

文章编号: 1000-4750(2016)09-0094-09

基于小波多分辨率分析的时变结构参数识别研究

赵丽洁¹, 杜永峰^{1,2}, 李万润^{1,2}, 张 浩¹

(1. 兰州理工大学防震减灾研究所, 甘肃, 兰州 730050; 2. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃, 兰州 730050)

摘 要: 提出一种小波多分辨率分析的最优尺度选择方法, 并将其应用于结构时变物理参数的识别。首先, 从函数空间剖分的角度引入WMRA对时变参数进行多分辨率近似展开, 将振动微分方程转化成多元线性回归方程, 根据时变参数的频率范围及采样频率、线性方程组的个数等确定分解层数取值范围; 其次, 利用赤池信息准则(AIC)寻求最优分解尺度, 为增强数据的稳定性, 采用正交最小二乘算法(OLS)代替传统最小二乘算法(LS)对模型中小波系数进行估计并重构时变参数; 最后, 分别以突变和连续变化的两种时变参数的5层剪切框架模型进行数值模拟。分析结果表明: 在预先确立的分解尺度范围内, 采用无噪声干扰的响应信号进行识别时, 识别精度随着分解尺度的增加而增加; 采用噪声干扰的测量信号进行识别时, 识别精度与分解尺度的增加无必然联系; 通过选择适当的分解尺度, 能够准确识别时变参数、提高方法的计算效率并保证很好的抗噪性能。

关键词: 时变结构; 参数识别; 多分辨率分析; 最优分解尺度; 正交最小二乘

中图分类号: TU311.3 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.01.0033

PHYSICAL PARAMETER IDENTIFICATION OF TIME-VARYING STRUCTURE BASED ON WAVELET MULTIREOLUTION ANALYSIS

ZHAO Li-jie¹, DU Yong-feng^{1,2}, LI Wan-run^{1,2}, ZHANG Hao¹

(1. Institute of Earthquake Protection and Disaster Mitigation, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China;

2. Western Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: An optimal scale selection technique of wavelet multiresolution analysis is proposed, and applied to the identification of time-varying physical parameters. First, time-varying parameters were expressed approximately using wavelet multi-resolution analysis from the perspective of the function space subdivision, and the vibration differential equation can be transformed into a linear regression equation, and the decomposition layers scope was set for every time-varying parameter according to the initial information including the range of frequencies, sampling frequency and the number of linear equations. Then, the optimal decomposition scale was chosen using Akaike information criterion (AIC). In order to enhance the stability of data, the orthogonal least squares algorithm (OLS) was used to estimate the wavelet coefficient instead of the least squares algorithm (LS), and unknown time-varying parameters were reconstructed. Finally, five shear-beam frame models are simulated with two kinds of time-varying parameters cases (abruptly, smoothly). Numerical results show that: in the scope of the decomposition scale preset, identification accuracy increases with decomposition scale when response contains noise, while identification accuracy and the increment of decomposition scale have no obvious connection under the condition that the response data contain noise; appropriate decomposition scale has a great influence on the identification accuracy; and optimal decomposition scale selection can identify the time-varying

收稿日期: 2015-01-12; 修改日期: 2016-03-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(51178211); 甘肃省青年科技基金计划项目(2014GS03277)

通讯作者: 杜永峰(1962), 男, 甘肃庆阳人, 教授, 博士, 博导, 主要从事结构减震控制、结构健康监测研究(E-mail: dooyf@lut.cn).

作者简介: 赵丽洁(1988), 女, 河北沧州人, 博士生, 主要从事结构健康监测研究(E-mail: ljzhaocz@126.com);

李万润(1985), 男, 甘肃民勤人, 讲师, 博士, 主要从事结构健康监测与钢结构疲劳研究(E-mail: ce_wrlri@163.com);

张 浩(1987), 男, 河北沧州人, 硕士生, 主要从事结构健康监测研究(E-mail: zhanghchn@163.com).

parameters accurately and improve the computational efficiency and anti-noise ability.

Key words: time-varying structure; parameter identification; multiresolution analysis; optimal decomposition scale; orthogonal least squares

在土木工程结构健康监测系统中,结构模态参数、物理参数是结构性能状态的直接或间接表述,结构参数识别一直是结构健康监测领域关键问题和重要的研究内容之一^[1]。实际工程结构在服役期间可能会受到强风、地震等极端环境荷载以及环境等因素的影响致使结构各项性能参数表现出较强的时变特性,进而出现不同程度的时变累积损伤^[2]。因此,为了更好地实时掌握结构状态将其看作时变系统则更符合工程实际情况^[3-5]。早在80年代初期,美国学者Beck J L和McVerry G H等发现强震过程中的模态参数是时变的,而不是固定不变的。近几年,国内外学者针对土木工程结构时变参数识别提出了不少研究方法,大致可以分为以下几种:基于短时不变假设识别方法,即将每一个小的时间段看成时不变,采用传统时不变参数识别方法进行识别,最后拟合成时变曲线^[6];基于在线或递推技术的研究方法,常采用最小二乘类估计算法、各种卡尔曼类估计算法,并引入常遗忘因子和变遗忘因子以增强在识别时变参数时的跟踪能力^[7-8];基于时频分析技术,针对不同的信号处理技术,目前主要有HHT和小波变换分析方法。由于时变结构系统的响应信号表现出非稳态特性,而小波变换在处理非线性、非平稳信号方面具有独特优势(小波基函数包含时频域的局部特性),由此,小波函数比谐波、多项式等基函数更适于描述某些具有快变特征的参数。最早Staszewski和Cooper将连续小波变换运用到结构动力学系统辨识中^[9],之后不少学者基于离散小波变换、连续小波变换理论并结合小波的多尺度分析(多分辨率)、时频局部特性、正交性等性质展开了时变参数识别的研究并取得了一些研究成果^[10-14]。

以上研究成果分析可知,基于小波理论对时变参数辨识逐渐形成基本理论体系,但对于一些关键问题的处理,如小波基函数、分解尺度的选择却鲜有报道。本文在已有研究的基础上,对基于小波理论的时变结构体系的参数识别方法中的最优尺度选择进行了深入地探讨,并给出了时变参数识别的流程。首先,根据时变参数的初始信息(频率范围及

采样频率、线性方程组的个数等)确定分解层数取值范围,引入AIC信息准则寻求最优分解尺度 J_{op} ;为增强数据的稳定性,减少病态数据矩阵,采用正交最小二乘算法(OLS)代替传统的LS算法对模型中系数进行估计并重构时变参数;最后,分别以突变和连续变化的单自由度、两自由度的时变剪切模型进行参数识别数值模拟。结果表明,没有噪声的情况下识别精度在预先确立的分解尺度范围内随着分解尺度的增加而增加,在含有噪声情况下,识别精度并不遵循随着分解层数的增加而增加的规律,合适的分解尺度对识别结果有很大的影响,选择最优分解尺度可以提高该方法的计算效率和抗噪性。

1 小波多分辨率分析(WMRA)

由Mallat多分辨率分析思想,把平方可积的函数 $f(t) \in L^2(R)$ 看成是某一逐级逼近的极限情况。从函数空间剖分的角度,可以把函数空间作逐级二分分解产生一组逐级嵌套的子空间:

$$\cdots \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset \cdots \subset L^2$$

或:

$$V_j \subset V_{j+1}$$

对 $j \in Z$, j 是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 的整数, j 值愈大空间愈大。其中, $V_{-\infty}=\{0\}$, $V_{\infty}=L^2$ 根据Mallat算法,信号序列通过小波基函数的尺度变换和平移变换可以分解成不同分辨率下的分量,任意一个连续信号通过小波多分辨率近似可以表示为^[15]:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(t) + \sum_{j=j_0}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k} \varphi_{j,k}(t) \quad (1)$$

其中, $\phi_{j_0,k}(t) = 2^{j_0/2} \phi(2^{j_0}t - k)$ 和 $\varphi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi \cdot (2^j t - k)$ 分别是尺度函数 $\phi(t)$ 和母小波函数 $\varphi(t)$ 的平移和伸缩的函数簇。 $c_{j_0,k}$ 和 $d_{j,k}$ 分别是在尺度 j_0 和 j 上的展开系数。类似于傅里叶级数展开,小波多分辨率可以类似地称作小波多分辨率级数展开,函数 $\{\phi_{j_0,k}(t), \varphi_{j,k}(t)\}$ 可以看作 $f(t)$ 的基函数,同时也可以看作式(1)的回归因子。式(1)中第一项给出了 $f(t)$ 的低频分量或近似表达;第二项给出了对于不同分辨率尺度 j 的高频分量或细节表达。然而,对于

一个能量有限且随时间变化的离散时间序列 $f(n)$, 其离散形式可以表示为 :

$$f(n) = \sum_{k=-k_0}^{K_{j_0}} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(2^{j_0}n-k) + \sum_{j=j_0}^J \sum_{k=-k_0}^{K_j} d_{j,k} \phi_{j,k}(2^j n-k) , n=0,1,\dots,N_t-1 \quad (2)$$

其中, 平移变量 k 的取值范围与离散时间序列的点数 N_t 、小波尺度函数(以 Daubechies 系列小波为例)的时间支撑长度有关。若 N 为尺度函数的消失矩, 那么 $\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k)$ 的支撑长度为 $[2^{-j}k, 2^{-j}(k+2N-1)]$, 为了保证平移伸缩之后 $\phi_{j,k}(t)$ 能够完全覆盖整个信号的长度, k 的取值范围应为 $k_0 = 2 - 2N$, $K_{j_0} = 0$, $K_j = \text{int}(2^j N_t) - 1$ 。

对信号进行小波多分辨率分解之前, 首先确定分解初始尺度空间 V_{j_0} , 理论上初始尺度空间可以任意确定, 对于一个无穷信号来说, 可以取在较高的分辨率空间, 也可以取在一个较低的分辨率空间。本文规定 $V_{j_0} = -\text{ceil}(\log_2(N_t))$ 为初始分辨率空间, V_0 为最大分辨率空间, 在 V_0 这个空间内信号的采样值与小波基函数的采样值相等。对于实际有限长度的信号, 都有一个完全分解层数, 但是根据应用的不同, 并不是把信号完全分解或重构, 这由信号所含的噪声水平及所要求近似表达的准确度决定。式(2)的矩阵形式可以表示为 :

$$F \approx W(J)\xi(J) \quad (3)$$

$$\tau(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1^d & x_1^d & -\dot{x}_2^d & -x_2^d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{x}_2^d & x_2^d & -\dot{x}_3^d & -x_3^d & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \ddots & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{x}_n^d & x_n^d \end{bmatrix} ,$$

$$\theta(t) = [c_1(t) \quad k_1(t) \quad \dots \quad c_i(t) \quad k_i(t) \quad \dots \quad c_n(t) \quad k_n(t)]^T .$$

2.2 线性时变参数的确定

由式(4)、式(6)可推知得 :

$$R(t) = -M\ddot{X}_g(t) - M\ddot{X}(t) \quad (7)$$

考虑到 $\ddot{X}(t)$ 、 $\ddot{X}_g(t)$ 可以通过实测得出, 假设质量 M 已知, 令 $y(t) = -M\ddot{X}_g(t) - M\ddot{X}(t)$ 为输出向量, 则输出向量 $y(t)$ 可以表达成包含噪声的结构恢复力向量。

其中: $F = [f(0) \quad f(1) \quad \dots \quad f(N_t-1)]^T$; W 为包含小波基函数的重构矩阵; $\xi = [c_{j_0,k_0} \dots c_{j_0,K_{j_0}} \quad d_{j_0,k_0} \dots d_{j_0,K_{j_0}} \quad \dots \quad d_{J,K_J}]^T$ 。其中, W 、 ξ 的维数与分解的尺度有关。函数的多分辨率表达并不是唯一的, 由不同的小波函数和分解尺度所决定。

2 线性时变结构参数识别原理

2.1 线性时变结构参数模型的建立

考虑多自由度体系受地震激励作用的剪切模型的运动方程 :

$$M\ddot{X}(t) + R[\dot{X}(t), X(t), \theta(t)] = -M\ddot{X}_g(t) \quad (4)$$

其中: $M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n)$ 是质量矩阵; $\ddot{X}(t)$ 、 $\dot{X}(t)$ 、 $X(t)$ 分别是相对于地面的加速度、速度、位移向量响应; $\theta(t)$ 为结构时变参数向量表达形式; $\ddot{x}_g(t)$ 为地面运动加速度; R 为恢复力向量, 其表达式为 $R = [r_1 - r_2, r_2 - r_3, \dots, r_i - r_{i+1}, \dots, r_{n-1} - r_n]$; 恢复力 R 不仅可以描述结构的线性时变行为也可以描述结构的损伤和退化的非线性行为, 本文只讨论线性时变参数识别的研究, 因此 $i-1$ 层与 i 层之间的恢复力具体可以表达为 :

$$r_i(t) = c_i(t)\dot{x}_i^d(t) + k_i(t)x_i^d(t) \quad (5)$$

$\dot{x}_i^d(t)$ 、 $x_i^d(t)$ 分别为 $i-1$ 层与 i 层的相对速度和相对位移, 即 $\dot{x}_i^d(t) = \dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}$, $x_i^d(t) = x_i - x_{i-1}$; $c_i(t)$ 、 $k_i(t)$ 为时变阻尼和时变刚度, 恢复力向量可以表示为 :

$$R(t) = \tau(t)\theta(t) \quad (6)$$

$$y(t) = R(t) + e(t) = \tau(t)\theta(t) + e(t) \quad (8)$$

$e(t)$ 为测量噪声, 写成矩阵的形式 :

$$Y = \Gamma\Theta + \varepsilon \quad (9)$$

式(9)可以看作一元线性回归模型。其中, 测量输出向量 $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_n]^T$, 而 $Y_i = [y_i(t_0) \quad y_i(t_1) \quad \dots \quad y_i(t_{N-1})]^T$; $\varepsilon = [e(t_0) \quad e(t_1) \quad \dots \quad e(t_{N-1})]^T$ 为响应的测量噪声向量; 结构的响应矩阵为 :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \dot{D}_1 & D_1 & -\dot{D}_2 & -D_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{D}_2 & D_2 & -\dot{D}_3 & -D_3 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dot{D}_n & D_n \end{bmatrix};$$

$\dot{D}_i = \text{diag}(\dot{x}_i^d(t_0), \dot{x}_i^d(t_1), \dots, \dot{x}_i^d(t_{N_i-1}))$;
 $D_i = \text{diag}(x_i^d(t_0), x_i^d(t_1), \dots, x_i^d(t_{N_i-1}))$;
 $\Theta = [\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_n]^T$;
 $\Theta_i = [\theta_i(0), \theta_i(1), \dots, \theta_i(N_i - 1)]^T, i = 1, 2, \dots, n$,
 ε 为响应的测量噪声向量。将时变参数矩阵 Θ 采用小波多分辨率展开写成 :

$$\Theta \approx W \Xi \tag{10}$$

其中 : $\Xi = [\xi_1^T, \xi_2^T, \dots, \xi_n^T]^T$ 为小波展开系数矩阵 ,
 $\xi_i = [\xi_c \ \xi_d]^T, i = 1, 2, \dots, n$, $\xi_c = [c_{j_0, k_0} \ \dots \ c_{j_0, K_{j_0}}]^T$,
 $\xi_d = [d_{j_0, k_0} \ d_{j_0, k_0+1} \ \dots \ d_{j_0, K_{j_0}} \ \dots \ d_{j, K_j}]^T$; $W = \text{diag}[w_1, w_2, \dots, w_n]$ 是相应的小波展开的重构矩阵。
 ξ_i 、 w_i 分别为第 i 层时变参数的小波展开系数向量和小波基函数重构矩阵。将式(10)代入式(9)可以得到 :

$$Y = Q \Xi + \varepsilon = \sum_{j=1}^S \alpha_j q_j + \varepsilon \tag{11}$$

其中 :

$$Q = \Gamma W$$

包含结构响应 Γ 和在不同分辨率下小波函数的采样值 W 。由式(11)可知,小波系数展开 Ξ 可以通过线性最小二乘伪逆解得到。

$$\Xi \approx Q^+ Y \tag{12}$$

其中, Q^+ 表示 Q 的伪逆,将 Ξ 回代到式(10)得到结构的时变物理参数。注意到,采用多分辨率分析可以将结构的时变参数识别问题转化为一元回归模型中的时不变非参数小波系数 c 、 d 的辨识问题。对于时变系统的回归分析问题,模型的选择是影响识别精度的关键,而这里模型的选择本质是指分解尺度 J 的选择。

3 最优分解尺度的确定

理论上,当获得的响应数据不存在任何噪声时,在不存在重构误差的情况下,分解的尺度越大,识别的精度越高。而实际工程中噪声的存在不可避免,分解尺度过高反而会出现过拟合的情况,不仅严重影响识别精度,而且计算量会大大增加;分解尺度太低,可能会丢失时变参数的某些高频信息,

同样也会造成识别误差增大。土木工程结构作为慢时变系统,响应信号的频段主要集中在低频^[16],因此在不影响识别精度的前提下,可以适当去掉高频部分。因此,合适的分解尺 J ,对时变参数小波展开和识别精度是至关重要的,不同的分解尺度对应于不同的参数模型。可以把最佳分解尺度 J_{op} 的寻找看成参数模型选择问题。关于模型选择的问题,采用日本统计学家 Akaike H 在解决时间序列定阶问题中提出的 AIC 准则^[17]。

$$AIC = -2 \ln L(\hat{\theta} | Y) + 2N \tag{13}$$

其中 : $L(\hat{\theta} | Y)$ 为模型的极大似然函数 ; N 为模型独立参数的个数。

具体的实现步骤如下 :

1) 根据小波多分辨率分析理论,信号的长度、采样频率等,对每一个时变参数选定一个分解层数范围 $[P_{min}, P_{max}]$ (根据频率范围取出最小值 J_{min})

由式(11)可知,若每一层要识别的时变参数个数为 q ,矩阵 Q 的维数为 $N \times (N \times q)$,式(11)线性方程组无唯一解,显然无论采样点数 N 增加到多少,时变参数的小波分解系数仍为 $N \times q$ 个。由小波多分辨率分解结构可知,高频成分所占的分解系数较多,设长度为 N 的信号,频率采样为 $2f_s$,将其进行完全分解,令 $j_{max} = \log_2 N$ 为完全分解层数,分解系数情况如表 1 所示。

表 1 分解层数、系数个数、频率范围之间的关系
 Table 1 Relationship between the frequency range, decomposition layers and number of coefficients

层号	小波系数个数	频率范围
1	K_1	$f/2 \sim f_s$
...
j_{max}	K_j	$f/2^j \sim f_s/2^{j-1}$
j_{max}	K_j	$0 \sim f/2^{j-1}$

因此,使方程有最小二乘伪逆解的最大的小波重构层数 J_{min} 为 :

$$P_{min} = \text{ceil}(1 + \ln q) \tag{14}$$

对于 P_{max} 的选择,根据对数类型的统计规律可以给出 J_{max} 的大致取值区间^[18] :

$$\frac{N}{\ln N} \leq 2^{P_{max}} \leq \frac{2N}{\ln N} \tag{15}$$

2) 在 $[P_{min}, P_{max}]$ 分解层数范围内, 利用赤池信息准则, 把 AIC 值作为目标函数值, 将式(13)转化成包含尺度 J 的目标函数, 使目标 AIC 值最小的那个尺度值, 即为最优尺度值 J_{opt} .

$$AIC(J) = sN_t \log \frac{\|Y - QQ^+Y\|^2}{sN_t} + 2K \quad (16)$$

在执行该过程时, 每一个时变参数的小波展开的分解层数范围均设置成 $[P_{min}, P_{max}]$ 依次循环执行, 直至 AIC 值趋于稳定值结束。

3) 根据式(11)知, 采用小波多分辨率分析对时变参数展开, 将时变参数识别问题转化为一元回归模型中的时不变小波系数 c 、 d 的估计问题, 由于形成的小波基函数矩阵属于病态数据矩阵, 为避免识别值的不稳定问题, 引入正交最小二乘算法(OLS)代替最小二乘法(LS)估计。

4 数值模拟

4.1 单自由度体系时变物理参数识别

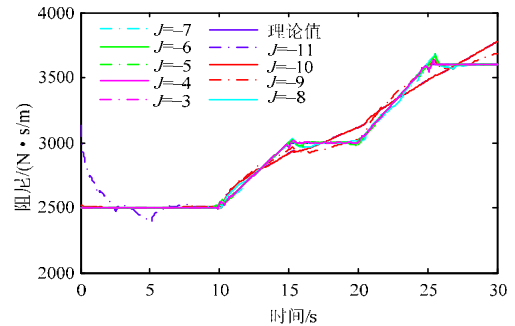
以单自由度时变结构系统为例验证所提方法的正确性。时变结构系统受地震荷载作用(以 El-Centro 波为例, 时长 30 s), $m = 2800 \text{ kg}$, 初始刚度和阻尼分别为 $k = 2.5 \times 10^8 \text{ N/m}$, $c = 2.5 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{s/m}$ 。假设在振动过程中质量保持不变, 其刚度和阻尼随时间连续变化, 在 10 s~15 s、20 s~25 s 结构的刚度参数相应退化了 20%; 相对应的阻尼参数分别在 10 s~15 s、20 s~25 s 增加 20%。采样频率 $f_s = 50 \text{ Hz}$, 点数 $N_t = 1501$, 采用四阶 Runge-Kutta 法对运动方程进行迭代响应求解。本算例中采用具有双正交和紧支撑特性的 Daubechies 系列小波函数 dB2 小波作为基函数对时变参数 $c(t)$ 、 $k(t)$ 进行多分辨率近似展开。根据规定初始尺度空间定义 $V_{j_0} = -\text{ceil}(\log_2 1501) = -11$, 首先, 对时变参数 $c(t)$ 、 $k(t)$ 分别采用相同的分解尺度进行识别, 讨论不同分解尺度对识别精度的影响。定义参数识别的平均绝对误差:

$$E_c = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{|\bar{c}(t) - c(t)|}{c(t)} dt \quad (17)$$

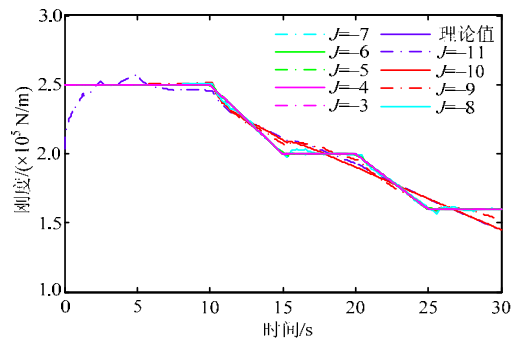
其中, $\bar{c}(t)$ 、 $c(t)$ 为某一时刻的理论值与识别值, 其余参数识别误差定义同上。

图 1 为不同分解尺度下刚度、阻尼识别值与理

论值对比图, 图 2 为不同分解尺度下的各时变参数的识别误差。由图 1 和图 2 可知, 不同的分解尺度对识别精度的影响较大, E_k 、 E_c 随着分解尺度的增加而减小, 即识别精度随着分解尺度的增加而增加。由此可知, 在没有噪声的情况下识别精度在预先确立的分解尺度范围内随着分解尺度的增加而增加, 分解尺度越大, 所占的频率成分越多, 与时变参数的频率成分越接近, 识别精度越高, 但是选择过高的分解尺度虽然保证计算精度而相应的计算量会大大增加。



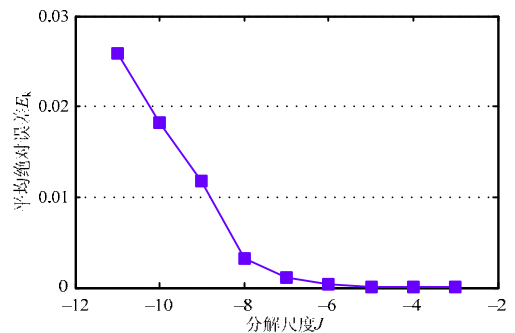
(a) $c(t)$



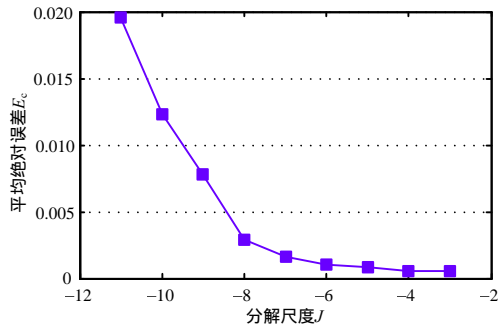
(b) $k(t)$

图 1 不同分解尺度时变参数识别值与理论比较

Fig.1 Comparison of identified time-varying parameter value and ture value with different resolution levels



(a) $k(t)$ 识别误差



(b) $c(t)$ 识别误差

图 2 不同分解尺度下时变参数的识别误差

Fig.2 Errors of identification in time-varying parameter with different resolution levels.

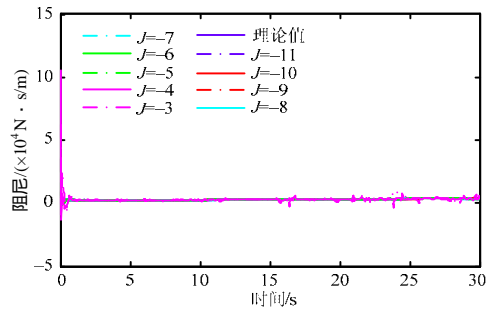
为了研究不同分解尺度对识别精度的影响并考虑在实际测量的过程中不可避免的存在噪声影响，分别向输出响应数据中添加信噪比为 SNR=50 dB 的高斯白噪声模拟实测噪声。信噪比表达式为：

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{S}{N} \quad (18)$$

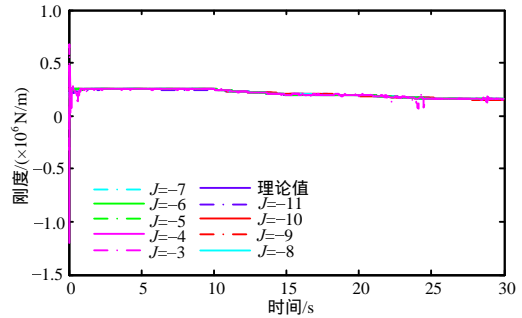
其中， S 、 N 分别为信号的和噪声的平均功率。

图 3(a)、图 3(b)为存在噪声时的不同分解尺度的识别值与理论值对比结果。可以看出，与未加噪声识别结果截然不同，当分解层数很大或很小时，尤其是当 $J=-3$ 或 $J=-11$ ，与理论值相差很大，出现识别错误，识别精度并不遵循随着分解层数的增加而增加的规律，从而也进一步验证了分解层数的选择对识别的准确性至关重要。

考虑到实际工程中获得的响应数据不可避免的存在噪声干扰，为了寻求噪声干扰下合适的分解层数，根据前述介绍的识别方法及步骤。由式(14)、式(15)可知 $q=2$ ，最小的小波重构层数为 $p_{\min}=2$ ，最大分解层数为 $p_{\max} \in \max[8,9]$ 。根据设定的初始尺度空间 V_{j_0} ，转化为分解尺度范围为 $J \in [-10, -3]$ ，利用 AIC 信息准则，每一个时变参数的小波展开的分解层数范围均设置成 $J \in [-10, -3]$ ，依次循环执行，直至 AIC 值为最小值结束。由图 4 可以看出，当 $J_k=-6$ ， $J_c=-8$ 时，此时 AIC 的值最小。如图 5 所示，采用最优分解尺度进行识别，能够准确跟踪时变参数的变化情况。



(a) $c(t)$



(b) $k(t)$

图 3 SNR=50 时不同分解尺度下时变参数识别值

Fig.3 Time-varying parameter identification under SNR=50 noise with different resolution levels

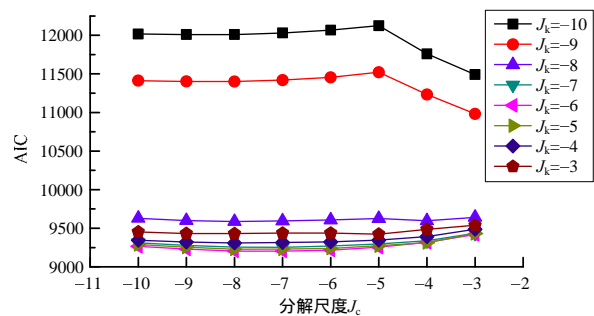
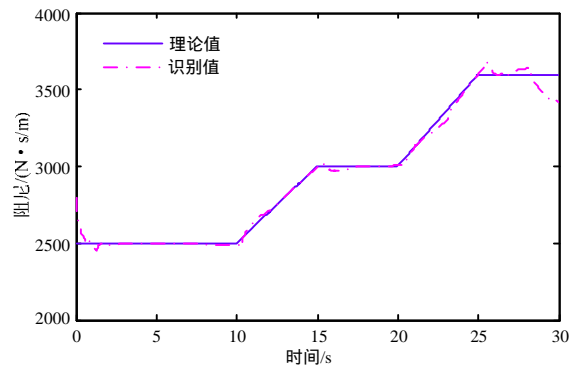
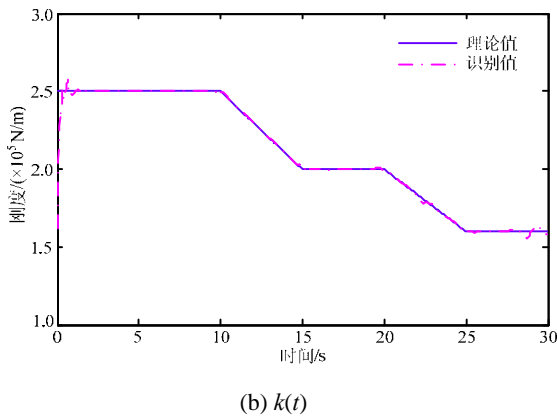


图 4 不同分解尺度下 AIC 值

Fig.4 The AIC value with different resolution levels



(a) $c(t)$



(b) $k(t)$
图 5 SNR=50 最优分解尺度下 ($J_k=-6, J_c=-8$) 时变参数识别值

Fig.5 Time-varying parameter identification under SNR=50 noise with the optimal resolution levels ($J_k=-6, J_c=-8$)

4.2 多自由度时变物理参数识别

以一个五层的剪切框架模型为例验证该方法对噪声的敏感性及时变参数变化快慢的适用性,考虑模型的 5 个集中质量均为 2800 kg,初始刚度 k_1 为 2.5×10^5 N/m, $k_2 \sim k_5$ 为 2.0×10^5 N/m,阻尼 c_1 为 2.5×10^3 N · s/m, $c_2 \sim c_5$ 为 2.0×10^3 N · s/m。在结构参数随时间变化之前 5 阶特征频率分别为 0.40 Hz、1.15 Hz、1.80 Hz、2.29 Hz、2.58 Hz,结构的后三阶频率较为接近。假设地震作用下一层、二层结构参数发生改变来模拟损伤出现,在振动过程中质量保持不变,分别考虑 k_1 、 k_2 、 c_1 、 c_2 曲线变化及突变的情况如下:

$$k_1 = 2.5 \times 10^5 \times (1 + e^{-0.08t}),$$

$$c_1 = 2.5 \times 10^3 \times (1 + e^{0.08t}),$$

$$k_2 = \begin{cases} 2.0 \times 10^5, & t \leq 10 \text{ s} \\ 1.8 \times 10^5, & t > 10 \text{ s} \end{cases}$$

$$c_2 = \begin{cases} 2.3 \times 10^3, & t \leq 10 \text{ s} \\ 2.57 \times 10^3, & t > 10 \text{ s} \end{cases}$$

图 6 为五层框架模型刚度、阻尼参数的识别结果,可以看出,当一层、二层结构参数发生变化时,其他各层参数均能够准确识别出来。

为了验证本文方法的抗噪声能力及对时变参数变化快慢的适用性,分别向测量信号中加入不同信噪比的噪声,以底部两层的突变及慢变的时变刚度、阻尼参数为例,采用第 3 节中 最优分解尺度的选择原则进行计算。

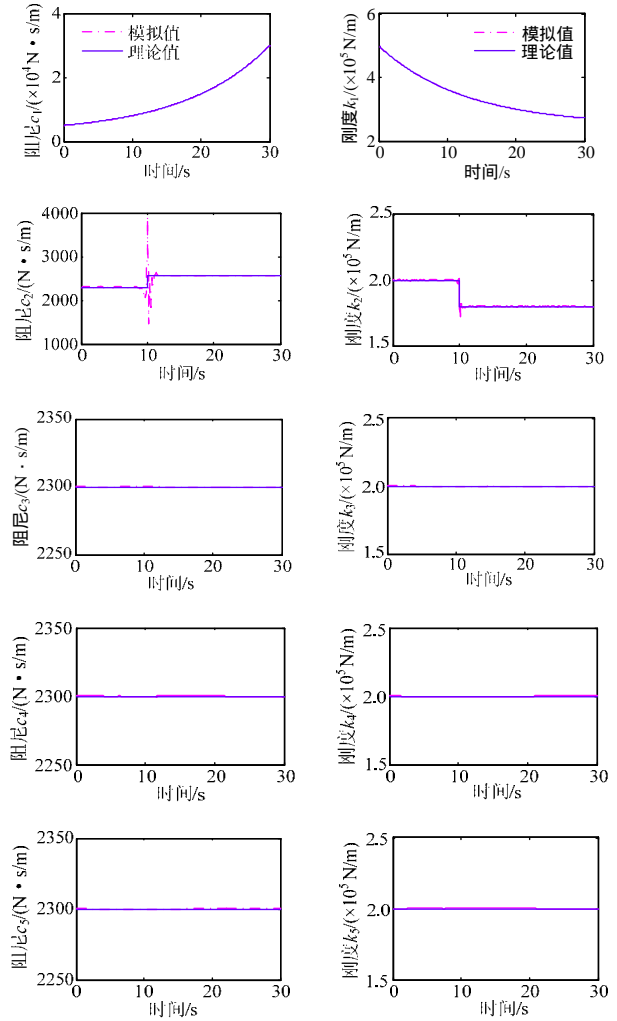


图 6 五层框架模型的结构参数识别结果

Fig.6 Structure parameter identification results with 5-SDOF building

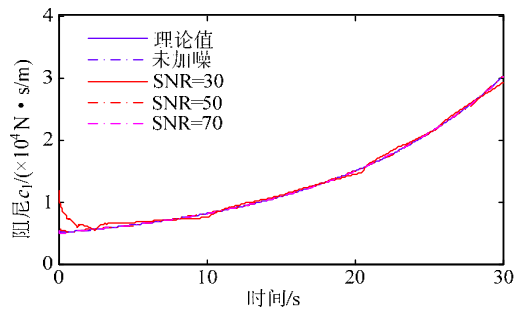
表 2 为不同噪声水平下得到的最优分解尺度。可以看出,时变刚度 $k_1(t)$ 分解尺度相差不大,阻尼 $c_1(t)$ 分解尺度随着 SNR 的增大而增大,这是由于小波变换之后,每个系数所带的能量包括有用信息能量和噪声信息能量,且噪声频率成分均匀分布在每一个频段,当随着 SNR 的增大,识别频率段会拓宽,为了消除噪声的干扰,在保留时变参数有效频段前提下,用尽可能少的系数去表达重构时变参数,根据 AIC 准则在保证识别精度的前提下找出一个折中尺度。由于 $c_2(t)$ 、 $k_2(t)$ 为突变情况,其高频成分相对较多,分解频率范围变大,因此分解尺度相对要比 $c_1(t)$ 、 $k_1(t)$ 高。由此可知,分解尺度的选择对于慢时变参数不是很敏感,而对于快时变参数较为敏感。

表2 不同噪声水平下的分解尺度选择

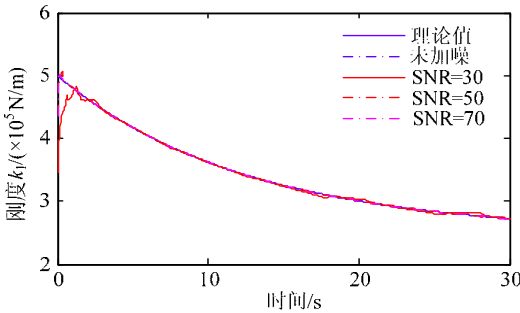
Table 2 Resolution levels of different noise levels

SNR	$J(c_1)$	$J(k_1)$	$J(c_2)$	$J(k_2)$
30	-8	-9	-8	-5
50	-8	-6	-9	-4
70	-7	-4	-8	-3

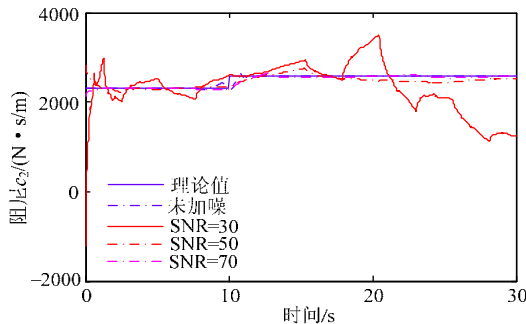
图7分别为不同噪声水平下根据表2中采用最优分解尺度的时变参数识别值与理论值的比较。无论参数慢变还是快变,随着信噪比的增大,识别效果均越来越好。其中图7(a)、图7(b)中, $c_1(t)$ 、 $k_1(t)$ 的识别效果很好,识别精度较高;图7(c)、图7(d)中,对于 $c_2(t)$ 、 $k_2(t)$, $k_2(t)$ 识别效果好一些,SNR=50 dB、SNR=70 dB时, $c_2(t)$ 能够有效地追踪变化趋势,SNR=30 dB时,阻尼识别较差,刚度依然可以准确识别。总体来看,刚度识别要比阻尼识别好,这是由于刚度与阻尼在数值上相比要大的多,通常要相差几个数量级,同步识别会使得阻尼识别稍差一些。



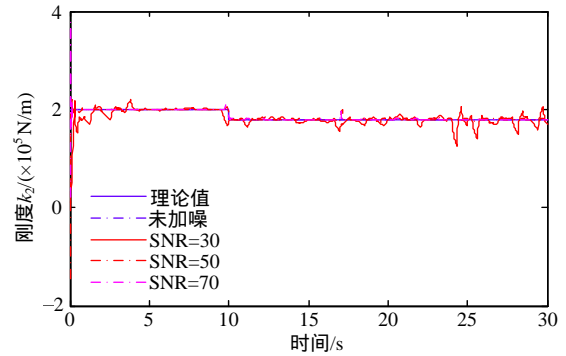
(a) $c_1(t)$



(b) $k_1(t)$



(c) $c_2(t)$



(d) $k_2(t)$

图7 不同噪声水平下时变参数识别值

Fig.7 Identification of time-varying parameter with different noise levels

5 结论

(1) 建立了基于小波最优分解尺度多分辨率展开的时变参数识别方法。在噪声干扰下识别精度并不遵循预先确立的分解尺度范围内随着分解尺度的增加而增加规律。合适的分解尺度对识别结果有很大的影响,通过最优尺度的选取,可以使该方法有很好的抗噪性能且计算效率也相应提高。

(2) 快时变参数比慢时变参数对分解尺度的选择更为敏感;在相同条件下,刚度识别要比阻尼识别效果好,抗噪声干扰能力更强。

(3) 本文仅对小波分解尺度进行了优化并取得很好的识别效果,后续工作将从待识别参数的频率特性、小波滤波器角度以及采样频率等角度综合考虑影响识别效果的影响因素并探讨该识别算法的鲁棒性。

参考文献:

[1] 朱宏平, 余璟, 张俊兵. 结构损伤动力检测与健康监测研究现状与展望[J]. 工程力学, 2011, 28(2): 1-17.
Zhu Hongping, Yu Jing, Zhang Junbing. A summary review and advantages of vibration-based damage identification methods in structural health monitoring [J]. Engineering Mechanics, 2011, 28(2): 1-17. (in Chinese)

[2] 杜永峰, 赵丽洁, 张韬, 等. 超长复杂隔震结构施工力学及全过程监测研究[J]. 工程力学, 2015, 32(7): 1-10, 25.
Du Yongfeng, Zhao Lijie, Zhang Tao, et al. Study on construction mechanics of long complicated Isolated structures and life-cycle monitoring [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(7): 1-10, 25. (in Chinese)

[3] 尚久铨. 建筑物模态参数时变特性基于强震记录的识别[J]. 地震工程与工程振动, 1991, 13(4): 22-31.
Shang Jiuquan. Identification of structure modal parameters time-varying characteristics based on the

- strong earthquake records [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1991, 13(4): 22–31. (in Chinese)
- [4] 裴强, 王丽, 全厚辉. 钢筋混凝土框架结构参数时变特性的研究[J]. *地震工程与工程振动*, 2013, 33(1): 41–46.
Pei Qiang, Wang Li, Quan Houhui. Study on characteristics of time-varying parameters of reinforced concrete frame structure [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2013, 33(1): 41–46. (in Chinese).
- [5] 刘景良, 任伟新, 王佐才. 基于同步挤压和时间窗的时变结构损伤识别[J]. *振动工程学报*, 2014, 27(6): 835–841.
Liu Jingliang, Ren Weixin, Wang Zuocai. Time-varying structural damage detection based on synchrosqueezing and time window method [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, 27(6): 835–841. (in Chinese)
- [6] Lin C C, Song T T, Natke H G. Real-time system identification of degrading structures [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1990, 116(10): 2258–2274.
- [7] Cooper J E, Worden K. On-line physical parameter estimation with adaptive forgetting factors [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2000, 14(5): 705–730.
- [8] Yang J N, Lin S. Identification of parametric variations of structures based on least square estimation and adaptive tracking technique [J]. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 2005, 131(3): 290–298.
- [9] Staszewski W J, Cooper J E. Flutter data analysis using the wavelet transform [C]// *Proceedings of International Congress on MV2: New Advances in Modal Synthesis of Large Structures, Non-linear, Damped and Non Deterministic Cases*, Lyon, 1995: 549–561.
- [10] 黄东梅, 周实, 任伟新. 基于小波变换的时变及典型非线性振动系统识别[J]. *振动与冲击*, 2014, 33(13): 124–129.
Huang Dongmei, Zhou Shi, Ren Weixin. Parameter identification of time-varying and typical nonlinear vibration system based on wavelet transform [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2014, 33(13): 124–129. (in Chinese)
- [11] Chang C C, Shi Y. Substructural time-varying parameter identification using wavelet multiresolution approximation [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2012, 138(1): 50–59.
- [12] Shi Y, Chang C C. Wavelet-based identification of time-varying shear-beam buildings using Incomplete and noisy measurement data [J]. *Nonlinear Engineering*, 2013, 2(1/2): 29–37.
- [13] 许鑫, 史治宇. 用于时变系统参数识别的状态空间小波方法[J]. *工程力学*, 2011, 28(3): 23–28.
Xu Xin, Shi Zhiyu. Parameter identification for time-varying system using state space and wavelet methods [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(3): 23–28. (in Chinese)
- [14] 许鑫, 史治宇, Wieslaw Jstaszewski. 利用加速度响应连续小波变换的时变系统物理参数识别[J]. *振动工程学报*, 2013, 26(1): 8–13.
Xu Xin, Shi Zhiyu, Wieslaw Jstaszewski. Time-varying system physical parameters identification using the continuous wavelet transform of acceleration response [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2013, 26(1): 8–13. (in Chinese)
- [15] 杨福生. 小波变换的工程分析与应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 45–50.
Yang Fusheng. *Engineering analysis and application of wavelet transform* [M]. Beijing: Science Press, 1999: 45–50. (in Chinese)
- [16] 任宜春, 易伟建, 谢献忠. 地震作用下结构时变物理参数识别[J]. *地震工程与工程振动*, 2007, 27(4): 99–102.
Ren Yichun, Yi Weijian, Xie Xianzhong. Identification of time-variant physical parameters of structure under earthquake loading [J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2007, 27(4): 99–102. (in Chinese)
- [17] 向东, 贡建兵. 变形序列小波消噪最佳分解尺度量化指标的确定[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2014, 39(4): 467–471.
Xiang Dong, Gong Jianbing. To determine the quantitative index for the optimal decomposition scale in wavelet de-noising of deformation series [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2014, 39(4): 467–471. (in Chinese)
- [18] Wei H L, Billings S A. Identification of time-varying systems using multiresolution wavelet models [J]. *International Journal of Systems Science*, 2002, 33(15): 1217–1228.