

关节铰接双面接触摩擦对医用机械臂影响分析

杨立欢, 陈惠贤

(兰州理工大学机电工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要:以医用机械臂为研究对象,同时考虑关节旋转铰接圆柱面及端面 2 处的摩擦,提出端面接触系数,利用达朗伯定理对医用机械臂进行动静力学分析求得两接触面处的法向接触力,并基于库仑摩擦模型求得两接触面摩擦力矩,结合拉格朗日方程建立了不包含摩擦及包含摩擦的 2 种动力学模型,通过仿真求解分析得出对于所研究的医用机械臂及结构相类似的机械臂,铰接端面处的摩擦对机械臂关节输出扭矩及末端位置影响大于圆柱面处摩擦的影响,端面接触程度越高造成能量损失越大,机械臂末端位置轨迹越混乱。

关键词:医用机械臂;双面接触摩擦;动力学建模;末端位置;仿真分析

中图分类号:TH117.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-2257(2020)01-0076-05

Analysis of the Influence of Double-sided Contact Friction of Articulated Joint on Medical Manipulator

YANG Lihuan, CHEN Huixian

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: Taking the medical manipulator as the research object, considering the friction between the cylindrical surface and the end surface of the rotating articulated joint, and putting forward the contact coefficient of the end surface, the normal contact force at the two contact surfaces of the medical manipulator was obtained by the dynamic and static analysis of the medical manipulator using the Daramber theorem, and the friction torque at the two contact surfaces was obtained based on the Coulomb friction model. Based on Lagrange equation, two kinds of dynamic models including friction and no friction were established. For a medical manipulator similar to the structure studied in this paper, the influence of friction at the articulated end on the output torque and the end position of the manipulator is greater than that of friction at the cylindrical end. The higher the contact degree of the end face is, the greater the energy loss is, and the more chaotic the trajectory of the end position of the manipulator is.

Key words: medical manipulator; two-sided contact friction; dynamics modeling; end position; simulation analysis

0 引言

医用机械臂是放射治疗系统中的主要组成部分之一,其作用是支撑患者进行摆位将靶区(肿瘤)置于束流照射范围内^[1-2]。关节主要由电机、RV 减速器、连接法兰等构成。其大臂、小臂的臂杆较长,重量较

大且其运动平面与地面平行,因此在关节铰接圆柱面及端面都会出现摩擦,造成大量能量损失。文献[3]表明,机械臂关节上的驱动力矩(驱动力)大约有 20% 消耗在克服摩擦阻力上,关节摩擦不仅造成能量损耗还对机械臂的动力学特性产生影响。文献[4]表明关节摩擦的存在对机械臂速度及加速度的影响明

收稿日期:2019-08-26

作者简介:杨立欢(1994—),男,辽宁铁岭人,硕士研究生,研究方向为机械设计理论,通信作者;陈惠贤(1966—),男,甘肃兰州人,教授,硕士研究生导师,研究方向为医疗设备及自动化。

显。文献[5]得出关节摩擦存在时,机器人低速的运动性能会恶化且对作业精确度影响较大。

在此,以医用机械臂为研究对象,基于库仑摩擦模型,利用拉格朗日方程分别建立不包含摩擦和包含关节铰接圆柱面及端面摩擦的动力学模型,并进行仿真分析这2处摩擦对关节输出扭矩及机械臂末端位置轨迹的影响。

1 不考虑摩擦时三杆医用机械臂动力学建模

医用机械臂三维模型如图1所示,对医用机械臂做如下假设:每个杆和关节都是刚性体;每个关节都只有1个转动的自由度。

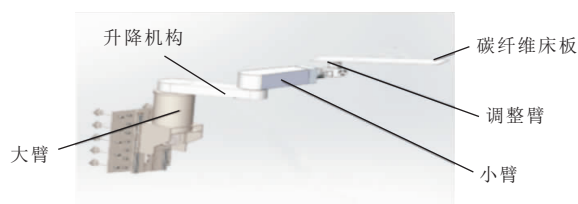


图1 医用机械臂三维模型

由于拉格朗日法在分析多关节动力学特性上不涉及到约束力^[6],所以采用拉格朗日法来建立动力学模型。保守系统的拉格朗日方程形式为^[7]

$$\tau_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

q_1, q_2, \dots, q_n 为所研究的力学系统的广义坐标; τ_i 为作用在第 i 个广义坐标的广义力或力矩(平移时为广义力,旋转时为力矩); \dot{q}_i 为各广义坐标中的广义速度。 L 为格朗日函数,其定义为

$$L = T - V \quad (2)$$

T 为系统总的动能; V 为系统总的势能。

将医用机械臂简化成如图2所示的三杆结构,并建立固定坐标系 OXY 及参考坐标系 $O_1X_1Y_1Z_1, O_2X_2Y_2Z_2, O_3X_3Y_3Z_3$,如图3所示。

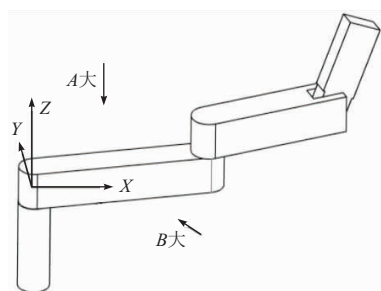


图2 医用机械臂简化示意

各杆质心位置分别为 m_1, m_2, m_3 ; 绕质心的转动惯量为 I_{C1}, I_{C2}, I_{C3} ; L_{C1}, L_{C2}, L_{C3} 为各关节轴中心

到相对应杆质心的距离; L_1, L_2, L_3 为各关节中心垂直距离。根据图3利用几何法求得各杆质心坐标位置矢量。

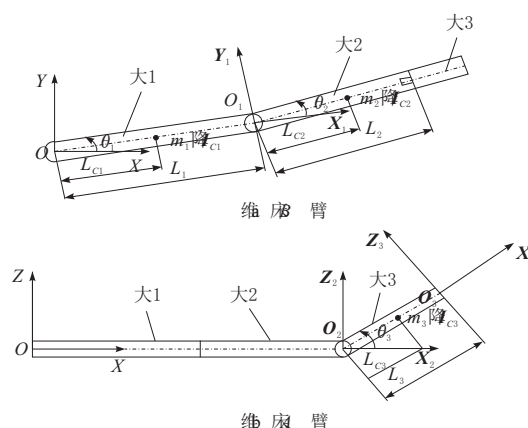


图3 医用机械臂坐标系

杆1质心坐标为

$$\begin{cases} x_1 = L_{C1} \cos\theta_1 \\ y_1 = L_{C2} \sin\theta_1 \\ z_1 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

杆2质心坐标为

$$\begin{cases} x_2 = L_1 \cos\theta_1 + L_{C2} \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_2 = L_1 \sin\theta_1 + L_{C2} \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ z_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

杆3质心坐标为

$$\begin{cases} x_3 = L_1 \cos\theta_1 + (L_2 + L_{C3} \cos\theta_3) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ y_3 = L_1 \sin\theta_1 + (L_2 + L_{C3} \cos\theta_3) \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ z_3 = L_{C3} \sin\theta_3 \end{cases} \quad (5)$$

因为各杆绕定轴转动可以表示为质心的平移运动和绕质心的旋转运动2个运动的合成,所以系统总动能为

$$E_K = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2 + \dot{z}_i^2) + I_{Ci} \dot{\theta}_i^2 \right) \quad (6)$$

系统总势能为

$$E_P = \sum_{i=1}^3 m_i g h_i \quad (7)$$

$\dot{x}_i, \dot{y}_i, \dot{z}_i$ 为各杆质心在 X 轴、 Y 轴和 Z 轴的速度分量; I_{Ci} 为各杆对质心的转动惯量; $\dot{\theta}_i$ 为各杆转动角速度; g 为重力加速度; h_i 为各杆质心到零势能平面距离。联立式(1)~式(7),结果写成矩阵形式为

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (8)$$

τ 为关节主动力矩矩阵; $D(\theta)$ 三杆医用机械臂惯性矩阵,为 3×3 矩阵; $H(\theta, \dot{\theta})$ 为 3×1 阶离心力和柯氏力矢量; $G(\theta)$ 为 3×1 阶重量矢量。

2 含摩擦的动力学建模

含摩擦的机械臂动力学模型基本形式为^[8]

$$\tau = D(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + T_f(\theta, \dot{\theta}) \quad (9)$$

$T_f(\theta, \dot{\theta})$ 为医用机械臂的摩擦力矩阵。

$$T_f(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} T_{f1} \\ T_{f2} \\ T_{f3} \end{bmatrix} \quad (10)$$

T_{f1}, T_{f2}, T_{f3} 为各关节处总摩擦力矩,大小与所选的摩擦模型有关。本文选取库伦摩擦模型^[9]为

$$T_{cf}(\theta, \dot{\theta}) = u \cdot T_n \operatorname{sgn}(\dot{v}) \quad (11)$$

$T_{cf}(\theta, \dot{\theta})$ 为库伦摩擦力矩; u 为摩擦系数; T_n 为法向接触力矩; $\operatorname{sgn}(v)$ 为符号函数。 T_n 表达式为

$$T_n = F_n r \quad (12)$$

F_n 为法向接触力; r 为作用半径。

2.1 法向接触力求解

首先将三杆医用机械臂各关节简化成如图4所示的接触形式,并将铰接圆柱面及端面描述成接触面1和接触面2。利用达朗伯定理对其进行动力学分析,分别如图5和图6所示。

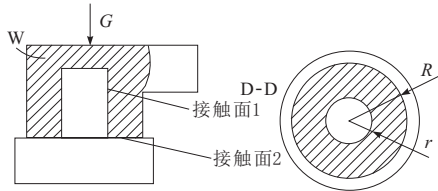


图4 铰接简化示意

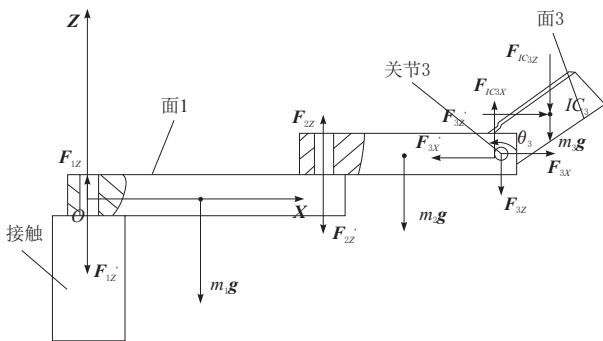


图5 B向医用机械臂受力分析

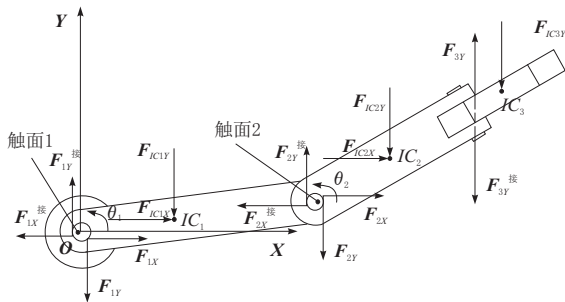


图6 A向医用机械臂受力分析

$F_{IC1X}, F_{IC1Y}, F_{IC2X}, F_{IC2Y}$ 分别为杆1、杆2质心惯性力矢量在X轴和Y轴的投影分量; $F_{IC3X}, F_{IC3Y}, F_{IC3Z}$ 为杆3的质心惯性力矢量在X轴、Y轴和Z轴的投影分量; m_1g, m_2g, m_3g 为各杆的重力矢量; $F_{iX}, F_{iY}, F_{iZ}(i=1,2,3)$ 为杆*i*受到的约束力矢量在X轴、Y轴和Z轴的分量; $F'_{jX}, F'_{jY}, F'_{jZ}(j=1,2,3)$ 为关节*j*受到的约束反力(铰接面接触力)在X轴、Y轴和Z轴的分量矢量; $IC_i(i=1,2,3)$ 为杆*i*质心位置。忽略惯性力矩,摩擦力及弯矩的影响,且各个力对关节中心产生力矩由电机输出力矩来平衡。规定X轴、Y轴和Z轴正向为正,受力分析如下。

以杆1为研究对象:

$$\begin{cases} \sum X = 0, F_{1X} + F_{IC1X} - F'_{2X} = 0 \\ \sum Y = 0, -F_{1Y} - F_{IC1Y} + F'_{2Y} = 0 \\ \sum Z = 0, F_{1Z} - m_1g - F'_{2Z} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

以杆2为研究对象:

$$\begin{cases} \sum X = 0, F_{2X} + F_{IC2X} - F'_{3X} = 0 \\ \sum Y = 0, -F_{2Y} - F_{IC2Y} - F'_{3Y} = 0 \\ \sum Z = 0, F_{2Z} - m_2g + F'_{3Z} = 0 \end{cases} \quad (14)$$

以杆3为研究对象:

$$\begin{cases} \sum X = 0, F_{3X} + F_{IC3X} = 0 \\ \sum Y = 0, F_{3Y} - F_{IC3Y} = 0 \\ \sum Z = 0, -F_{3Z} - m_3g - F_{IC3Z} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中: $F_{iX} = -F'_{jX}; -F_{iY} = F'_{jY}; F_{iZ} = -F'_{jZ}; F_{ICiX} = m_i\ddot{x}_i; F_{ICiY} = m_i\ddot{y}_i; F_{ICiZ} = m_i\ddot{z}_i$ 。 $\ddot{x}_i, \ddot{y}_i, \ddot{z}_i$ 为各杆质心在X轴、Y轴、Z轴的加速度分量。解出各关节2个铰接面接触力为:

$$\begin{cases} F'_{1X} = -(F_{IC2X} + F_{IC3X} + F_{IC1X}) \\ F'_{1Y} = F_{IC2Y} + F_{IC3Y} + F_{IC1Y} \\ F'_{1Z} = m_1g + m_2g + m_3g + F_{IC3Z} \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} F'_{2X} = -F_{IC2X} - F_{IC3X} \\ F'_{2Y} = F_{IC2Y} + F_{IC3Y} \\ F'_{2Z} = m_2g + m_3g + F_{IC3Z} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} F'_{3X} = -F_{IC3X} \\ F'_{3Y} = F_{IC3Y} \\ F'_{3Z} = m_3g + F_{IC3Z} \end{cases} \quad (18)$$

现定义接触系数 α_1 和 α_2 分别表示关节1和关节2的铰接接触面2的接触程度,其值与关节的结构、刚度、臂杆长度、装配精度等有关,且接触面2实际接触力与 α_1 和 α_2 成正比,则关节1和关节2铰接

接触面 2 上接触力为

$$\begin{cases} \mathbf{F}'_{1Z} = \alpha_1(m_1\mathbf{g} + m_2\mathbf{g} + m_3\mathbf{g} + \mathbf{F}_{IC3Z}) \\ \mathbf{F}'_{2Z} = \alpha_2(m_2\mathbf{g} + m_3\mathbf{g} + \mathbf{F}_{IC3Z}) \end{cases} \quad (19)$$

2.2 摩擦力矩求解

杆 2 与杆 3 之间相对运动速度较慢,所以忽略关节 3 处摩擦以简化问题的研究。库伦摩擦模型下关节 1 和关节 2 与接触面 1 上摩擦力引起摩擦力矩分别为:

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{f'1X} = u_1 \cdot \mathbf{F}'_{1X} \cdot r_1 \cdot \text{sgn}(v) \\ \mathbf{T}_{f'1Y} = u_1 \cdot \mathbf{F}'_{1Y} \cdot r_1 \cdot \text{sgn}(v) \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{f'2X} = u_2 \cdot \mathbf{F}'_{2X} \cdot r_2 \cdot \text{sgn}(v) \\ \mathbf{T}_{f'2Y} = u_2 \cdot \mathbf{F}'_{2Y} \cdot r_2 \cdot \text{sgn}(v) \end{cases} \quad (21)$$

u_1, u_2 为关节 1 和关节 2 的两面摩擦系数; r_1 和 r_2 为作用半径; $\mathbf{T}_{f'1X}, \mathbf{T}_{f'1Y}, \mathbf{T}_{f'2X}, \mathbf{T}_{f'2Y}$ 为关节 1 和关节 2 在 X 轴、Y 轴上的接触力作用下产生的摩擦力矩。接触面 2 摩擦产生摩擦力矩为:

$$\mathbf{T}_{f'1} = 2/3u_3 \cdot \mathbf{F}'_{1Z} \cdot \frac{(R_1^3 - r_1^3)}{(R_1^2 - r_1^2)} \text{sgn}(v) \quad (22)$$

$$\mathbf{T}_{f'2} = 2/3u_4 \cdot \mathbf{F}'_{2Z} \cdot \frac{(R_2^3 - r_2^3)}{(R_2^2 - r_2^2)} \text{sgn}(v) \quad (23)$$

$\mathbf{T}_{f'1}$ 为关节 1 与接触面 2 处的摩擦力矩; $\mathbf{T}_{f'2}$ 为关节 2 与接触面 2 处的摩擦力矩; R_1 为关节 1 与接触面 2 的外径; R_2 为关节 2 与接触面 2 的外径; u_3 为关节 1 与接触面 2 的摩擦系数; u_4 为关节 2 与接触面 2 的摩擦系数。

库伦摩擦模型下各关节总摩擦力矩为

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{f1} = \mathbf{T}_{f'1X} + \mathbf{T}_{f'1Y} + \mathbf{T}_{f'1} \\ \mathbf{T}_{f2} = \mathbf{T}_{f'2X} + \mathbf{T}_{f'2Y} + \mathbf{T}_{f'2} \\ \mathbf{T}_{f3} = 0 \end{cases} \quad (24)$$

3 仿真分析

利用 MATLAB 对不含摩擦模型及含有库伦摩擦模型的动力学方程下的关节 1 和关节 2 输出扭矩进行仿真分析,表 1 为机械臂结构参数,表 2 为机械臂仿真运动参数。令 $R_1=20 \text{ cm}, R_2=15 \text{ cm}; r_1=r_2=10 \text{ cm}$ 。

表 1 医用机械臂主要参数

杆号	L_i/m	L_{Ci}/m	m_i/kg	$I_{Ci}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$
1	1.374	0.514	641.500	160.380
2	1.695	0.721	596.332	80.815
3	0.320	0.130	4.237	1.219

图 7 和图 8 为医用机械臂在表 2 的运动参数下,不考虑摩擦及分别考虑接触面 1 和接触面 2 摩

表 2 医用机械臂运动参数

杆号	θ	$\dot{\theta}$	$\ddot{\theta}$
1	$\frac{\pi t^2}{100} - \frac{\pi t^3}{1500}$	$\frac{\pi t}{50} - \frac{\pi t^2}{500}$	$\frac{\pi}{50} - \frac{\pi t}{250}$
2	$\frac{3\pi t^2}{100} - \frac{\pi t^3}{500}$	$\frac{3\pi t}{50} - \frac{3\pi t^2}{500}$	$\frac{3\pi}{50} - \frac{3\pi t}{250}$
3	$\frac{\pi t^2}{200} - \frac{\pi t^3}{3000}$	$\frac{\pi t}{100} - \frac{\pi t^2}{1000}$	$\frac{\pi}{100} - \frac{\pi t}{500}$

擦时,关节 1 和关节 2 在 1~10 s 的输出转矩。由图 7 和图 8 可以看出:在相同摩擦系数下,当接触面系数 α 大于 0.01 时接触面 2 对关节输出扭矩的影响大于接触面 1,随着 α 增大影响更加明显,而接触面 1 对输出扭矩的影响随着摩擦系数增大变化不明显,与现实情况比较相符。

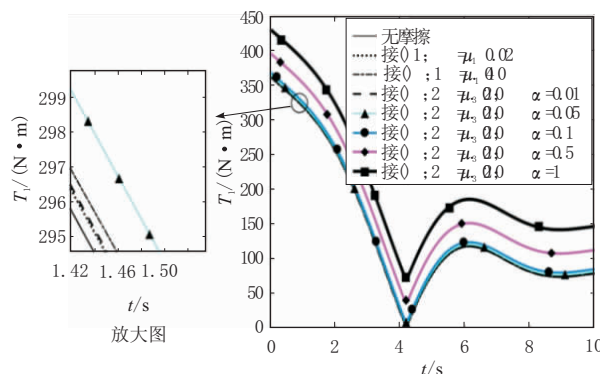


图 7 关节 1 输出转矩

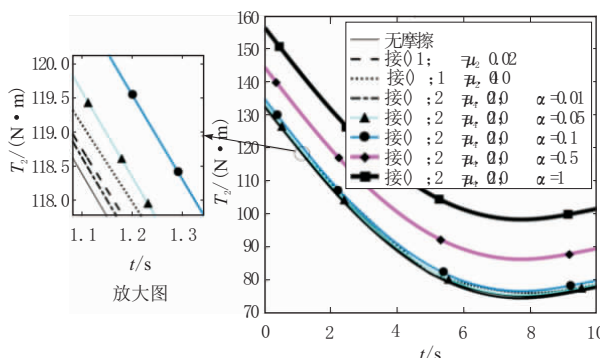


图 8 关节 2 输出转矩

图 9~图 14 为 3 个关节输出扭矩分别为 $T_1=300 \text{ N} \cdot \text{m}, T_2=200 \text{ N} \cdot \text{m}, T_3=10 \text{ N} \cdot \text{m}$ 下不考虑摩擦及不同摩擦状况下的末端位置仿真结果。图 9 和图 10 分别考虑关节 1 处接触面 1 和接触面 2 时机械臂末端轨迹,从图 9~图 10 中看出,接触面 1 对机械臂末端轨迹影响远小于接触面 2,随着接触面系数增大影响越来越明显,轨迹呈现不规则现象。图 11~图 14 为考虑关节 1 的 2 个接触面摩擦分别与关节 2 的 2 个接触面摩擦耦合下的机械臂末端轨迹,可以看出当 2 个面都为接触面 1 时轨迹变化最小。

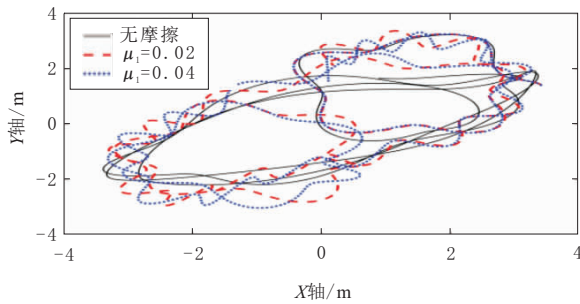


图9 关节1处接触面1摩擦时机械臂末端轨迹

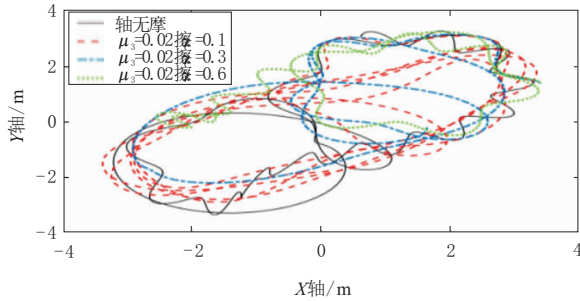


图10 关节1处接触面2摩擦时机械臂末端轨迹

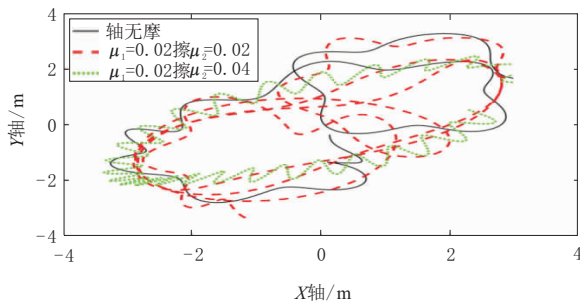


图11 关节1、关节2处接触面1摩擦时机械臂末端轨迹

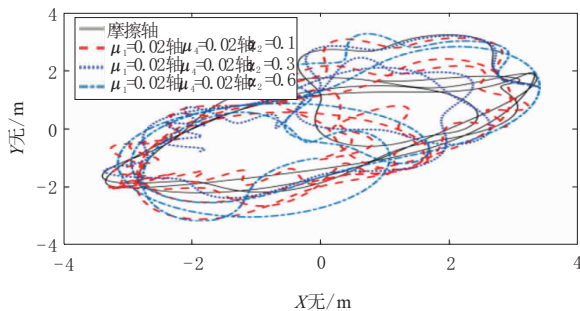


图12 关节1处接触面1及关节2接触面2摩擦时机械臂末端轨迹

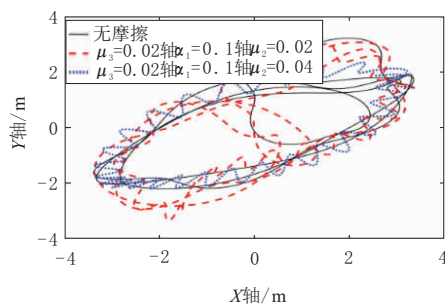


图13 关节1处与接触面2及关节2接触面1摩擦时机械臂末端轨迹

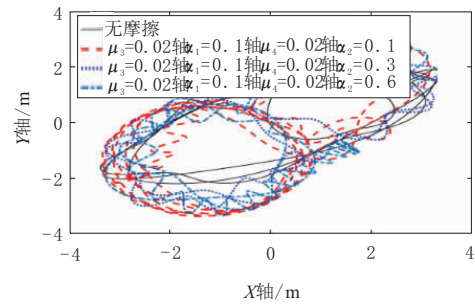


图14 关节1、关节2处接触面2摩擦时机械臂末端轨迹

4 结束语

以医用机械臂为研究对象,基于拉格朗日方程并利用达朗伯定理建立了不包含摩擦及包含摩擦的2种动力学模型,同时引入接触面系数 α_1 和 α_2 。通过仿真分析得出当关节铰接的2个接触面摩擦系数相同时,铰接端面(接触面2)的接触面系数超过一定范围时对关节输出扭矩影响明显大于铰接圆柱面(接触面1)影响,同时也会造成巨大的能量损失,因此在设计制造过程中可以通过提高关节刚度,减小杆的长度,提高装配精度等方法减小关节铰接端面的接触程度。通过对机械臂末端轨迹仿真分析可知:铰接端面对机械臂末端轨迹影响明显大于铰接圆柱面,因此在精度要求较高的情况下,对于与本文的医用机械臂及结构相类似的机械臂,对其建模时应该着重分析关节铰接端面的接触程度且不可以忽略,以免造成巨大的能量损失及误差。

参考文献:

- [1] 姜万荣,朱锡旭. 放射肿瘤学技术进展[J]. 现代肿瘤医学,2012,20(4):33-34.
- [2] SOTIRIOS S. The physics of radiation therapy[J]. Medical Physics,2010,37(3):1374-1375.
- [3] CARIG J. Introduction to robotics[M]. New York: Addison-Wesley Publishing Company,1986.
- [4] ALIN A S, GERD H. A globally stable state feedback controller for flexible joint robots[J]. Advanced Robotics,2001,15(8):799-814.
- [5] 吴文祥,朱世强,王宣银,等. 基于摩擦模糊建模与补偿的机器人低速控制[J]. 电机与控制学报,2013,17(8):46-53.
- [6] 翟敬梅,康博,张铁. 六自由度喷涂机器人动力学分析及仿真[J]. 机械设计与制造,2012(1):169-171.
- [7] 刘鹏,王强,张伟. 机械臂动力学建模及控制仿真[J]. 自动化与仪表,2017,32(3):9-12.
- [8] 刘福才,刘彩凤,秦利,等. 重力作用下的摩擦对空间机械臂运动控制的影响[J]. 高技术通讯,2014,24(1):65-71.
- [9] 朱松青,李永,高海涛,等. 基于混合摩擦表达的机器人模块化关节动力学建模与仿真[J]. 机械设计与制造工程,2019,48(1):5-8.