

基于改进教与学算法的PMU优化配置方法

李小东¹, 景明玉²

(1. 兰州理工大学电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 国网甘肃省电力公司庆阳供电公司, 甘肃 庆阳 745000)

摘要: 以教与学优化算法 (TLBO) 解决在电力系统完全可观的条件下实现相量测量单元 (PMU) 下的配置问题。TLBO算法能够解决包含零注入量测和不包含零注入量测的PMU的优化配置。提出的算法在标准测试系统 (如IEEE-14节点、IEEE-30节点和IEEE-57节点) 中测试, 测试的结果与其他算法 (如遗传算法、二进制粒子群算法) 进行比较。最后在量测配置使系统完全可观的情况下进行配电网的谐波状态估计, 验证谐波状态估计的准确度, 进而验证了该算法的有效性。

关键词: 相量量测单元; 可观性分析; 教与学优化算法; 谐波状态估计; 量测误差

Optimal PMU configuration based on improving teaching-learning-based optimization algorithm

LI Xiaodong¹, JING Mingyu²

(1. School of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 2. State Grid Gansu Electric Power Company Qingyang Power Supply Company, Qingyang 745000, China)

Abstract: Teaching-learning-based optimization algorithm (TLBO) is presented for solving the problem of placement of phasor measurement units (PMU) optimally in a power system network for complete observability. The TLBO algorithm enables optimal PMU placement by zero injection measurements and also by not including zero injection measurements. The algorithm has been tested on standard test systems such as IEEE 14-bus, IEEE 30-bus, IEEE 57-bus and the results are contrasted with other optimization algorithms like genetic algorithm and binary PSO. Finally, the harmonic state estimation of distribution network is carried out under the condition that the measurement configuration makes the system completely observable. The accuracy of harmonic state estimation is verified, and the validity of the proposed algorithm is verified.

Key words: phasor measurement units; observable analysis; teaching-learning-based optimization algorithm; harmonic state estimation; measurement error

0 引言

相量测量单元 (PMU) 产生同步相量、频率电压或电流的频率近似变化率和能够帮助提供电力系统的广域快照的时间匹配信号^[1]。PMU优化策

略的发展可以帮助使电力系统充分可观的同时并降低成本。本文的目的是确定PMU最少的数量和最优的位置, 使系统具有拓扑可观性。

近年来, 有各种确定和正在研究的方法用来解决最优PMU配置 (OPP) 问题。博弈演化算法将寻找PMU最优配置方案的问题映射为理性主体

国家自然科学基金资助项目 (51267012); 甘肃省自然科学基金资助项目 (1308RJZA245)

寻求自身利益最大化的博弈过程，PMU最优配置方案即对应于博弈中的纳什均衡解^[2]。此外还有0-1整数规划算法、分段迭代法等^[3-4]。

本文中，以教与学优化算法 (TLBO)^[5-6]为基础，对IEEE 14节点、IEEE 30节点和IEEE 57节点测试系统PMU配置进行了优化。对于所有测试系统，完整的拓扑可观测性下的PMU最小数目计算。对优化算法的实现需要进行了研究，它和计算时间及其提供一致结果的能力有关系。

1 PMU配置的数学模型

1.1 PMU最优配置问题的定义

对于一个 n 节点系统，定义

$$\begin{aligned} \min \quad & m = \sum_{i=1}^N \omega_i x_i \\ \text{s. t.} \quad & f(x) \geq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

式中， m 为PMU的个数； ω_i 为在母线 i 安装PMU的成本，对于所有节点而言，假设安装成本是一样的， $i=1,2,\dots,N$ ， N 为系统母线数。

优化问题解的维数等于电力系统母线数，并对每一维的取值二进制编码，即每一维的取值只能是0或1。当某一处母线安装了PMU时，其对应位置上取1。即二进制决策变量向量 X 可以定义如下

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{如果PMU安装在节点} i \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

考虑IEEE 14节点测试系统，节点7附近的黑点表示节点7是一个零注入节点，其测试系统如图1所示。

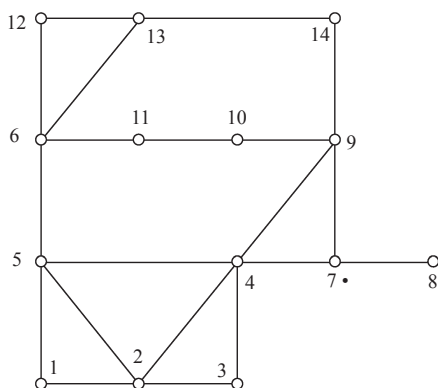


图1 14节点测试系统图
Fig.1 14 node test system diagram

(1) 不包含零注入量测的情况
为了形成约束集，二进制连通矩阵必须首先形成

$$A_{k,m} = \begin{cases} 1 & \text{如果} k=m \text{ 或 } m \text{ 和 } k \text{ 相连} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

IEEE 14节点构建的连通矩阵 A 如下

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

对以上测试系统构建的约束如下

$$f(X) = AX = \begin{cases} f_1 = x_1 + x_2 + x_5 \geq 1 \\ f_2 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \\ f_3 = x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \\ f_4 = x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 \geq 1 \\ f_5 = x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 1 \\ f_6 = x_5 + x_6 + x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_7 = x_4 + x_7 + x_8 + x_9 \geq 1 \\ f_8 = x_7 + x_8 \geq 1 \\ f_9 = x_4 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{14} \geq 1 \\ f_{10} = x_9 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{11} = x_6 + x_{10} + x_{11} \geq 1 \\ f_{12} = x_6 + x_{12} + x_{13} \geq 1 \\ f_{13} = x_6 + x_{12} + x_{13} + x_{14} \geq 1 \\ f_{14} = x_9 + x_{13} + x_{14} \geq 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中，“+”表示逻辑“或”；“1”表示出现在“和”式中的变量至少有一个是非零的。

考虑以上案例中节点1和节点2的约束，即约束 $f_1 \geq 1$ 表示至少有一个PMU应该安装在节点1、节点2和节点5中的任意一个节点所在的位置，以

确保节点是可观的。同理， $f_2 \geq 1$ 表示至少有一个PMU应该安装在节点1~5中的任意一个节点所在的位置，以确保节点2是可观的。

(2) 包含零注入量测的情况

如果节点4、节点7、节点8和节点9其中3个节点电压已知，第4个节点的电压可以通过在节点7应用KCL定律估计出来。因此，节点7各支路电流可以求得。基于这一结论，零注入量测节点可以与其相连的任一节点合并。节点7和节点8合并形成的测试系统如图2所示。

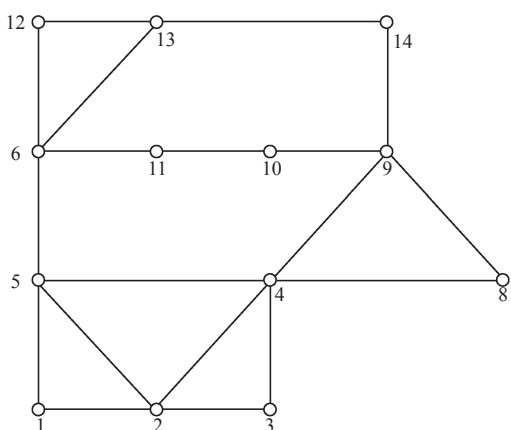


图2 合并节点7和8之后14节点测试系统图

Fig.2 14 nodes test system diagram after merging nodes 7 and 8

2 改进TLBO的PMU优化配置步骤

(1) “教学”阶段

一位好老师有助于提高班级的平均分数，并试图使学生的知识达到教师的水平。实际上，教师只能帮助把班级的平均水平提高到某一限值，这一限值取决于全班同学的学习能力。按照下式进行“教学”

$$\text{Difference_Mean}_i = r_i(M_{\text{new}} - T_f M_i) \quad (6)$$

式中， M_i 为第*i*次迭代的平均值； T_f 为在任意第*i*次迭代中所有学生中适应值最好的，也就是老师，老师 T_f 将会尽力去移动 M_i 使之接近自己的水平； M_{new} 为新的平均值，用新的平均值和过去的平均值之间的差去更新学生的成绩； T_f 为教学因子，它决定平均值如何改变； r_i 为0~1之间的随机数。

$$T_f = \text{round}[1 + \text{rand}(0,1)] \quad (7)$$

参考了粒子群算法中的线性递减惯性权重的概念，对教与学优化算法中的教学因子进行改进，使其能够根据迭代次数进行自适应，既能在搜索初期快速收敛，又能在搜索后期准确搜索。改进后按下式生成

$$T_f = T_{f_{\text{max}}} - \frac{T_{f_{\text{max}}} - T_{f_{\text{min}}}}{\text{iter}_{\text{max}}} \text{iter} \quad (8)$$

式中， $T_{f_{\text{max}}}$ 和 $T_{f_{\text{min}}}$ 分别为 T_f 的最大值和最小值； iter_{max} 为最大迭代次数； iter 为当前迭代次数。

根据下式更新解

$$X_{\text{new},i} = X_{\text{old},i} + \text{Difference_Mean}_i \quad (9)$$

(2) “学习”阶段

学生将通过与教师互动或者与其他学生互动来提高他们的知识。学生可以任意地与其他学生以小组讨论、示范或正式互动等方式进行互相学习。一个学生可以从其他知识更加渊博的学生那里学到一些新的东西。对于最小化问题，学习阶段更新公式。

任意选择两个学生 X_i 和 X_j ，当 $i \neq j$ 时

$$X_{\text{new},i} = \begin{cases} X_{\text{old},i} + r_i(X_i - X_j) & \text{fitness}(i) < \text{fitness}(j) \\ X_{\text{old},i} + r_i(X_j - X_i) & \text{fitness}(j) < \text{fitness}(i) \end{cases} \quad (10)$$

(3) 二进制TLBO

在教学过程和学习过程，每个学生的速度 v_i 按如下公式计算。

教学过程

$$r_i(M_{\text{new}} - T_f M_i) \quad (11)$$

学习过程

$$r_i(X_j - X_i) \quad (12)$$

为了使TLBO能解决电力系统谐波量测点PMU配置离散优化问题，在二进制TLBO算法中，当更新PMU的位置时，让速度方程从零过渡到1或者从1过渡到0，使得速度只能取0或者1。使用以下双曲正切函数实现

$$\text{Tanh}(v_{id}^k) = \frac{\exp(|2v_{id}^k|) - 1}{\exp(|2v_{id}^k|) + 1} \quad (13)$$

位置更新方程可以用如下公式代替

$$X_{id}^k = \begin{cases} 1 & \text{如果 rand} < \text{Tanh}(v_{id}^k) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

3 基于PMU优化配置的谐波状态估计

以节点谐波电压相量为状态变量，当量测量为与节点相连支路的谐波电流相量时，量测方程为

$$I_i(h) = (Y_i + 1/Z_{ij})U_i(h) - (1/Z_{ij})U_j(h) + \eta_i(h) \quad (15)$$

式中， $I_i(h)$ 为由节点*i*流入节点*i*、*j*之间支路的*h*次谐波电流测量； $U_i(h)$ 、 $U_j(h)$ 分别为节点*i*、*j*侧的*h*次谐波电压状态量； $\eta_i(h)$ 为*h*次谐波作用下节点*i*处的量测误差；将节点*i*、*j*之间的支路等效为 π 形等效电路； Y_j 为接地支路导纳； Z_{ij} 为支路阻抗。

当量测量为节点注入电流相量时，量测方程为

$$I_i(h) = \sum_{j=1}^n Y_{ij}(h)U_j + \eta_i(h) \quad (16)$$

式中， Y_{ij} 为节点导纳矩阵中对应节点*i*、*j*的分块导纳矩阵元素； n 为系统所含节点数。

当量测量为节点谐波电压时，量测方程为

$$U_i(h) = 1 \times U_i(h) + \eta_i(h) \quad (17)$$

根据量测量列写量测方程，忽略量测误差的影响，则谐波状态估计的数学模型可表示为

$$Z = HX \quad (18)$$

式中， Z 为已知的量测向量； X 为待估计的状态向量； H 为二者之间关系的量测矩阵。

4 算例分析

仿真分析在Matlab (R2014a) 中实现，将本章提出的教与学优化 (TLBO) 与遗传算法 (GA) 和二进制粒子群 (BPSO) 算法进行比较。各算法的参数分别如表1~表3所示。基于TLBO、GA和BPSO的谐波量测点PMU优化配置都分别涉及不包含零注入量测和包含零注入量测两种情况。对于进行验证的所有测试系统，量测点的数目和位置的优化结果分别如表4、表5所示。为了验证TLBO算法应用于PMU优化配置的有效性，和GA、BPSO的比较分析如图3所示。对于不包含零注入量测的IEEE 14节点测试系统，TLBO只需要5次迭代，而GA需要9次，BPSO需要20次。TLBO算法比GA和BPSO算法收敛更快，是因

为TLBO不需要参数的调整，花费更少的时间。即使PMU的优化配置是一个离线过程，收敛时间仍然是一个重要的因素，尤其是对于大电网而言。

表1 遗传算法的参数

Tab.1 Parameters used for GA

染色体数目 (群体)	最大迭代次数	交叉概率	变异概率
40	200	0.9	0.001

表2 二进制粒子群算法的参数

Tab.2 Parameters used for BPSO

粒子数目 (群体)	最大迭代次数	C_1 、 C_2	V_{max}
100	1 000	2	6

表3 教与学优化算法的参数

Tab.3 Parameters used for TLBO

学生人数 (群体)	最大迭代次数	T_r
70	200	2

表4 不包含零注入量测的情况

Tab.4 Excluding zero injection measurements

测试系统	PMU 的配置数目			PMU 优化的安装的节点位置
	BPSO	GA	TLBO	
IEEE 14 节点	4	4	4	2, 6, 7, 9
IEEE 30 节点	10	10	10	2, 4, 6, 9, 10, 12, 19, 23, 26, 30
IEEE 57 节点	17	17	17	1, 4, 9, 20, 22, 25, 27, 29, 32, 36, 41, 45, 46, 48, 51, 53, 57

表5 包含零注入量测的情况

Tab.5 Including zero injection measurements

测试系统	PMU 的配置数目			PMU 优化的安装的节点位置
	BPSO	GA	TLBO	
IEEE 14 节点	3	3	3	2, 6, 9
IEEE 30 节点	7	7	7	3, 7, 10, 12, 18, 24, 29
IEEE 57 节点	11	11	11	1, 13, 18, 19, 25, 29, 32, 38, 51, 54, 56

由于节点注入量测是完全的冗余量测，在PMU的优化配置已使系统完全可观时，便不再考虑注入量测^[9]，因此本文仅以PMU所放置节点的节点谐波电压相量和支路谐波电流相量作为量测量，形成要进行处理的量测矩阵。表6为由量测矩

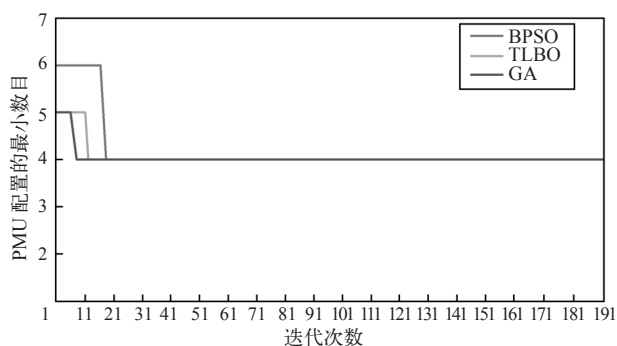


图3 IEEE 14节点测试系统不包含零注入测量PMU优化配置各种方法的收敛特性的区别

Fig. 3 The difference of the convergent characteristics of the various methods of PMU optimization placement not including zero injection measurement in IEEE 14 node test system

阵的秩和条件数确定的PMU所需获取的量测量，由于量测量个数等于状态个数，称为基本量测；图4、图5为冗余量测时各节点谐波电压幅值与相角的估计误差，图6、图7为基本量测时各节点谐波电压幅值与相角的估计误差。

表6 PMU所需获取的量测量

Tab.6 The requisite measurements obtained by PMU

节点电压相量量测	支路电流相量量测
2, 4, 6, 9, 13, 15, 17	2, 8, 9, 13, 18, 19, 21, 26, 27, 31, 35

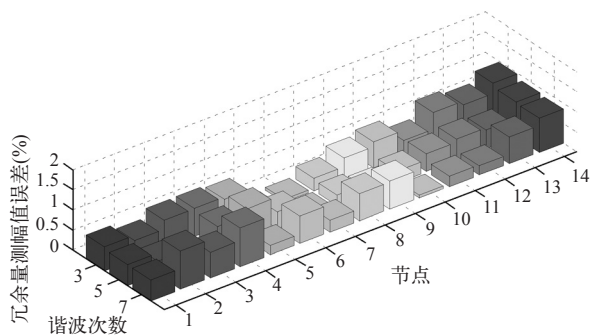


图4 冗余量测下节点谐波电压幅值估计误差

Fig.4 Estimated error of the magnitude of the node harmonic voltage under redundant measurements

通过比较图4、图6以及图5、图7可知：①冗余量测时，节点谐波电压幅值与相角的估计误差比基本量测时要大，因此依据量测矩阵秩及条件数所确定的基本量测时的量测量有效地提高了谐波状态估计的准确性；②基本量测时，误差主要出

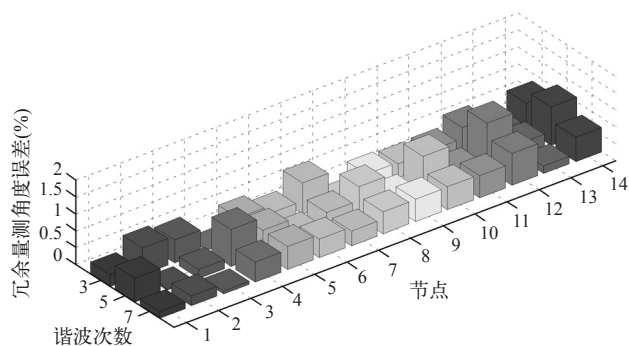


图5 冗余量测时节点谐波电压相角估计误差

Fig.5 Estimated error of the phase of the node harmonic voltage under redundant measurements

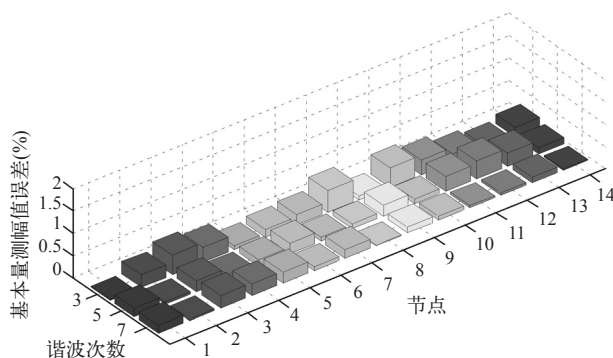


图6 基本量测下节点谐波电压幅值估计误差

Fig.6 Estimated error of the magnitude of the node harmonic voltage under basic measurements

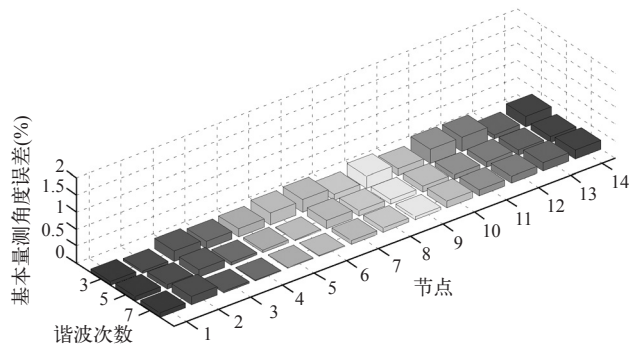


图7 基本量测时节点谐波电压相角估计误差

Fig.7 Estimated error of the phase of the node harmonic voltage under basic measurements

现在节点3、节点12和节点14，而谐波源位于节点12，节点3又靠近谐波源，因此若想进一步提高准确度，谐波源或靠近谐波源的节点应优先配置。

5 结束语

本文首次将TLBO算法应用于满足完全拓扑可

观条件下的电力系统谐波相量测量单元 (PMU) 配置数目和安装地点的求解。采用的TLBO方法能够确保在包含和不包含零注入量测两种情况下的电力系统谐波PMU最优配置。该方法已在标准测试系统实现, 与GA和二进制粒子群算法相比, 效率更高。许多方法需要不同的参数设置, 这将影响算法的性能。GA要求为交叉概率、变异率和选择方法的类型; BPSO要求权重随机修改和速度最大值。与其他优化算法相比, TLBO不需要对参数进行任何调整。但是本文对教学因子进行随迭代次数自适应调整, 发现效果和不用调整时效率相差无几, 并且不用调整就可以满足PMU优化配置的要求。因此, TLBO算法的实现比较简单, 并且已经得到了很好的应用。从算例验证结果中发现, TLBO收敛速度比GA和BPSO更快。最后使用IEEE 14节点TLBO量测配置方案进行谐波状态的估计, 通过计算谐波电压的幅值和相角误差, 发现谐波状态估计准确度在基本量测的条件下比在冗余量测的条件下更高。

参考文献

- [1] 赵辉, 赵少华, 王红君, 等. 基于0-1规划迭代法优化PMU配置以提高混合状态估计准确度[J]. 电气应用, 2017, 36(5): 80-84.
ZHAO Hui, ZHAO Shaohua, WANG Hongjun, et al. Optimization of PMU configuration based on 0-1 programming iteration method to improve the accuracy of mixed state estimation[J]. Electrotechnical Application, 2017, 36(5): 80-84.
- [2] 毛义, 吕飞鹏. 基于博弈演化算法的PMU最优配置方法[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(10): 184-188.
MAO Yi, LV Feipeng. Optimal PMU placement method based on evolutionary game algorithm[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(10): 184-188.
- [3] 闫玲玲, 刘中印, 艾永乐, 等. 基于0-1整数规划算法的PMU量测点优化配置新方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(12): 101-106.
YAN Linlin, LIU Zhongyin, AI Yongle, et al. A new method of the optimal placement PMU based on 0-1 integer program[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(12): 101-106.
- [4] 徐岩, 应璐曼, 王增平. 基于最大树理论的分阶段相量测量单元配置方案[J]. 电工技术学报, 2016, 31(4): 155-162.
XU Yan, YING Luman, WANG Zengping. Staged phasor measurement unit placement algorithm based on theory of maximum tree[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(4): 155-162.
- [5] RAO R V, SAVSANI V J, VAKHARIA D P. Teaching-learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems[J]. Computer-Aided Design, 2011, 43 (3): 303-315.
- [6] RAO R V, PATEL V. An elitist teaching-learning-based optimization algorithm for solving complex constrained optimization problems[J]. International Journal of Industrial Engineering Computations, 2012, 3(4): 535-560.
- [7] 张思为. 基于PMU优化配置和测量信息的谐波状态估计[D]. 保定: 华北电力大学, 2013.
ZHANG Siwei. Research on power system harmonic state estimation based on optimal PMU placement and measurement information [D]. Baoding: North China Electric Power University, 2013.

作者简介



李小东

李小东 (1992-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电能质量分析与控制。

景明玉 (1991-), 男, 主要研究方向为电能质量分析与控制。

(收稿日期: 2018-03-12) **EA**