2017年第4期
第35卷
(总第189期)
贵州工程应用技术学院学报
JOURNAL OF GUIZHOU UNIVERSITY OF ENGINEERING SCIENCE
NO.4,2017
Vol.35
General No.189

直言三段论推理模型与方法

戴春勤

(兰州理工大学马克思主义学院,甘肃 兰州 730050)

摘 要: 根据直言命题的语义和周延性方向性等性质构建直言三段论推理模型和推理方法,来简明、恰当处理包括传统三段论在内的所有直言三段论推理,提高直言三段论对日常思维的表达和规范能力,更好发挥三段论逻辑在推进素质教育中的重要作用。

关键词: 直言命题周延方向性;直言三段论模型;直言三段论方法

中图分类号: B812 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-0239(2017)04-0065-08

在词项逻辑中,公理方法(又称三段论的"化归")是证明传统三段论有效式的方法;其中,诉诸于反证法的间接证明被认为是必不可少的。"凡结论是特称的,则需使用反证法才能证明。"[1]文恩图解法是对数以百计的传统三段论式逐一而不是成批地进行工作量相当大的技术图解以直观判定其是否有效的方法。而传统三段论规则法根本就是错误的,根源在于传统三段论主要立足于直言命题的四个组成要素(主项、谓项、量项和联项)而不是直言命题本身来繁琐地规定传统三段论有效式,犯了理论体系的逻辑起点"抽象过度"的错误[2][3];犹如在普通生物学范围内,立足于"化学元素" 而不是 "细胞" 来构建普通生物学体系是错误的一样。而且,传统三段论规则不能回答有效三段论的结论何以必然地从前提得出的推理问题。在包含负词项的扩展三段论,特别是涉及广义量词的扩展三段论面前传统三段论规则更是无能为力的。现代谓词逻辑方法可以用来证明传统三段论有效式;但是,不能从现代谓词逻辑的视角来消解、取代以直言三段论为核心的词项逻辑,因为词项逻辑本身具有与谓词逻辑和命题逻辑都不同的独特性[4]。而且,谓词逻辑的语言不是直陈概念之间的外延关系,而是保留其概念词的性质,借助于量词、个体变元、谓词和命题联结词等,下降到个体词层面来处理三段论推理,因而使得三段论推理变得复杂起来。本文研究表明,在词项逻辑范围内,基于直言命题语义和直言命题周延方向性等性质,在词项层面而不是下降到个体词层面,就可以构建直言三段论推理模型和推理方法——替换中项法。运用这种模型和方法,能够成批而不是逐一处理传统三段论推理,包含负词项的三段论推理和涉及广义量词的扩展三段论推理,能够规范整理出所有直言三段论有效式,能够清晰显示所有有效的直言三段论的结论何以必然地从前提直接得出,进而提高直言三段论推理的表达能力和对日常思维的规范能力,发挥三段论逻辑在推进素质教育中的重要作用。相比较而言,直言三段论推理模型和推理方法——替换中项法显然具有其优越性。

一、直言三段论推理模型和推理方法

(一)直言命题的一般形式

在词项逻辑中,直言命题所表达的是类之间的关系,也就是肯定或者否定某个类全部或者部分地包含于另一个类之中[5]。因此,直言命题主谓项外延关系其实是数量关系,陈述直言命题这种主谓项外

收稿日期: 2017-04-15
基金项目: 甘肃省社科规划项目"素质教育背景下的词项逻辑研究",项目编号:12021ZX。
作者简介: 戴春勤(1968-),男,甘肃泾川人,兰州理工大学马克思主义学院教授。研究方向:马克思主义哲学、逻辑学。

延关系的联结词其实就是量词，标记为Q。设论域为M（下文所涉及到的任何直言命题没有明确论域的，都默认以M为论域），直言命题一般地标记为Q（X，Y），其中X是Q的主项，Y是Q的谓项。从任一直言命题形式Q<X,Y>出发，可以通过否定的方式定义以下三个直言命题形式[6]：

Q～<X，Y>⇔Q<X，M-Y>。其中，Q～是Q的内否定。

～Q～<X，Y>⇔～Q<X，M-Y>。其中，～Q～是Q的对偶否定。

～Q<X，Y>⇔～Q～～<X，Y>⇔～Q～<X，M-Y>。其中，～Q是Q的外否定。

（二）直言命题的周延方向性

1. 直言命题的周延方向性定义

一般地，直言命题的周延方向性包括向上不周延和向下周延两种情况。所谓向上不周延，就是直言命题中不周延的词项（主项或者谓项）可以向上被较大外延的属概念词，甚至相等外延的概念词所替换；并且，如果原来的命题成立，那么如此替换后所得命题仍然成立。所谓向下周延，就是直言命题中周延的词项（主项或者谓项）可以向下被较小外延的种概念词，甚至相等外延的概念词所替换；并且，如果原来的命题成立，那么如此替换后所得命题仍然成立。

约定：

↑Q（X，Y）：Q左向上不周延，即Q的主项X向上不周延。

Q↑（X，Y）：Q右向上不周延，即Q的谓项Y上不周延。

↓Q（X，Y）：Q左向下周延，即Q的主项X向下周延。

Q↓（X，Y）：Q右向下周延，Q的谓项Y向下周延。

-Q（X，Y）：Q的主项没有周延方向性。

定义：

对于任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，设X⊆Y，那么：

（1）↑Q<X，Z>，当且仅当，Q<X，Z>⇒Q<Y，Z>。

（2）Q↑<Z，X>，当且仅当，Q<Z，X>⇒Q<Z，Y>。

（3）↓Q<Y，Z>，当且仅当，Q<Y，Z>⇒Q<X，Z>。

（4）Q↓<Z，Y>，当且仅当，Q<Z，Y>⇒Q<Z，X>。

2.直言命题周延方阵

在Q、Q～、～Q、～Q～一组量词中，如果其中的一个量词如Q的周延方向性确定下来，那么其余三个量词Q～、～Q、～Q～的周延方向性通过否定的方式也就确定了。直言命题在周延方向性上的逻辑制约关系构成周延方阵，如图1所示。

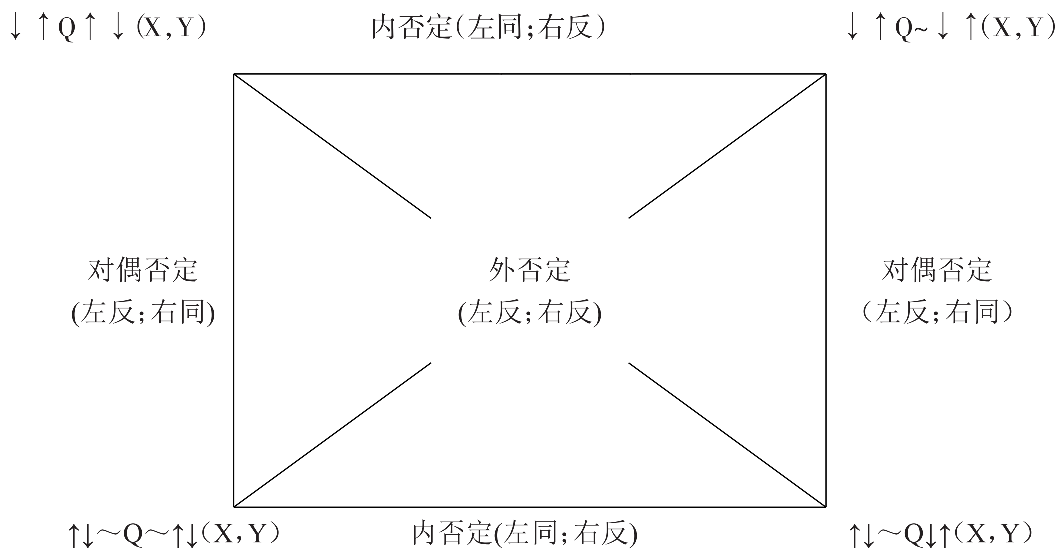

图1 直言命题周延方阵

根据直言命题周延方向性定义和简单的集合论知识可以证明直言命题在周延方向性上的逻辑制约关系。例如，可以证明↓Q和↑～Q在周延方向性上是左相反的。

证明：

对任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，设X⊆Y，那么：↓Q，

当且仅当，Q<Y，Z>⇒Q<X，Z>，(左向下周延定义)；

当且仅当，～Q<X，Z>⇒～Q<Y，Z>，(逆否)；

当且仅当，↑～Q，(左向上不周延定义)。证毕。

(二)直言三段论推理模型和推理方法

对任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，并设X⊆Y，那么，根据直言命题周延方向性定义创建直言三段论推理模型与推理方法如下表1所示。

表1　直言三段论推理模型

	模型1	模型2	模型3	模型4
前提 前提 结论	X⊆Y ↑Q<X，Z> ↑Q<Y，Z>	X⊆Y Q↑<Z，X> Q↑<Z，Y>	X⊆Y ↓Q<Y，Z> ↓Q<X，Z>	X⊆Y Q↓<Z，Y> Q↓<Z，X>
直言三段论推理方法——替换中项法	根据前提X⊆Y，对另一前提向上不周延中项X向上替换为Y，得出结论。		根据前提X⊆Y，对另一前提向下周延中项Y向下替换为X，得出结论。	

当然，若Y⊆X，或者X⊆M-Y，或者Y⊆M-X，直言三段论推理模型及其方法不变。

二、传统直言三段论推理模型与方法

1. 传统直言命题的语义与周延方向性

一般地，传统直言命题有A、E、I、O四种基本形式，即：

A命题：all(X，Y)；所有X是Y；用集合语言表示：X⊆Y。

E命题：no(X，Y)，all～(X，Y)；所有X不是Y；用集合语言表示：X⊆(M-Y)。

I命题：some(X，Y)，～all～(X，Y)；有X是Y；用集合语言表示：|X∩Y|>0。

O命题：some～(X,Y)，～all(X，Y)；有X不是Y；用集合语言表示：|X∩(M-Y)|>0。

A、E、I、O周延性方向性情况以及相互之间的制约关系如图2周延方阵所示。

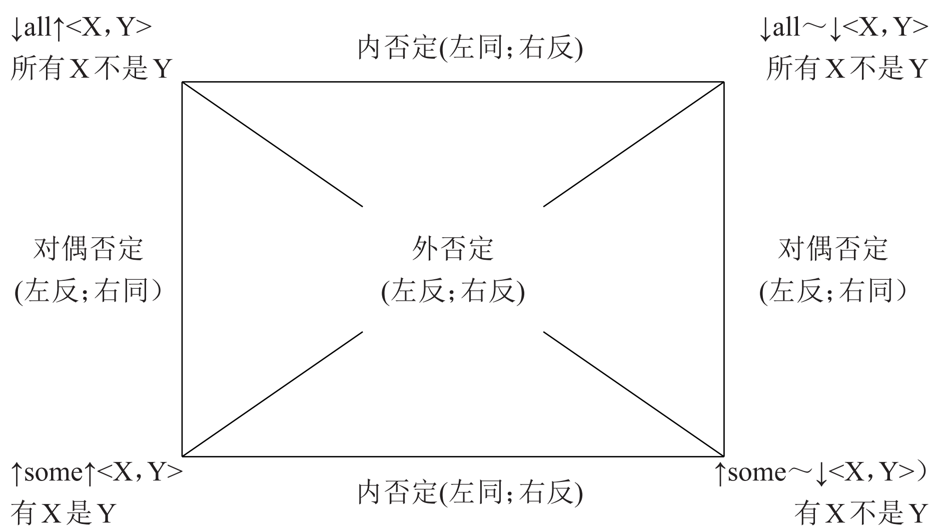

图2　传统直言命题周延方阵

根据直言命题语义、周延方向性定义和简单的集合论知识可以证明A命题、E命题、I命题、O命题

周延方向性情况以及在周延方向性上的相互制约关系。选证O命题右向下周延，即O↓。

证明：

对任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，设X⊆Y，则：O↓，

当且仅当，若有Z不是Y，则有Z不是X，（直言命题右向下周延定义）；

当且仅当，若所有Z是X，则所有Z是Y，（逆否）；

当且仅当，Z⊆X⇒Z⊆Y，（直言命题语义）；

当且仅当，X⊆Y，（前提）。证毕。

2. 传统直言三段论推理列表

根据传统直言命题语义和周延方向性等性质，运用本文所建构的直言三段论推理模型和推理方法，规范整理出传统三段论有效式，并清晰显示这种有效三段论的结论何以必然地从前提直接得出，如下表2所示。

表2 传统直言三段论推理列表

模型1

X⊆Y ↑some<X,Z> ∴↑some<Y,Z>	X⊆Y ↓all<X,Z>，变形：↑some<X,Z> ∴ ↑some<Y,Z>
IAI–3；（变形：AII–3）	AAI–3
X⊆Y ↑some~<X,Z> ∴↑some~<Y,Z>	X⊆Y ↓no <X,Z>，变形：↑some~ <X,Z> ∴ ↑some~ <Y,Z>
OAO-3	EAO-3

模型2

X⊆Y some↑<Z,X> ∴some↑<Z,Y>	X⊆M–Y some↑<Z,X> ∴ some↑<Z,M–Y>，变形：（some~）↓<Z,Y>	X⊆Y all↑<Z,X> ∴ all↑<Z,Y>
AII–1	EIO–1；（变形：EIO–2，EIO–3）	AAA–1；（变形：AAI–1）

模型3

X⊆Y ↓no<Y,Z> ∴↓no<X,Z>	X⊆Y ↓all<Y,Z> ∴↓all<X,Z>
EAE–1；（变形：EAO–1）	AAA–1

模型4

X⊆Y no↓<Z,Y> ∴no↓<Z,X>	X⊆Y some~↓<Z,Y> ∴ some~↓<Z,X>
AEE–2；（变形：EAE–2，EAO–2，AEO–2）	AOO–2

以上表格列举出传统三段论第一格、第二格和第三格合计18个有效式，第四格有效式没有出现。因为在亚里士多德那里，三段论大、小前提的位置不是固定的，如果把大小前提对调，三段论第四格就和第一格具有完全的形式。因此，从思维的经济性角度考虑，我们赞同亚里士多德的观点，认为传统三段论第四格没有单独存在的必要，没有在表中列出。

三、涉及绝对数量的直言三段论推理模型与方法

1. 绝对量词的语义与周延方向性

涉及绝对数量的量词简称绝对量词，它的一组典型形式是：

若：

Q=at most n(X,Y)：最多n个X是Y；用集合语言表示：$|X\cap Y|\leq n$；

则：

～Q=at least n(X,Y)：至少n个X是Y；用集合语言表示：$|X\cap Y|>n$；

～Q～=all but at least n(X,Y)：至少n个X不是Y；用集合语言表示：$|X\cap(M-Y)|>n$；

Q～=all but at most n(X,Y)：最多n个X不是Y；用集合语言表示：$|X\cap(M-Y)|\leq n$。

这组绝对量词周延方向性情况及其相互制约关系即周延方阵，见下图3。

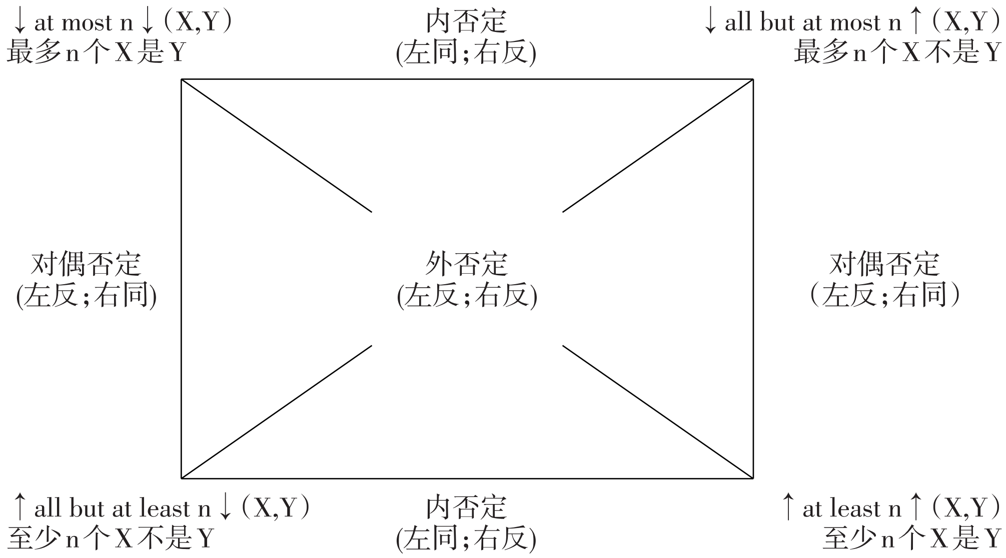

图3 涉及绝对数量的直言命题周延方阵

根据直言命题语义、周延方向性定义和简单的集合论知识可以证明这组绝对量词周延方向性情况及其相互制约关系即周延方阵。这组量词周延性情况选证：↓at most n；其余情况略。

证明：

对任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，设$X\subseteq Y$，那么：↓at most n，

当且仅当，at most n <Y,Z>⇒at most n <X,Z>，(左向下周延定义)；

当且仅当，$|Y\cap Z|\leq n\Rightarrow|X\cap Z|\leq n$，(直言命题语义)；

当且仅当，$|Y|\cap|Z|\leq n\Rightarrow|X|\cap|Z|\leq n$，(集合运算)；

当且仅当，$|Y|\geq|X|$，(假设)；

|当且仅当，$X\subseteq Y$，(前提)。

因此，↓(at most n)。证毕。

这组量词周延性相互制约情况选证：↓at most n，当且仅当，↑at least n；其余情况略。

证明：

对任意论域M，任意三个词项X、Y、Z，设$X\subseteq Y$，那么：↓at most n，

当且仅当，at most n <Y,Z>⇒at most n <X,Z>，(左向下周延定义)；

当且仅当，at least n <X,Z>⇒at least n <Y,Z>，(逆否)；

当且仅当，↑at least n，(左向上不周延定义)。证毕。

需要说明的是，传统三段论只是涉及绝对数量的扩展三段论的一个特例。因为若n=0，则：

最多n个X是Y($n\leq0$)，等于E命题：所有X不是Y。至少n个X是Y($n>0$)，等于I命题：有X是Y。至少n个X不是Y($n>0$)，等于O命题：有X不是Y。最多n个X不是Y($n\leq0$)，等于A命题：所有X是Y。

2. 涉及绝对数量的直言三段论推理模型与方法举例

模型1

(1)所有诺贝尔奖得主是科学家。	诺贝尔奖得主⊆科学家。	$X\subseteq Y$
(2)至少有5位诺贝尔奖得主是中国人。	中项"诺贝尔奖得主"向上不周延。	$\uparrow Q<X,Z>$
(3)因此,至少有5位科学家是中国人。	据(1)将(2)中向上不周延的词项"诺贝尔奖得主"向上替换为"科学家",得出结论(3)。	$\therefore\uparrow Q<Y,Z>$

模型2

(1)所有秉公执法的法官是受人尊敬的。	秉公执法的法官⊆受人尊敬的。	$X\subseteq Y$
(2)至少有5位法官是秉公执法的(法官)。	中项"秉公执法的法官"向上不周延。	$Q\uparrow<Z,X>$
(3)因此,至少有5位法官是受人尊敬的。	据(1)将(2)中向上不周延的中项"秉公执法的法官"向上替换为"受人尊敬的",得出结论(3)。	$\therefore Q\uparrow<Z,Y>$

模型3

(1)所有诺贝尔奖得主是科学家。	诺贝尔奖得主⊆科学家。	$X\subseteq Y$
(2)最多有5位科学家是中国人。	中项"科学家"向下周延。	$\downarrow Q<Y,Z>$
(3)因此,最多有5位诺贝尔奖得主是中国人。	据(1)将(2)中向下周延的中项"科学家"向下替换为"诺贝尔奖得主",得出结论(3)。	$\therefore\downarrow Q<X,Z>$

模型4

(1)所有秉公执法的法官是受人尊敬的。	秉公执法的法官⊆受人尊敬的。	$X\subseteq Y$
(2)最多有5位法官是受人尊敬的。	中项"受人尊敬的"向下周延。	$Q\downarrow<Z,>$
(3)因此,最多有5位法官是秉公执法的法官。	据(1)将(2)中向下周延中项"受人尊敬的"向下替换为"秉公执法的法官",得出结论(3)。	$\therefore Q\downarrow<Z,X>$

四、涉及相对数量的直言三段论推理模型与方法

1. 相对量词的语义与周延方向性

涉及相对数量的量词简称相对量词。相对量词的一组典型形式是:

若:

Q=more than n % of the(X,Y),最少n%的X是Y;

用集合语言表示: $\frac{|X\cap Y|}{|X|}\geq n\%$; 属于Y的X在X中所占比例最少为n %。

则:

~Q :fewer than n% of the(X,Y),最多n%的X是Y;

用集合语言表示: $\frac{|X\cap Y|}{|X|}<n\%$; 属于Y的X在X中所占比例最多为n %。

~Q~: (at least 1−n%)of the(X,Y), 最少 1−n% 的 X 是 Y, 也即:最多 n% 的 X 不是 Y;

用集合语言表示: $\frac{|X\cap Y|}{|X|}<1-n\%$; 属于Y的X在X中所占比例最少为1- n %,也即:不属于Y的X在X中所占比例最多为n %。

Q ~ :(at most 1− n%)of the(X,Y),最多1−n%的X是Y,也即:最少n%的X不是Y;

用集合语言表示: $\frac{|X \cap Y|}{|X|} \leq 1\text{-}n\%$; 属于Y的X在X中所占比例最多为1- n %,也即:不属于Y的X在X中所占比例最少为n %

这组绝对量词周延方向性情况及其相互制约关系即周延方阵见图4。

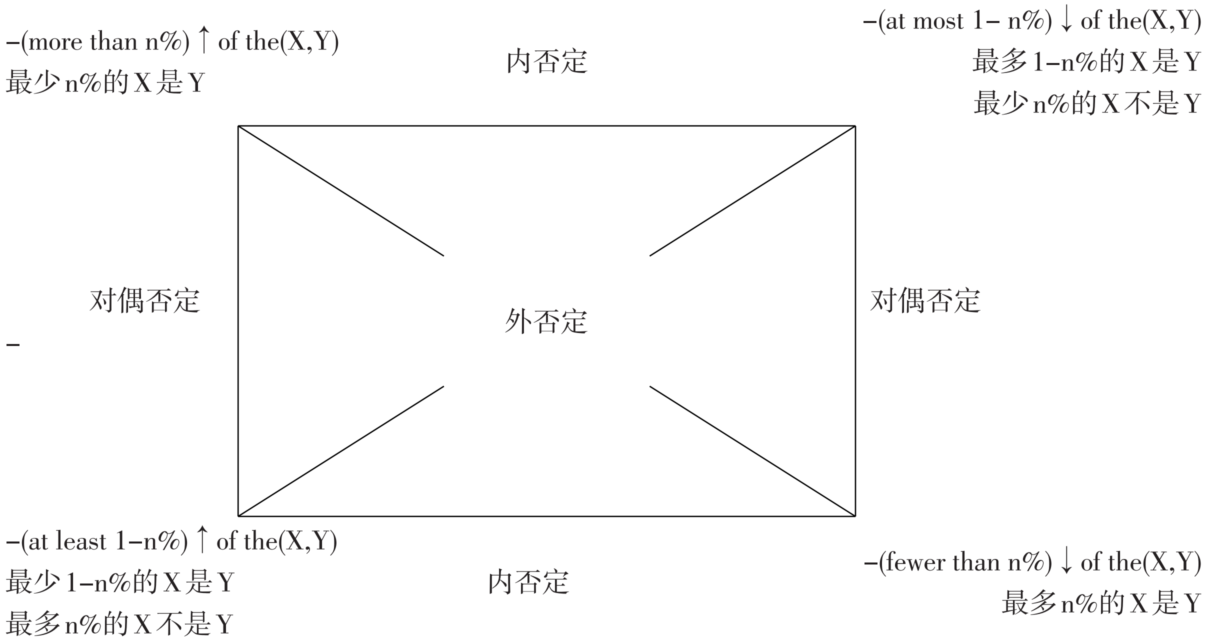

图4 涉及相对数量的直言命题周延方阵

根据直言命题周延方向性定义和简单的集合论知识可以证明这组绝对量词周延方向性情况及其相互制约关系。选证:(more than n%)↑,其余情况略。

证明:

对任意论域M,任意三个词项X、Y、Z,设X⊆Y,那么:(more than n %)↑,

当且仅当,more than n% of the<Z,X>⇒more than n% of the<Z,Y>,(右向上不周延定义);

当且仅当, $\frac{|Z \cap X|}{|Z|} \geqslant n\% \Rightarrow \frac{|Z \cap Y|}{|Z|} \geqslant n\%$,(直言命题语义);

当且仅当, $\frac{|Z| \cap |X|}{|Z|} \geqslant n\% \Rightarrow \frac{|Z| \cap |Y|}{|Z|} \geqslant n\%$,(集合运算);

当且仅当,$|X| \leq |Y|$,(假设);

当且仅当,X⊆Y,(前提);

因此,(more than n%)↑。证毕。

2. 涉及相对数量的直言三段论推理模型与方法举例

模型2

(1)所有秉公执法的法官都是受人尊敬的。	秉公执法的法官⊆受人尊敬的。	X⊆Y
(2)至少有1/3的法官是秉公执法的。	中项"秉公执法的法官"向上不周延。	Q↑<Z,X>
(3)因此,至少有1/3的法官是受人尊敬的。	据(1)将(2)中向上不周延的中项"秉公执法的法官"向上替换为"受人尊敬的",得出结论(3)。	∴Q↑<Z,Y>

模型4

（1）所有秉公执法的法官是受人尊敬的。	秉公执法的法官⊆受人尊敬的。	$X\subseteq Y$
（2）最多有1\3的法官是受人尊敬的。	中项“受人尊敬的”向下周延。	$Q\downarrow\langle Z,Y\rangle$
（3）因此，最多1\3的法官是秉公执法的。	据（1）将（2）中向下周延的词项“受人尊敬的”向下替换为“秉公执法的法官”，得出结论（3）。	$\therefore Q\downarrow\langle Z,X\rangle$

在以上相对量词的典型形式中，如果n%=50%，则：–more than n% ↑ of the(X,Y)就是–most ↑ (X,Y)：多数X是Y。–(fewer than n%) ↓ of the(X,Y)就是–fewer than half of ↓ the(X,Y)：少数X是Y。–(at most 1– n%) ↓ of the(X,Y)就是–at most half of ↓ the(X,Y)：最多半数以上X是Y。–(at least 1–n%) ↑ of the(X,Y)就是–at least half ↑ of the(X,Y)：最少半数以上X是Y。这组量词周延方向性情况及其相互制约关系即周延方阵（略），据以可以进行相应三段论推理。

模型4

（1）所有秉公执法的法官都是受人尊敬的。	秉公执法的法官⊆受人尊敬的。	$X\subseteq Y$
（2）少数法官是受人尊敬的。	中项“受人尊敬的”向下周延。	$Q\downarrow\langle Z,Y\rangle$
（3）因此，少数法官是秉公执法的（法官）。	据（1）将（2）中向下周延的中项“受人尊敬的”向下替换为“秉公执法的法官”，得出结论（3）。	$\therefore Q\downarrow\langle Z,X\rangle$

总之，在自然语言中，如果一个语句表达集合或者词项之间二元关系，具有量化结构Q<X,Y>，那么据其语义和周延方向性等性质，运用本文所构建的三段论模型和方法，就可以简洁明了地进行传统的直言三段论推理和扩展的直言三段论推理。

参考文献：

[1]蔡曙山.一个与卢卡西维兹不同的亚里士多德三段论形式系统[J].哲学研究，1988(4).

[2]程仲棠.无“是”既无传统逻辑：“是”的僭妄—— 一答王路先生[J].学术研究,2008(9).

[3]戴春勤.含负词项的三段论研究[J].毕节学院学报, 2014(6).

[4]蔡曙山.词项逻辑与亚里士多德三段论——兼复王路同志[J].哲学研究，1989(10).

[5]（美）欧文·M·柯匹，（美）科恩.逻辑学导论[M].张建军, 等, 译.北京:中国人民大学出版社，2007：214.

[6]达格·维斯特斯塔尔.古典对当方阵与广义量词(英文)[J].逻辑学研究, 2008(3).

Model and Method of Categorical Syllogism

DAI Chun–qin

（Institute of Marxism, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu730050, China）

Abstract：According to properties of categorical preposition, specifically, distributional direction of binary quantifiers expressing extension relation of term, model and method of categorical syllogism may be constructed, which can be used to solve syllogism reasoning from traditional syllogism to extended syllogism. The model and method play a important role in improving the ability to regulate daily thinking.

Key words：Distributional Direction of Categorical Preposition; Model of Categorical Syllogism; Syllogistic Method of Replacing Middle Term

(责编：郎　禹　责校：明茂修)