文章编号：1673-5196(2018)02-0036-06

基于XFEM的微裂纹对主裂纹的影响机理

芮执元，胡序春，冯瑞成，剡昌锋

（兰州理工大学 机电工程学院，甘肃 兰州 730050）

摘要：基于扩展有限元方法(XFEM)建立含微裂纹缺陷细观尺度下的局部区域主裂纹模型，分别研究微裂纹与主裂纹处于共线和偏置方向时微裂纹对主裂纹造成的影响.研究结果表明：微、主裂纹处于共线时，微裂纹对主裂纹裂尖应力强度因子的影响表现为距离越近作用效应越大，距离越远影响较小；而单边偏置的双微裂纹对主裂纹裂尖应力强度因子的影响随微裂纹相对主裂纹水平位置的变化呈现周期性波动，这种波动是由微裂纹对主裂纹的增强与屏蔽作用交替变化所导致；共线和偏置两种情况下，只有距离主裂纹裂尖较近的微裂纹才会对其造成较大影响，距离较远处的微裂纹对主裂纹裂尖应力强度因子影响较小.

关键词：微裂纹；扩展有限元；主裂纹；应力强度因子；缺陷

中图分类号：TG142.12 **文献标志码**：A

XFEM-based mechanism of influence of microcrack on main crack

RUI Zhi-yuan，HU Xu-chun，FENG Rui-cheng，YAN Chang-feng

(College of Mechano-Electronic Engineering，Lanzhou Univ. of Tech.，Lanzhou 730050，China)

Abstract：A model of main crack in local mesoscopic-scale area with microcrack defect is established with extended finite element method (XFEM) and the influence of microcrack on main crack located collinearly with or offset vertically from the microcrack is studied. The investigation result shows that when the microcrack and the main crack are collinear，the shorter the distance between them，the greater the influence of microcrack on stress intensity factor at the tip of the main crack will be；otherwise，the result will be opposite. The influence of the unilateral offset double microcracks on the stress intensity factor at main crack tip will exhibit periodic fluctuation with the variation of the horizontal position of main crack. This fluctuation is caused by the enhancement and shielding effect of the microcracks on the main crack. Whether in the case of collinear or offset cracks，only the microcrack close to the main crack tip will have a greater effect on the main crack，otherwise，the result will be opposite.

Key words：microcrack；extended finite element；main crack；stress intensity factor；defect

微裂纹缺陷是影响材料失效的主要缺陷之一，对于主裂纹的扩展有重要的影响，但是有时微裂纹还会延缓主裂纹的扩展，即微裂纹的增韧或屏蔽作用.早期主要采用数值解析法研究裂纹间的相互作用，Rubinstein[1]推导出了单条共线微裂纹与主裂纹相互作用的解析解.肖俊华等[2]利用复应力函数的奇异性分析了应力函数的形式，推导出了张开型平行裂纹应力强度因子的闭合解.对于多裂纹的情况，Kachanov[3-4]采用迭代法和叠加原理将其退化成一系列单微裂纹与主裂纹的相互作用，推导出了裂纹间的相互作用矩阵，并通过平均化处理探讨了裂纹间的相互作用.莫宵依等[5]利用叠加原理研究了压缩载荷作用下微裂纹之间的干涉效应，分析了裂纹间的间距和夹角等因素对应力强度因子的影响，研究结果表明两平行裂纹间的距离对应力强度因子有一定影响，在一定范围内随裂纹间距离的增大而增加.夏晓舟等[6]利用叠加原理和Kachanov提出的简化法研究了裂纹间的相互作用机制，发现当微裂纹沿着或者垂直于最大拉应力方向布置时都不产生最大作用效应.Rose[7]则采用近似点的方法

收稿日期：2016-03-02
基金项目：甘肃省自然科学基金(148RJZA008)，甘肃省高等学校科研项目(2014A-033)
作者简介：芮执元(1962-)，男，甘肃景泰人，教授，博导.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

将微裂纹群看作是多个点来研究多裂纹之间的相互作用. 然而,采用解析法来处理裂纹问题的各种假设,有些时候是不能成立或者假设条件比较苛刻,Rose 采用的近似点代表法认为微裂纹相对主裂纹来说很小,但是随着微裂纹逐渐靠近主裂纹作用会异常明显,因此点代表法明显和实际不相符. 而 Kachanov 采用的叠加原理忽略了微裂纹自身间的相互作用,这些问题都与实际情况不符.

Moes、Daux 和 Belytschko 等[8-10]首先提出扩展有限元思想,扩展有限元法 XFEM(extended finite element method)是一种求解不连续力学问题的数值方法[11-12],通过改进单元形函数和单位分解使之包含不连续性基本成分,从而放松了对网格密度的过分要求. 它继承了常规有限元的所有优点,在模拟界面、裂纹扩展等不连续问题时特别有效. 清华大学王恒等[13]利用扩展有限元法研究了微裂纹群与主裂纹之间的相互作用,发现当主裂纹位于两排规则分布的微裂纹之间时,微裂纹群对主裂纹具有增强和屏蔽作用,主裂纹裂尖的应力强度因子由整体微裂纹群的密度和分布等因素决定. 马文涛[14]利用修正的内部基扩充无网格法求解了双边共线裂纹和三条边裂纹存在时各裂纹尖端的应力强度因子,并与其他数值方法进行了比较. 此外,Ju、Chen、Feng 和 Yan 等[15-18]也对裂纹缺陷间的相互作用进行了研究. 但是以上研究中对各种分布形式的微裂纹对主裂纹相互作用效应的研究较少,也没有揭示微裂纹各种分布产生的效应,以及微裂纹会对主裂纹造成增强或屏蔽作用的机理.

本文利用扩展有限元法研究微裂纹缺陷对主裂纹的相互作用,主裂纹与微裂纹之间的相互影响通过归一化的应力强度因子来衡量,研究微裂纹分布形式产生增强作用和屏蔽效应的原因及规律,对工程问题有一定的参考价值.

1　模型的建立

1.1　几何模型与参数的设定

本文所研究的微裂纹和主裂纹模型可看作为二维平面应变问题,取一个尺寸为 0.1 mm×0.1 mm 的局部区域,假设区域内存在微裂纹缺陷. 主、微裂纹共线的模型如图 1 所示,主裂纹长度为 0.03 mm,微裂纹长度 a 为 0.01 mm,距离主裂纹的长度为 h,h/a 取值为 0.6～1.8,此量级与材料在细观尺度下量级相当. 在没有微裂纹作用下的远场应力强度因子经过计算 $K_0=2.99$ MPa · mm$^{1/2}$,作为有缺陷时数值计算结果的一个参考. 单边偏置双微裂纹和主裂纹几何模型如图 2 所示,两微裂纹长度 a 相等,取 0.008 mm,间距为等微裂纹长度,偏离主裂纹方向 $l/a=0.5,1.0$,h/a 取值从 −1.5～6.0. 采取相对位置 h/a 的形式有助于从定量方面研究微裂纹对主裂纹的影响,还可以更换微裂纹的尺寸 a 来研究不同裂纹尺寸对主裂纹的影响. 研究偏置双微裂纹在共线方向上对主裂纹的影响机理,同时比较偏置方向上不同相对位置的双微裂纹对主裂纹的影响结果. 远场应力强度因子模拟值经过计算 $K_0=4.5$ MPa · mm$^{1/2}$.

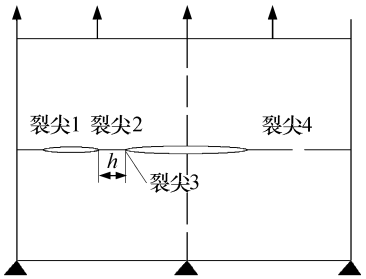


图 1　单微裂纹和主裂纹共线模型

ig. 1　Collinear model of single microcrack and main crack

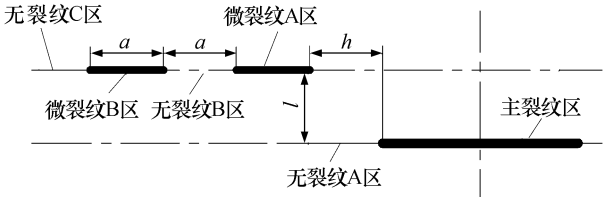


图 2　单边偏置双微裂纹和主裂纹模型

Fig. 2　Model of unilateral offset double microcracks and main crack

把含有双微裂纹缺陷的区域分为五个子区域:无缺陷 A 区、B 区、C 区和微裂纹 A 区、B 区,如图 2 所示. 材料选用航空、航天飞行器中广泛采用的钛铝合金 γ-TiAl[19],弹性模量选为 200 GPa,泊松比为 0.3.

1.2　边界条件与网格处理

有限元模型简化为一端固定一端加载,即底部施加固定约束,顶部端施加位移载荷. 本文采用位移加载,加载方式为斜坡(ramp),这种加载方式连续平滑,为了防止突变造成加载不平稳,位移加载幅值为 0.01 mm. 网格控制在裂尖处为四边形占优(quad-dominated),采用扫掠技术(sweep)划分网格;其他部分为自由划分;单元类型为二次减缩积分平面应变四边形单元(CPE8R).

2　模拟结果分析

2.1　共线的微裂纹对主裂纹应力强度因子的影响

研究共线的微裂纹和主裂纹之间的距离对主裂

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

纹裂尖应力强度因子造成的影响，揭示微裂纹对主裂纹萌生及扩展的影响机理.

共线的单微裂纹与主裂纹的相互作用随位置变化的 K 曲线如图 3 所示，从图中可以看出：1）微裂纹与主裂纹的距离越近，主裂纹裂尖 3 的应力强度因子越大，且随 h/a 值的减小 K 曲线斜率逐渐增大，说明微裂纹的存在对主裂纹造成了影响且随距离的减小而增强；2）裂尖 4 的 K 曲线基本保持水平，K 值在 3.0 MPa·mm$^{1/2}$ 上下波动，正好与无缺陷情况下的远场应力强度因子 K_0 = 2.99 MPa·mm$^{1/2}$ 吻合，由此可知，微裂纹的存在对距离较远的裂尖 4 影响很小. 从图 3 还可以看出，微裂纹与主裂纹的距离越近，裂尖 1 和裂尖 2 的 K 曲线斜率比裂尖 3 增加得快且裂尖 2 处表现尤为明显，因为距离越近裂尖 2 比裂尖 1 的 K 曲线斜率增加得快. 这说明主裂纹的存在也会对微裂纹产生影响，且靠近主裂纹影响更大，导致应力强度因子值急剧增大.

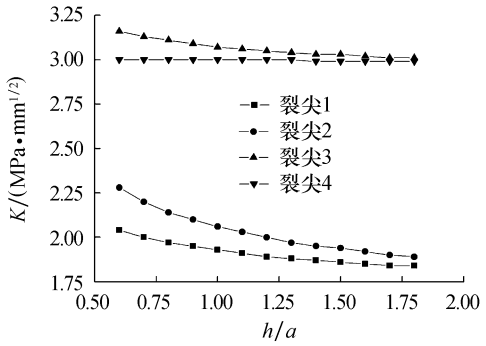


图 3　共线的单微裂纹对主裂纹随位置变化的影响

Fig. 3　Influence of collinear single microcrack on main crack at different position

当裂纹尺寸和基体几何特征固定的条件下，裂尖应力强度因子只取决于裂纹尖端应力场的大小. 图 4 中裂尖 2 和裂尖 3 之间具有明显的相互作用，所受的应力比在裂尖 1 和裂尖 4 处要强烈. 图 5 中位移加载没有完全时（0.001 4 mm），裂尖 2 和裂尖 3 之间产生的影响很小，随着载荷的增大，微裂纹

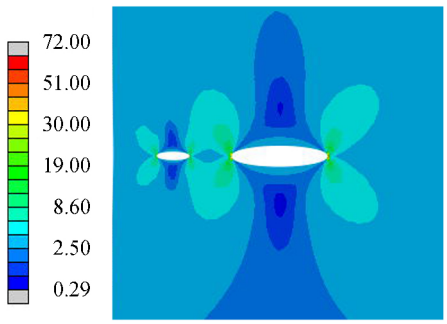


图 4　h/a=1.5 时裂纹尖端的应力云图（MPa）

Fig. 4　Nephogram of stress at crack tip when h/a=1.5（MPa）

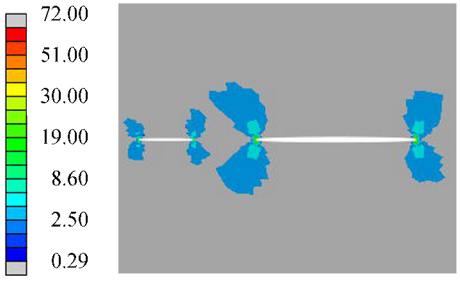


图 5　加载到 0.001 4 mm 时裂尖的应力云图（MPa）

Fig. 5　Nephogram of stress at crack tip under loading up to 0.001 4 mm（MPa）

和主裂纹的相互作用变强，说明微裂纹对主裂纹的影响还与外部载荷的加载情况有关.

2.2　单边偏置双微裂纹对主裂纹的影响

图 6 为单边偏置的双微裂纹对主裂纹裂尖应力强度因子的影响结果，由图可看出，随着双微裂纹和主裂纹相对位置 h/a 的变化，主裂纹尖端 1 处应力强度因子呈现幅值相等的周期性变化，且具有以下现象.

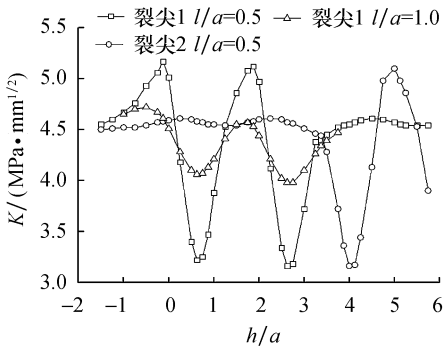


图 6　单边偏置双微裂纹对主裂纹的影响

Fig. 6　Influence of unilateral offset double microcracks on main crack

微裂纹区位于主裂纹区外，从 h/a=−1.500～−0.125处，无裂纹 A 区经过主裂纹尖端 1，随着双微裂纹与主裂纹距离的靠近，裂尖 1 处的 K 值变大，说明双微裂纹与主裂纹的距离对主裂纹裂尖应力强度因子的影响较大.

微裂纹区位于主裂纹区中，在 h/a=−0.125 处主裂纹裂尖 1 的 K 值达到最大，从 h/a=0 开始应力集中效应开始减弱，到 h/a=0.625 处最低，此后 K 开始增大，于 h/a=5.120 处达到峰值，且与 h/a=−0.125 处一样大，此后继续减小直到 h/a=2.625处重回最低谷，且与之前低谷值也一样呈现出意外的周期性. 随着微裂纹的继续移动，裂尖 1 处的 K 值继续增大，直到完全位于主裂纹区.

微裂纹区完全位于主裂纹区内，当微裂纹 B 区完全位于主裂纹区后（h/a=3 处），随着微裂纹和主

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

裂纹相对位置的继续移动,主裂纹尖端 1 处应力集中现象继续增强,到 $h/a=3.25$ 处停止周期性变化,此后微裂纹对主裂纹的作用效应不是很明显,从图 6 可以看出. 而在此时,主裂纹尖端 2 处应力强度因子开始减小,并出现了类似于裂尖 1 的周期性变化.

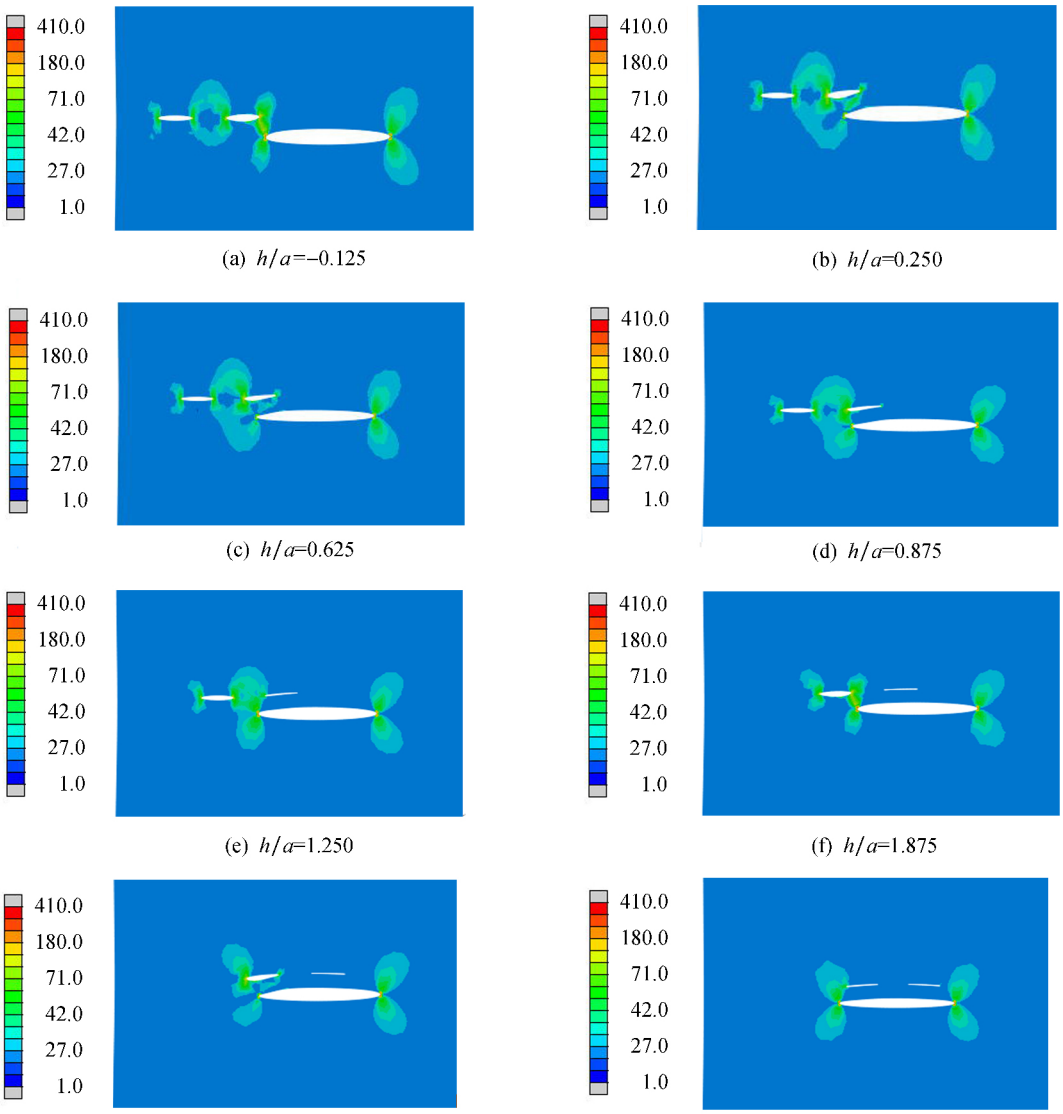
从图 6 结果还可以看出,偏置方向不同偏置位置的双微裂纹都会对主裂纹造成周期性的影响,但在 $l/a=1.0$ 处主裂纹裂尖 K 值的波动比在 $l/a=0.5$ 时要小.

3　讨论

3.1　双微裂纹对主裂纹在水平方向上作用效应机理

图 6 模拟结果显示双微裂纹区在水平方向对主裂纹的影响呈现周期性变化,并在 $h/a=-0.125$ 和 1.750 处取得峰值,在 $h/a=0.625$,2.625 处取得最小值.

图 7 为 $l/a=0.5$ 时不同相对位置的双微裂纹对主裂纹裂尖影响的应力云图. 在 $h/a=-0.125$ 之前,微裂纹 A 区位于主裂纹区之外,水平方向距离主裂纹越近,对其影响越大,到 $h/a=-0.125$ 处达到最大,如图 7a 所示. 此后微裂纹 A 区开始位于主裂纹区内,使得裂尖 1 处 K 值急剧减小,最小值比无缺陷时还小(无缺陷 $K_0=4.5$ MPa · mm$^{1/2}$),这是微裂纹的存在对主裂纹屏蔽作用所导致,如图 7b 所示,微裂纹 A 位于主裂纹正上方,主裂纹承受的载荷一部分转移到微裂纹 A 上,其裂尖应力值比 $h/a=-0.125$处未进入主裂纹区时大,而主裂纹尖



(a) h/a=−0.125　(b) h/a=0.250　(c) h/a=0.625　(d) h/a=0.875　(e) h/a=1.250　(f) h/a=1.875　(g) h/a=2.625　(h) h/a=3.250

图 7　$l/a=0.5$ 时不同相对位置的双微裂纹对主裂纹影响的拉应力云图(MPa)

Fig. 7　Nephogram of tensile stress at double microcrack tip and at main crack tip in different position to microcracks with $l/a=0.5$(MPa)

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

端 1 应力值则比 $h/a=-0.125$ 处小. 随着微裂纹继续向主裂纹区移动，裂尖 1 处 K 值继续减小，说明对主裂纹的屏蔽作用继续加强，到 $h/a=0.625$ 处达到最强，因为裂尖几乎处于微裂纹 A 中部，所受载荷相当一部分被转移到微裂纹的裂尖上，图 7c 中可看到裂尖 1 应力集中现象最弱，所受应力比图 7b 小得多.

从 $h/a=0.625$ 后裂尖 1 的 K 值开始增大，这是由于微裂纹缺陷 A 开始远离主裂纹，对其屏蔽作用减弱，图 7d 中可看到此时微裂纹 A 在裂尖两端所受应力比图 7c 要小，说明在 $h/a=0.875$ 处承受的载荷要小，自然尖端 1 应力集中严重，在裂纹尺寸不变时 K 值也会增大. 此后无缺陷 B 区开始位于主裂纹区，由于竖直方向无缺陷屏蔽，载荷直接加到主裂纹裂尖，使得应力集中急剧上升，如图 7e 所示，微裂纹 A 右裂尖几乎不再承受载荷. 直到 $h/a=1.875$ 处，即图 7f 中主裂纹裂尖又重新达到峰值，此后，微裂纹 B 开始位于主裂纹区，对其影响与 A 一致，形成周期性变化.

基于以上分析，微裂纹存在的情况下主裂纹应力集中现象会急剧增加，其原因是微裂纹造成的缺陷区远离主裂纹，对裂尖屏蔽作用减弱，当微裂纹区完全位于主裂纹区后没有微裂纹的屏蔽作用，导致主裂纹裂尖应力集中明显；微裂纹存在的情况下主裂纹应力集中又会急剧减小，其原因是微裂纹所在的缺陷区处于主裂纹正上方，正好是载荷所在方向，一部分载荷施加到了微裂纹上，自然主裂纹所受载荷要小，可理解为微裂纹的存在对主裂纹造成了屏蔽作用. 这与清华大学王恒在文献[13]中所得微裂纹在某些特定分布下主裂纹始终处于屏蔽状态这一结论相符，此处特定分布即微裂纹的位置.

3.2 微裂纹对主裂纹在偏置方向上作用效应机理

根据图 6 模拟结果，不同偏置位置的双微裂纹对主裂纹也会产生不同的影响，图 8 为 $l/a=1.0$ 偏置位置时的双微裂纹对主裂纹影响的应力云图.

两条不同偏置位置的双微裂纹对主裂纹的影响不同，在 $l/a=1.0$ 处，K 曲线峰值比 $l/a=0.5$ 处要小，而最小值则比其要大. 这是因为：在 $l/a=1.0$ 处，微裂纹距离主裂纹较远，对其增强效应相对较小，因此 K 值比 0.5 处小；而在应力集中程度最弱处，由于微裂纹距离主裂纹较远导致屏蔽程度较弱，因此应力强度较 $l/a=0.5$ 处要大，如图 8b 所示. 这与文献[6]微裂纹位置只影响对主裂纹作用效应的强弱不改变其性质(增强或屏蔽)吻合，即微裂纹对主裂纹的影响既有增强又有屏蔽效应，关键看微裂纹的分布，分布决定是否增强或屏蔽以及增强与屏蔽的强弱.

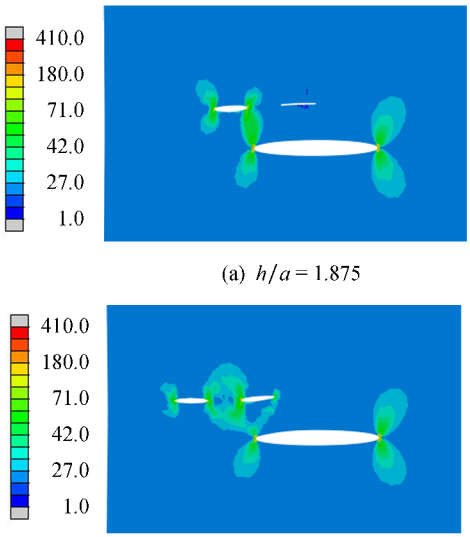


图 8 $l/a=1.0$ 偏置位置时的双微裂纹对主裂纹影响的拉应力云图

Fig. 8 Nephogram of tensile stress at tips of unilateral offset double microcrack and on main crack at $l/a=1.0$

从图 6～8 结果还可得出，主裂纹裂尖 1 的 K 值两次峰值都位于微裂纹裂尖前端且大小相等，如图 7a 和 7f 所示，两次最小值都出现在微裂纹 A 区和 B 区中间且大小也相等，如图 7c 和 7g 所示. 这表明对主裂纹的影响只取决于附近位置的微裂纹，距离较远则影响不大. 图 7c 主裂纹受微裂纹 A 影响较大导致 A 受力较大，而较远处微裂纹 B 则受力极小；而在偏置方向，微裂纹对主裂纹的影响更是如此，$l/a=0.5$ 处双微裂纹要比 $l/a=1.0$ 处影响波动大得多，说明在竖直方向上微裂纹对主裂纹也表现为短距离效应，即近距离影响较大，远距离影响较小.

综上所述，偏置双微裂纹的存在对主裂纹造成了影响. 无论在水平方向还是偏置方向，微裂纹越靠近主裂纹，对主裂纹影响越大，表现为近距离影响较大，而远距离影响很小；偏置方向对主裂纹的影响随微裂纹位置的变化呈幅值相等的周期性波动，这种波动在主裂纹位于缺陷区表现为减弱，离开缺陷区或进入无缺陷区表现为增强，但无论增强还是减弱，只要主裂纹处于微裂纹缺陷区，就会对其造成屏蔽作用. 这点与微观尺度下气孔等缺陷的存在会对材料造成增韧现象极为相似[20]. 本文模拟结果可以推广到双边、多裂纹群对主裂纹所造成的影响.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4 结论

1）共线方向的微裂纹对主裂纹的影响表现为短距离急剧增强效应,而远距离表现为影响较小.

2）偏置位置的双微裂纹对主裂纹的影响在水平方向随着相对位置的不同呈现幅值相等的周期性变化,这种周期性变化是由微裂纹对主裂纹增强与屏蔽作用所导致.但无论主裂纹裂尖应力强度如何变化,只要处于微裂纹缺陷区即会受到微裂纹屏蔽作用,而处在微裂纹缺陷区以外时则会对主裂纹造成增强的效果.

3）无论在水平方向还是在偏置竖直方向,只有附近的微裂纹才会对主裂纹造成影响,距离较远的微裂纹对主裂纹影响很小.

参考文献:

[1] RUBINSTEIN A A. Macrocrack interaction with semi-infinite microcrack array [J]. International Journal of Fracture, 1985, 27(1): 113-119.

[2] 肖俊华,蒋持平. 周期张开型平行裂纹问题研究 [J]. 力学学报, 2007, 39(2): 279-283.

[3] KACHANOV M. A simple technique of stress analysis in elastic solids with many cracks [J]. International Journal of Fracture, 1985, 28(1): 11-19.

[4] KACHANOV M. Elastic solids with many cracks a simple method of analysis [J]. International Journal of Solids and Structures, 1987, 56(6): 279-283.

[5] 莫宵依,解　敏,汤安民,等. 压缩载荷作用下多裂纹的相互干涉 [J]. 力学季刊, 2010, 31(2): 202-205.

[6] 夏晓舟,章　青. 裂纹间作用机制探讨及微裂纹区对主裂纹的作用效应研究 [J]. 应用数学和力学, 2010, 31(1): 61-64.

[7] ROSE L R F. Microcrack interaction with a main crack [J]. International Journal of Fracture, 1986, 31: 233-242.

[8] MOES N, DOLBOW J, BELYTSCHKO T. A finite element method for crack growth without remeshing [J]. International Journal for Numerical Methods in Engieering, 1999, 46: 131-150.

[9] DAUX C, MOES N, DOLBOW J, *et al*. Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method [J]. International Journal for Numerical Methods in Engieering, 2000, 48: 1741-1760.

[10] BELYTSCHKO T, BLACK T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing [J]. International Journal for Numerical Method in Engineering, 1999, 45: 601-602.

[11] 李录贤,王铁军. 扩展有限元及其应用 [J]. 力学进展, 2005, 35(1): 5-20.

[12] 余天堂. 含裂纹体的数值模拟 [J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 24(24): 4434-4439.

[13] 王　恒,柳占立,许丹丹,等. 微裂纹群与主裂纹相互作用的扩展有限元分析 [C]//北京力学会第 21 届学术年会暨北京振动工程学会第 22 届学术年会论文集. 北京:清华大学出版社, 2015: 97-99.

[14] 马文涛. 修正的内部基扩充无网格法求解多裂纹应力强度因子 [J]. 工程力学, 2015, 3(10): 19-22.

[15] JU J W, CHEN T M. Effective elastic module of two-dimensional brittle solids with interacting microcracks [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1994, 61(6): 349-357.

[16] CHEN Y Z. General case of multiple crack problems in an infinite plate [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1994, 20(4): 591-597.

[17] FENG X Q, LI J Y, YU S W. A simple method for calculating interaction of numerous microcracks and its applications [J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(2): 447-464.

[18] YAN XQ. An effective numerical approach for multiple void-crack interaction [J]. Journal of Applied Mechanics, 2006, 73(4): 525-535.

[19] 曹　睿,林有智,朱　浩,等. TiAl 基合金双态组织原位拉伸-卸载实验研究 [J]. 兰州理工大学学报, 2006, 32(6): 32-35.

[20] 琚宏昌,陈国荣. 微裂纹增韧的数值模拟 [J]. 土木建筑与环境工程, 2009, 31(1): 12-16.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net