doi:10.3969/j.issn.1008-0813.2020.01.003

旁通泄漏与摆动式叶片马达最低稳定角速度的关系

张远深¹ 苏广煜¹ 王旭 z^1 滕学燕¹ 浅 隆² 白 晶³

(1. 兰州理工大学 能源与动力工程学院, 甘肃 兰州 730050;
2. 兰州理工大学 技术工程学院, 甘肃 兰州 730050;
3. 中联重科股份有限公司, 陕西 渭南 714000)

摘 要: 摆动式叶片马达的内泄漏量直接影响其输出角速度大小; 文章建立了带有旁路泄漏通道摆动马达的传递函数; 在系统传递 函数建立过程中,以马达工作腔输入流量为输入,马达输出角速度为输出,考虑旁通泄漏模型以及马达摩擦力矩模型,推导出马达最 低稳定速度的表达式; 通过分析旁路泄漏通道的参数对于马达最低稳定运行速度的影响,从而给出马达最低稳定速度与马达内泄漏、 旁路泄漏通道参数之间的关系,并提出了马达最低稳定速度对应输入流量的计算方法。

关键词:液压;摆动式叶片马达;最低稳定速度;旁路泄漏通道

中图分类号: TH137 文献标志码: A 文章编号: 1008-0813(2020) 01-0016-05

The Relationship between Bypass Leakage and Minimum Stable Angular Speed of Swing Vane Motor

ZHANG Yuan-shen¹, SU Guang-yu¹, WANG Xu-long¹, TENG Xue-yan¹, QIAN Long², BAI Jing³

(1. School of Energy and Power Engineering , Lanzhou University of Technology , Lanzhou 730050 , China;

2. Technical Engineering College of Lanzhou University of Technology , Lanzhou 730050 , China;

3. Zoomlion Heavy Industry Science, Weinan 714000, China)

Abstract: The internal leakage of the oscillating vane motor directly affects the output angular velocity; The Present Paper establishes the transfer function of the oscillating motor with the bypass leakage channel; In the process of establishing the system transfer function, taking the input flow of the motor working chamber as the input and the output angular velocity of the motor as the output, considering the bypass leakage model and the motor friction torque model, the expression of the minimum stable velocity of the motor was derived. By analyzing the influence of the parameters of the bypass leakage channel on the minimum stable velocity of the motor, the relationship between the minimum stable velocity of the motor and the parameters of the leakage channel inside the motor and the bypass leakage channel is given, and the calculation method of the input flow corresponding to the minimum stable running speed of the motor is proposed.

Key words: hydraulic; swing vane motor; minimum stable speed; bypass leakage channel

0 引言

摆动式叶片马达是一种高精度的液压执行原件, 具有结构简单、功率密度大、可靠性高等特点,被广泛 应用于液压驱动仿真转台、负载模拟器、机器人关节驱 动、舰船控制以及飞行器控制等系统中^[4]。

对于伺服阀控摆动马达系统中,在伺服阀灵位附 近系统液压阻尼比较低的情况,在摆动马达上增加旁 路节流通道,增加马达的可控内泄漏量来提高系统阻 尼比^[3];马达的最低稳定运行速度与马达的内泄漏流 量有密切关系;在摆动马达使用过程中,摆动马达可以 输出的最低平稳运行速度也是一项重要因素^[1-8];文 中建立带有旁路泄漏通道的摆动马达的传递函数;以 摆动马达不出现爬行现象的输出角速度作为马达的最 低稳定速度^[1];推导马达最低稳定速度的影响因素;进 而给出马达最低稳定速度与马达内泄漏、旁路泄漏通 道参数之间的关系;提出马达最小稳定速度对应输入 流量的计算方法。

1 数学模型建立

液压摆动马达的物理简化模型如图1所示。以摆

收稿日期: 2019-02-26

作者简介: 张远深(1962-) 男 辽宁鞍山人 高级工程师 硕士, 科研方向为流体传动与控制理论以及液压和气动元件的开发与 研究。

动马达工作腔输入流量为输入信号,摆动马达角速度 为输出,建立带有旁路泄漏通道的摆动马达的传递 函数。



图1 马达简化模型

1.1 液压马达运行的连续性方程

根据流量连续性方程,结合具有旁通泄漏通道的 马达的工况,得出马达进油口的流量连续性方程:

*Q*_g —— 由于液压油的体积变形产生的流量。

 Q_a 为马达的内泄漏流量 根据参考文献,马达的内 泄漏流量为随着马达角速度 ω 、叶片位置角 θ 有关;此 处缝隙泄漏模型作为马达内部泄漏模型;表达式如下:

$$Q_{\rm d} = C_{\rm tp} \bullet p_1 \tag{2}$$

 Q_t 旁路通道流量为:

$$Q_{t} = C_{g} \cdot w_{g} \cdot x_{g} \cdot \sqrt{\frac{p_{1}}{\rho}}$$
(3)

旁通流量进行线性化为:

$$Q_{t} = K_{qg} \bullet \Delta x_{g} + K_{cg} \bullet \Delta p_{1}$$
(4)

其中 $K_{qg} = C_{g} w_{g} \sqrt{\frac{2}{\rho}} p_{L}$ 为旁通节流阀在工作点附

近的流量增益;

$$K_{cg} = C_g w_g x_v \sqrt{\frac{1}{2\rho p_L}}$$
为旁通节流阀在工作点附近的

压力增益;

 C_{g} 为流量系数; w_{g} 为旁通节流阀面积梯度; Δx_{g} 为旁通节流通道的阀芯位移; p_{1} 为马达工作腔的压力。

将式(2) ~式(4) 带入式(1) 得:

$$Q = D_{\rm m} \cdot \omega + K_{\rm qg} \cdot \Delta x + K_{\rm eg} \cdot \Delta p_1 + C_{\rm tp} \cdot p_1 + \frac{V_1}{\beta_e} \frac{\mathrm{d}p_1}{\mathrm{d}t}$$
(5)

式中 V₁ — 马达工作腔油液体积; β_e — 液压油体积弹性模量。 对式(5) 进行拉普拉斯变换得:

$$Q = D_{\rm m} \cdot \omega + K_{\rm qg} \cdot \Delta x_{\rm g} + K_{\rm cg} \cdot \Delta p_1 + C_{\rm tp} \cdot p_1 + \frac{V_1}{\beta_e} p_1 \cdot s$$
(6)

1.2 液压马达力平衡方程

$$D_{\rm m} \bullet p_1 = J \bullet \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + B_{\rm m} \bullet \omega + T_{\rm L}$$
 (7)

B_m —— 马达和负载的阻尼系数;

T_L —— 马达负载扭矩。

本文中采用文献[1]所使用的摩擦力模型;叶片式 摆动马达摩擦扭矩与马达的转速之间的数学关系 如下:

$$T_{\rm L} = \begin{cases} T_0 & \omega = 0 \\ T_1 - B_1 \cdot \omega & 0 < \omega < \omega_1 \\ T_2 + B_2 \cdot \omega & \omega_1 < \omega \end{cases}$$

式中 T_0 , T_1 — 马达动、静摩擦力矩;

 B_1 , B_2 —— 马达摩擦阻尼系数。

对上式进行拉普拉斯变换得:

$$D_{\rm m} \bullet p_1 = J \bullet \omega \bullet {\rm s} + B_{\rm m} \bullet \omega + T_{\rm L}$$
(8)

1.3 系统方块图

以式(6)、式(8) 绘制传递函数框图(见图2)。



图2 传递函数框图

马达函数框图可用于数学模型仿真计算。通过马 达输入流量连续性方程、马达力平衡方程。消去中间 变量压力 *p*₁ ,绘制传递函数方块图 ,可以求得马达输入 流量、旁通泄漏通道和马达负载扭矩同时作用时与马 达输出的角速度的关系。

2 低速系统模型建立

21 马达最低稳定速度定义

本文采用摆动式叶片马达不出现爬行现象(ω=0) 的输出角速度作为马达的最低稳定速度,来判断摆动 式叶片马达最低稳定速度的影响因素;对于该判别方 式,可以理解为在马达工作腔输入流量之后,马达输出 角速度大于零的方式来判断即马达转速ω>0;

22 马达低速模型

联立式(7)、式(5) 整理得到:

$$\frac{\mathrm{d}^{2}\omega}{\mathrm{d}t^{2}} + 2 \cdot \xi \cdot \omega_{\mathrm{m}} \cdot \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} + \omega_{\mathrm{m}}^{2} \cdot \omega = Q$$
$$- K_{\mathrm{qg}} \cdot x_{\mathrm{g}} - (K_{\mathrm{cg}} + C_{\mathrm{tp}}) \frac{T_{\mathrm{L}}}{D_{\mathrm{m}}}$$
(9)

其中:
$$\omega_{\rm m} = \sqrt{\frac{\beta_{\rm e}}{V_1 \cdot J}} \cdot \left[B_{\rm m} + \left(C_{\rm tp} + K_{\rm cg}\right) + D_{\rm m}^2\right]$$

$$\xi = \frac{\frac{\omega_{\rm m}}{2} \left[J \cdot \left(C_{\rm tp} + K_{\rm cg}\right) + \frac{B_{\rm m} \cdot V_1}{\beta_{\rm e}}\right]}{B_{\rm m} \cdot \left(C_{\rm tp} + K_{\rm cg}\right) + D_{\rm m}^2}$$

对于式(9)进行简化;在系统使用中,液压马达和 负载的粘性阻尼系数一般很小,因此由于负载摩擦阻 尼引起的马达内泄漏流量、旁通泄漏流量以及油液体 积变化量可以忽略不计;

则有:

$$\omega_{\rm m} = \sqrt{\frac{\beta_{\rm e}}{V_1 \cdot J} D_{\rm m}^2} \tag{10}$$

$$\xi = \frac{\frac{\omega_{\rm m}}{2} \cdot J \cdot (C_{\rm tp} + K_{\rm cg})}{D_{\rm m}^2}$$
(11)

将式(9) 进行拉普拉斯正反变化; 因为在低速模型 中引用摆动式叶片马达不产生爬行的角速度为最低稳 定速度; 由于马达静摩擦扭矩与动摩擦扭矩变化特性, 可以近似于一个幅值为 T_2 的阶跃响应与幅值为 $\Delta T = T_1 - T_2$ 脉冲信号的加和; 对上式进行拉式反变换得:

$$\omega = \overline{\omega} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{\rm m} \cdot t} \sin(\omega_{\rm t} \cdot t + \varphi) \right) + \frac{A}{D_{\rm m}} \cdot \frac{\omega_{\rm m}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{\rm m} \cdot t} \cdot \sin \omega_{\rm t} \cdot t \qquad (12)$$

其中:

$$\overline{\omega} = \frac{Q}{D_{\rm m}} - \left[T_2 (C_{\rm tp} + K_{\rm cg}) + K_{\rm qg} \cdot X_{\rm g}\right] / D_{\rm m}^2 \quad (13)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right) \quad \omega_t = \omega_m \cdot \sqrt{1-\xi^2} \quad (14)$$

$$A = \Delta T \cdot (C_{\rm tp} + K_{\rm cg}) \quad \Delta T = T_1 - T_2 \quad (15)$$

通过式(12) 可以看到,式中第一项为二阶阶跃响 应,不会出现使得 $\omega < 0$ 的情况;式中第二项为由于马 达摩擦扭矩的脉冲变化,产生的脉冲响应,为一衰减的 正弦波,会产生使得 $\omega \le 0$ 的情况;所以在马达阻尼比 $\xi < 1$ 且马达动静扭矩之差 $\Delta T > 0$ 时,式(12)的输出角 速度 ω 有可能出现 $\omega = 0$ 的情况;对于马达的最低稳定 速度是多少,以及旁路节流通道参数与马达最低稳定 速度之间的关系 需要对上式进行求解计算。

23 马达最低稳定速度求解

求解马达最低稳定速度,需要计算式中马达的响 应产生的第一个波谷的角速度ω是否大于零;来判断 马达是否产生爬行动作;以及最低稳定角速度值得表 达式。

対式(12) 进行整理得:

$$\omega(t) = \overline{\omega} + \overline{\omega} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{m} \cdot t}$$

$$\left[\left(\frac{1 - I \cdot \xi}{I \cdot \sqrt{1 - \xi^{2}}} \right) \cdot \sin \omega_{t} \cdot t - \cos \omega_{t} \cdot t \right]$$

$$\omega(t) = \overline{\omega} + \overline{\omega} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{m} \cdot t} \cdot H \cdot \sin (\omega_{t} \cdot t - \theta)$$
(16)

其中:

$$I = \frac{V_{1} \cdot J \cdot \omega_{m} \cdot \overline{\omega}}{\beta_{e} \cdot A} \quad H = \frac{\sqrt{I^{2} - 2 \cdot \xi \cdot I + 1}}{I \cdot \sqrt{1 - \xi^{2}}}$$

$$\theta = \arctan \frac{I \cdot \sqrt{1 - \xi^{2}}}{1 - I \cdot \xi}$$

对式(16) 求一阶导数为:

$$\omega' = \overline{\omega} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{m} \cdot t} \cdot H \cdot \omega_{t} \cdot \cos(\omega_{t} \cdot t - \theta)$$

$$-\overline{\omega} \cdot \xi \cdot \omega_{m} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_{m} \cdot t} \cdot H \cdot \sin(\omega_{t} \cdot t - \theta) \quad (17)$$

令式(17) 中 $\omega' = 0$ 求解马达马达输出角速度最大

值、最小值时间产生时间为:

 $t = \frac{\varphi + \theta + k\pi}{\omega_{1}} \quad (k = 0.1.2...)$

其中 k 取何值时,马达产生最低角速度,需要对 ω 求二阶导数,判断其凹凸性来判断;

対式(16) 求二阶导数为:

$$\omega'' = \overline{\omega} \cdot e^{-\xi \cdot \omega_m \cdot t} \cdot H \cdot \omega_t^2 \cdot \left[\frac{(2 \cdot \xi^2 - 1) \cdot \sin(\omega_t \cdot t - \theta)}{-2 \cdot \xi \cdot \sqrt{1 - \xi^2} \cdot \cos(\omega_t \cdot t - \theta)} \right] \quad (18)$$

将 k = 0 带入式(18),解得 $\omega'' < 0$,表示原函数 ω (t) 在 $t = \frac{\varphi + \theta}{\omega_1}$ 附近为凸函数,马达角速度 ω 取得最 大值。

将 k = 1 带入上式,解得 $\omega'' > 0$,表示原函数 $\omega(t)$, 在 $t = \frac{\varphi + \theta + \pi}{\omega_t}$ 附近为凹函数,马达角速度 ω 取得最 小值。

24 马达最低稳定角速度与旁路泄漏参数之间的关系 求解

将
$$t = \frac{\varphi + \theta + \pi}{\omega_t}$$
 带入式(16) ,令 $\omega = 0$,解得:

$$e^{-\xi \cdot (\varphi + \theta + \pi)} = \frac{I \cdot \sqrt{1 - \xi^2}}{\sqrt{1 - 2 \cdot \xi \cdot I + I^2}}$$
(19)

式(19)为一个隐函数式,为马达阻尼比 ξ 与I的 隐函数式,使用MATLab 绘制隐函数图像,如图3所示。



 $I = \frac{V_1 \cdot J \cdot \omega_m \cdot \overline{\omega}}{\beta_e \cdot A}$ 可以得到马达最低稳定运行速

度 ^a 与 / 值成正比关系; 从图中可以看出纵坐标 / 随着 马达阻尼比的增大 *č* / 的值减小; 即在要求马达输出最 低稳定角速度一定时,可以通过增大马达阻尼比的方 式得到。

马达的阻尼比与马达内泄漏系数 C_{tp} 、旁通节流阀 压力流量系数 K_{cg} 之和成正比关系; 对于实际使用的马 达,内泄漏系数 C_{tp} 不容易改变,可以通过改变旁通节 流阀的开口 x_g ,进而改变节流阀的压力流量系数 K_{cg} 来 改变马达阻尼比; 使得马达输出稳定角速度达到系统 要求。

3 仿真及实验研究

3.1 AMESim 系统仿真

1) 仿真系统搭建

以带有旁通节流通道的马达为模型,搭建 AMESim 仿真模型,验证建立的数学模型的正确性;在 AMESim 草图模式中,根据系统原理图以及马达内摩擦力模型, 运用液压元件库、信号库、机械库等元件模型,组成马 达旁路泄漏通道对于马达最低稳定速度影响的验证 模型。

在数学模型是建立过程中,没有考虑伺服阀的相 关特性以及伺服阀的流量分辨率;所以在 AMESim 系 统建模过程中也没有考虑伺服阀的相关特性;

马达最低稳定速度 AMESim 仿真模型如图 4 所示。

系统部分参数设置参照表1,马达内泄漏系数设置

为 0.6 L/min/MPa; 恒流源输出流量为 0.15 L/min。



图 4 马达最低稳定速度 AMESim 仿真模型

表1 参数设置

$D_{ m m}$	600 mL/rad
V_{t}	$1.257 \times 10^{-3} \text{ m}^3$
J	21 kg • m ²
$oldsymbol{eta}_{ ext{e}}$	1.4×10^9 Pa
T_0	10 N • m
T_1	7 N • m

2) 仿真结果分析

对上述仿真模型分别在旁通阀完全关闭以及旁通 阀节流面积为1 mm² 进行仿真计算;得到结果如图 5 所示。



图 5 中虚线宝石的曲线为马达旁路通道没有开启 时,马达角速度输出曲线;从图中可以看出在马达角速 度在第一、二、三个最小值时,马达角速度ω趋近于0; 在该流量输入下马达的稳定角速度认为是马达的最低 稳定角速度;图中实线表示旁通接留面积为1 mm²时的 响应曲线;可以看出旁通节流阀开启,减小了流入马达 工作腔的液压流量,使得马达的稳定输出角速度减小; 通过图中可以看出旁通阀的开启使得马达输出角速度 值的振荡幅值减小;表明在旁通阀开启1 mm² 时,在该 流量输入下,马达稳定角速度值更低;通过上面仿真曲 线可以看到仿真结果与数学模型计算结果基本相同。 32 实际马达输出角速度曲线图

根据图1原理图;在马达旁路设计可调节流阀;使 用光栅尺测量马达输出位移,对时间进行求导,得到马 达实际角速度;搭建马达角速度测量回路;进行实验测



图 6 马达角速度输出曲线

图 6a 表示旁路节流阀关闭时; 马达角速度曲线图 6b 表示旁路节流阀阀芯位移 0.12 mm 时; 马达角速度 曲线; 图 6c 表示旁路节流阀阀芯位移 0.25 mm 时,马达角速度输出曲线。

对于图 6 中三组角速度曲线图进行计算得到图 6a、图 6b、图 6c 马达输出平均角速度分别为 0. 50°/s、 0. 47°/s、0. 40°/s; 由于旁路节流阀阀芯位移的增大, 输入到马达工作腔的有效流量减小; 实验使用泵站的输出压力脉动以及马达内泄漏的不均匀性, 导致图中马达输出角速度的振荡幅值较大; 比较图 6a、图 6b、图 6c发现随着旁路节流阀的阀芯开度增大; 马达输出角速度的证当幅值减小; 结合系统建模分析: 随着旁路节流阀的阀芯开度增大; 使得角度峰值出现时间 $t = \frac{\varphi + \theta}{\omega_t}$ 增大、系统时间衰减项的值减小; 使得系统输出的振荡幅值减小。

4 马达最低稳定速度与流量计算

通过数学模型推导可以建立马达最低稳定速度与 马达内泄漏、马达旁通泄漏之间的数学关系;对于数学 模型带入对应马达参数,可以求解出马达对应最低稳 定运行速度;

通过式(12)得到 成解计算出最小稳定流量: $Q = \overline{\omega} \cdot D_{\text{m}} + [T_2 \cdot (C_{\text{tp}} + K_{\text{cg}}) + K_{\text{qg}} \cdot x_{\text{g}}]/D_{\text{m}}^2$

5 结论

对带有旁路节流通道的马达进行理论建模计算, 通过实验分析以及 AMESim 仿真分析验证数学建模结 果 得出以下结论:

可以通过控制马达的旁通泄漏参数来控制马达输 出角速度振荡幅值,从而减低马达的最低稳定运行速 度;随着马达旁通泄漏参数的增大,马达最低稳定运行 速度减小;但是随着旁通泄漏参数的增大,带来一系列 影响;比如阀控马达系统的功率损失增大,马达的响应 时间增大等影响;需要结合实际情况选择。通过数学 建模分析可知,可以通过降低马达动摩擦扭矩与静摩 擦扭矩之差、增大马达转动惯量来降低马达的最低稳 定速度。得出马达最低稳定速度对应的马达工作腔输 入流量公式。

本文提出旁路泄漏通道参数与马达最低稳定速度 之间的数学模型,为马达旁路节流通道设计以及应用 提供参考。

参考文献

- [1] 甄少华,冯应朴,李受人.液压马达最低稳定转速判定
 [J].武汉水运工程学院学报,1989(2):1-11.
- [2] 王旭永 付永领,刘庆和. 电液位置伺服系统低速平稳速 度和平滑速度的研究[J]. 机床与液压,1992,(5):217-223+232.
- [3] 王春行. 液压控制系统 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1999.
- [4] 王增 焦宗夏 汪成文,尚耀星.叶片式液压摆动马达的非
 线性泄漏分析 [J].北京航空航天大学学报,2014,40
 (04):486-493.
- [5] 陈智明.中空电液伺服马达低速特性的研究[D].哈尔滨: 哈尔滨工业大学 2011.
- [6] 曲展龙 糜小涛,许宏光.仿真转台用电液伺服系统低速 性研究及实现[J].液压与气动 2013 (9):51-53.
- [7] 党育哲. 低速爬行的原因分析及诊断[J]. 液压气动与密封 2002 (3):37-38.
- [8] 王龙 徐永宏 周庆年. 液压爬行现象及其控制 [J]. 液压 气动与密封 2010 30(11):6-8.
- [9] Low-speed Instability Analysis for Hydraulic Motor Based on Nonlinear Dynamics [J]. Journal of Coal Science & Engineering (China) 2010 ,16(03): 328 – 332.
- [10] 王晓晶,李嵩,满国佳,张梦俭,修立威.超低速连续回转 电液伺服马达内泄漏研究[J].哈尔滨理工大学学报, 2016(6).