合效应的各因素中，空间相关性对系统误码率的影响最显著，抖动误差次之，湍流的影响最小；当传输距离变化时（大气衰减不固定），传输距离和能见度是影响系统误码性能的关键，其中，传输距离的影响最大；另外，相对于独立信道，信道相关时空间分集所带来的系统性能改善并不明显。因此，在实际应用中需要合理设计收发端天线数目及天线间距，尽量减小天线间的相关性，从而使光 MIMO 系统的性能更优。

参 考 文 献

[1] Uysal M, Capsoni C, Ghassemlooy Z, *et al*. Optical wireless communications: an emerging technology [M]. Cham: Springer International Publishing, 2016: 5-18.

[2] Liu C. Mechanism studies on the combined effects of laser beam scintillation and pointing errors in free-space optical communication links [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011: 14-15.
刘超. 光束闪烁及瞄准误差对无线光通信链路影响机理的研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2011：14-15.

[3] Han L Q, You Y H. Performance of free space optical communication with combined effects from atmospheric turbulence and pointing errors[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(11): 1106005.
韩立强，游雅晖. 大气湍流及瞄准误差联合效应下自由空间光通信的性能[J]. 光学学报，2014，34(11)：1106005.

[4] Kaur P, Kar S, Jain V K. Performance analysis of free space optical links using multi-input multi-output and aperture averaging in presence of turbulence and various weather conditions[J]. IET Communications, 2015, 9(8): 1104-1109.

[5] Bhatnagar M R, Ghassemlooy Z. Performance analysis of Gamma-Gamma fading FSO MIMO links with pointing errors [J]. Journal of Lightwave Technology, 2016, 34(9): 2158-2169.

[6] Navidpour S M, Uysal M, Kavehrad M. BER performance of free-space optical transmission with spatial diversity[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(8): 2813-2819.

[7] Wilson S G, Brandt-Pearce M, Cao Q, *et al*. Free-space optical MIMO transmission with Q-ary PPM [J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(8): 1402-1412.

[8] Khallaf H S, Shalaby H M H. Closed form expressions for SER and capacity of shot noise limited MIMO-FSO system adopting MPPM over gamma-gamma atmospheric turbulence channels[C]// IEEE Photonics Conference, October 12-16, 2014, San Diego, CA, USA. New York: IEEE, 2014: 619-620.

[9] Han L Q, You Y H. Performance of multiple input multiple output free space optical communication under atmospheric turbulence and atmospheric attenuation[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(7): 0706004.
韩立强，游雅晖. 大气衰减和大气湍流效应下多输入多输出自由空间光通信的性能[J]. 中国激光，2016，43(7)：0706004.

[10] Kaur P, Jain V K, Kar S. Performance analysis of FSO array receivers in presence of atmospheric turbulence[J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2014, 26(12): 1165-1168.

[11] Arnon S. Effects of atmospheric turbulence and building sway on optical wireless-communication systems[J]. Optics Letters, 2003, 28(2): 129-131.

[12] García-Zambrana A, Castillo-Vázquez B, Castillo-Vázquez C. Asymptotic error-rate analysis of FSO links using transmit laser selection over Gamma-Gamma atmospheric turbulence channels with

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

pointing errors[J]. Optics Express, 2012, 20(3): 2096-2109.

[13] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE Press, 2005: 135-157.

[14] Wilson K, Jeganathan M, Lesh J R, *et al*. Results from phase-1 and phase-2 gold experiments[J]. Telecommunications & Data Acquisition Progress Report, 1997, 128.

[15] Zhu X M, Kahn J M. Free-space optical communication through atmospheric turbulence channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(8): 1293-1300.

[16] Yang G W, Khalighi M A, Ghassemlooy Z, *et al*. Performance analysis of space-diversity free-space optical systems over the correlated Gamma-Gamma fading channel using Padé approximation method[J]. IET Communications, 2014, 8(13): 2246-2255.

[17] Khallaf H S, Garrido-Balsells J M, Shalaby H M H, *et al*. SER analysis of MPPM-coded MIMO-FSO system over uncorrelated and correlated gamma-gamma atmospheric turbulence channels[J]. Optics Communications, 2015, 356: 530-535.

[18] Farid A A, Hranilovic S. Diversity gain and outage probability for MIMO free-space optical links with misalignment [J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(2): 479-487.

[19] Kim I I, Mcarthur B, Korevaar E J. Comparison of laser beam propagation at 785 nm and 1550 nm in fog and haze for optical wireless communications[J]. Proceedings of SPIE, 2001, 4214(2): 26-37.

[20] Wang H Q, Wang X, Cao M H. Bit error rate of optical multiple input multiple output system in correlated channel [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(9): 2142-2148.
王惠琴，王雪，曹明华. 相关信道中光多输入多输出系统的误码率[J]. 光学 精密工程，2016，24(9)：2142-2148.

[21] Martin C, Ottersten B. Asymptotic eigenvalue distributions and capacity for MIMO channels under correlated fading[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(4): 1350-1359.

[22] Wang H Q, Wang X, Lynette K, *et al*. Performance analysis of MIMO wireless optical communication system with Q-ary PPM over correlated log-normal fading channel[J]. Optics & Laser Technology, 2018, 102: 153-159.

[23] Abu-Dayya A A, Beaulieu N C. Outage probabilities in the presence of correlated lognormal interferers [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1994, 43(1): 164-173.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net