文章编号:1006－9348(2006)08－0283－03

基于时滞状态反馈的 D稳定容错控制

李 炜,赵 静
(兰州理工大学电气工程与信息工程学院,甘肃 兰州 730050)

摘要:容错控制是使设计的控制系统能对可能发生的故障具有一定的容错能力,该问题直接关系到控制系统运行的可靠性和安全性。该文基于 Lyapunov稳定性理论和 Riccati方程,针对线性离散一步时滞系统,引入一步时滞状态反馈,研究了传感器失效后有一定性能保证的 D稳定容错控制问题,在给出对传感器失效具有完整性的 D稳定容错控制系统需满足的一个充分条件的基础上,进而给出控制器的设计方法和步骤,并推广至执行器失效情况,仿真实验验证了该方法的有效性,与引入状态反馈控制律相比,此方法有更好的动态平稳性。

关键词:时滞状态反馈;容错控制;离散时滞系统;稳定
中图分类号:TP271+.8　　**文献标识码**:A

D－Stable Fault－Tolerant Control Based on Time－Delay State Feedback

LI Wei　ZHAO Jing
(Department of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Science & Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

ABSTRACT: Fault－tolerant control is to make the designed control system have certain endurance to the failures happened potentially. This problem is directly relative to the reliability and safety of the control system. On the basis of Lyapunov stability theory and Riccati equation, the problem of D－stable fault－tolerant control for linear discrete systems with a time delay is studied adopting state feedback control with a time delay, which can guarantee some performance after sensor failures. A sufficient condition for D stable control systems possessing integrity against sensor failures is presented, then the design method of D stable fault－tolerant control systems is given, and the results are extended to the situation of actuator failures. simulation results are given to demonstrate the effectiveness of the proposed method. Compared with adopting state feedback, the present approach has better dynamic stationarity.

KEYWORDS: Time－delay state feedback; Fault－tolerant control; Discrete time－delay systems; Stability

1　引言

在航天、航空、核工业及化工等复杂工业过程控制领域,要求控制系统有极高的安全性和可靠性,这种要求有时比提高控制系统的性能显得更为重要。一般来说,通过提高每个元器件或部件的可靠性,即可明显提高系统的整体可靠性。但在实际中,即使选用最可靠的元器件,也不能完全避免其故障的发生,因此容错控制则成为确保系统安全性和可靠性的最后一道防线,受到了学术界的广泛重视。

由于时滞普遍存在于各种实际系统中,传感器(或执行器)故障的发生几率又较高,因此以时滞系统为对象,针对传感器(或执行器)故障进行的 D稳定容错控制研究,由于较单纯的完整性控制在容错的控制目标方面具有更大的适应性和实用性,近年来取得了不少成果[1~8]。本文针对线性离散一步时滞系统,考虑到时滞对系统性能的影响,提出一种基于一步时滞状态反馈,即采用 $u(k)=Kx(k-1)$ 控制律,讨论传感器故障情况离散时滞系统的 D稳定容错控制问题。

基金项目:兰州理工大学特色学科梯队基金资助
收稿日期:2005－07－12

2　问题的描述

考虑离散一步时滞系统

$$x(k+1)=A_1x(k)+A_2x(k-1)+Bu(k) \tag{1}$$

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

其中：$x(k)$为 n维状态变量，$u(k)$为 m维控制变量，各矩阵维数适当，(A_1, B)可控。

若采用时滞状态反馈控制

$$u(k) = Kx(k-1) \tag{2}$$

则闭环系统为

$$x(k+1) = A_1 x(k) + (A_2 + BK) x(k-1) \tag{3}$$

考虑到传感器的可能失效，引入开关矩阵 F，并把它放在反馈增益矩阵 K和状态 $x(k)$之间，其形式为

$$F = \mathrm{diag}(f_1, f_2, \cdots, f_n)$$

其中 $f_i = \begin{cases} 1, \text{第 } i\text{个传感器正常} \\ 0, \text{第 } i\text{个传感器失效} \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, n$

考虑传感器可能失效，闭环故障系统可表示为

$$x(k+1) = A_1 x(k) + (A_2 + BKF) x(k-1) \tag{4}$$

离散系统 D稳定定义：若离散闭环系统的极点均位于 z平面单位圆内的圆形区域 $D(\alpha, r)$内，则称系统是 D稳定的。其中 α为 D稳定区域圆中心，r为半径。

D稳定容错控制系统设计的目标为：确定时滞状态反馈增益矩阵 K，使闭环故障系统对于任意传感器（或执行器）失效 $F\in \Omega(L\in \Psi)$，均有闭环极点仍位于圆形区域 $D(\alpha, r)$内。其中 Ω为传感器故障开关矩阵 F各种可能故障的集合（Ψ为所有可能的执行器失效故障阵 L的集合）。

3 基于时滞状态反馈的传感器故障 D稳定容错控制器设计

3.1 定理及证明

定理 1 如果满足条件

$$\| A_1 - 2\alpha I\| + r^{-1}\| A_c + \alpha(A_1 - \alpha I)\| + r^{-1}\beta < r \tag{5}$$

则控制器（2）是系统（1）对传感器失效具有完整性的 D稳定容错控制器。其中 $\| X\| = \lambda_M(X^T X)^{1/2}$，$\lambda_M(\cdot)$为求最大特征值运算，而

$$A_c = A_2 + BK$$

$$\beta = \max_{F\in \Omega}(\| BK(F - I)\|)$$

证明：考虑传感器失效后，闭环故障系统可表示为

$$x(k+1) = A_1 x(k) + [A_c + BK(F - I)] x(k-1)$$

则系统的特征方程为

$$\det[zI - A_1 - z^{-1}(A_c + BK(F - I))] = \det[z^2 I - zA_1 - (A_c + BK(F - I))] = 0$$

采用线性变换

$$v = r^{-1}(z - \alpha) \tag{6}$$

则系统的特征方程变为

$$\det[(v + r^{-1}\alpha)^2 I - r^{-1}(v + r^{-1}\alpha)A_1 - r^{-2}(A_c + BF(F - I))] = 0$$

经整理得

$$\det[v^2 I - r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)v - r^{-2}(A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I))] = 0$$

要使闭环故障系统（4）的所有极点都位于圆形区域 $D(\alpha, r)$内，只需上式的解满足 $|v| < 1$，这意味着存在非零向量 u满足方程

$$[v^2 I - r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)v]u = r^{-2}[A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I)]u$$

下面用反证法证明。假设 $|v| > 1$，则

$$\begin{aligned}
&\| r^{-2}[A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I)]\| \\
&= \sup_{|x|\neq 0}\frac{|r^{-2}[A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I)]x|}{|x|} \\
&\geqslant \frac{|r^{-2}[A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I)]u|}{|u|} \\
&\geqslant \frac{|[v^2 I - r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)v]u|}{|u|} \\
&\geqslant \frac{|v||[vI - r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)]u|}{|u|} \\
&\geqslant \frac{|[vI - r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)]u|}{|u|} \\
&\geqslant \frac{|v||u| - \| r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)\| |u|}{|u|} \\
&\geqslant |v| - \| r^{-1}(A_1 - 2\alpha I)\| \\
&\geqslant 1 - r^{-1}\| A_1 - 2\alpha I\|
\end{aligned} \tag{7}$$

而

$$\begin{aligned}
&\| r^{-2}[A_c + \alpha(A_1 - \alpha I) + BK(F - I)]\| \\
&\leqslant r^{-2}\| A_c + \alpha(A_1 - \alpha I)\| + r^{-2}\beta
\end{aligned} \tag{8}$$

由式（7）和（8），可得

$$\| A_1 - 2\alpha I\| + r^{-1}\| A_c + \alpha(A_1 - \alpha I)\| + r^{-1}\beta \geqslant r$$

这与所给条件（5）相矛盾，故假设不成立，所以 $|v| < 1$，由此定理得证。

3.2 控制器的设计步骤

根据前面的定理，对于一个可控的离散时滞系统（1），可按如下步骤设计其对传感器失效具有 D稳定完整性容错控制器。

1）根据对系统的性能要求选取适当的圆形区域 $D(\alpha, r)$。

2）取系统的性能指标函数

$$J = \sum_{k=0}^{\infty}[x^T(k)Qx(k) + u(k)^T Ru(k)]$$

选取适当的 $Q > 0$，$R > 0$解离散代数 Riccati方程

$$\bar{A}^T P\bar{A} - P - \bar{A}^T P\bar{B}(R + \bar{B}^T P\bar{B})^{-1}\bar{B}^T P\bar{A} + Q = 0 \tag{9}$$

其中：$\bar{A} = r^{-1}(A_1 - \alpha I)$，$\bar{B} = r^{-1}B$

求出 P，则

$$K = -(R + \bar{B}^T P\bar{B})^{-1}\bar{B}^T P\bar{A} \tag{10}$$

3）验证条件（5）是否成立，若不成立，适当修改 Q和 R，重复上面的设计过程，直到满足式（5）为止。

这样所得到的 K就是系统对传感器失效具有 D稳定完整性的容错控制器。

4 基于时滞状态反馈的执行器故障 D稳定容错控制器设计

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

在系统中，为表示执行器的可能失效，引入开关矩阵 L 并把它放在控制输入 u(k) 和 B阵之间，其形式为

$$L = \mathrm{diag}(l_1, l_2, \cdots, l_m)$$

$$\text{其中} \quad l_i = \begin{cases} 1, \text{第 } i \text{个执行器正常} \\ 0, \text{第 } i \text{个执行器失效} \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, m$$

则考虑执行器可能失效的闭环系统为

$$x(k+1) = A_1 x(k) + (A_2 + BLK) x(k-1) \tag{11}$$

定理 2　如果满足条件

$$\| A_1 - 2\alpha I\| + r^{-1} \| A_c + \alpha (A_1 - \alpha I) \| + r^{-1} \eta < r \tag{12}$$

则控制器 (2) 是系统 (1) 对执行器失效具有完整性的 D 稳定容错控制器。其中

$$\eta = \max_{L \in \Psi} (\| B(L - I)K\|)$$

其中 Ψ 为所有可能的执行器失效故障阵 L的集合。

上述定理的证明与定理 1类似，限于篇幅，不再赘述。

5　仿真实例

考虑离散时滞系统 (1)，其中：

$$A_1 = \begin{vmatrix} 0.46 & -0.17 \\ 0.22 & 0.39 \end{vmatrix} \quad A_2 = \begin{vmatrix} 0.12 & 0.13 \\ -0.19 & 0.14 \end{vmatrix}$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

容易判断系统是可控的，按文中给出的方法，取期望的圆形区域为 D(0.1, 0.8)，对传感器 Ⅰ、Ⅱ 失效故障 $F_1 = \mathrm{diag}(0, 1)$ 和 $F_2 = \mathrm{diag}(1, 0)$，可求得

$$K = \begin{vmatrix} -0.1008 & 0.0477 \\ -0.0581 & -0.0768 \end{vmatrix},$$

$$\text{则} \quad u(k) = \begin{vmatrix} -0.1008 & 0.0477 \\ -0.0581 & -0.0768 \end{vmatrix} x(k-1)$$

经验证满足定理 1的充分条件。

取系统初始条件为 $x(0) = [4, 3]^T$，对系统引入一步时滞状态反馈 (u(k) = Kx(k−1)) 和引入状态反馈 (u(k) = Kx(k)) 的零输入响应进行仿真比较，仿真曲线如图 1和图 2所示。

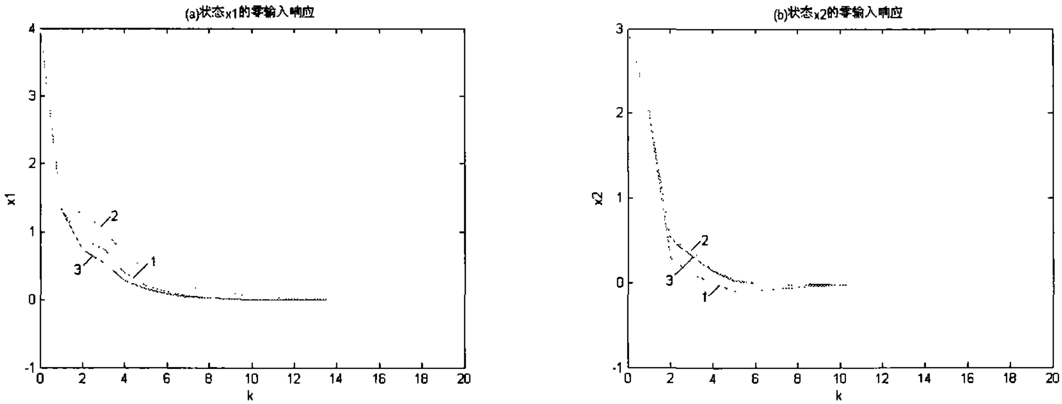

图 1　采用一步时滞状态反馈的控制效果

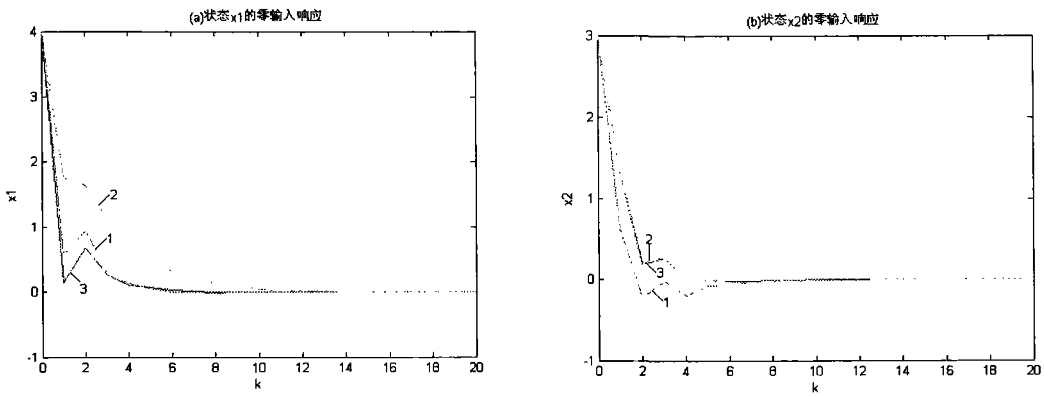

图 2　采用状态反馈的控制效果

其中：曲线 1为正常系统的 x_1, x_2 的零输入响应，曲线 2、3分别为传感器 Ⅰ、Ⅱ

(下转第 310页)

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

从以上图中可以看出，模型 2由于两并联内接管的距离较远，且内插管与进风口和出风口的中心有一定的距离间隔，有效地增加了传递损失，因此消声性能比模型 1效果要好。由此可知内插管的中心距以及其与进风口和出风口中心的间距也是影响消声性能的因素。

4 结论

通过对消声器的声学和流体动力学分析可知，增加传递损失和减小压力损失是一对矛盾体，只有通过对局部结构进行优化才能有效地解决消声和设备功率损耗的矛盾，在增加消声性能的同时尽可能地减少设备功率损耗。

ANSYS作为强大的有限元分析软件，可以方便地实现对不同结构形式的消声器的声学及流体性能进行仿真分析。利用 ANSYS对抗性消声器进行流体动力学及声学分析，可以直观地反映结构的变化对消声效果的影响以及由于结构的改变而引起压力损失的变化。根据分析结果可以对内部结构优化提供有意义的建议，同时通过仿真可以快速方便地观察设计的效果，减少产品开发时间和成本。

参考文献：

[1] 李黎明. ANSYS有限元分析实用教程[M]. 北京：清华大学出版社，2005－1.

[2] 黎志勤，黎苏. 汽车排气系统噪声与消声器设计[M]. 北京：中国环境科学出版社，1991－12

[3] 杜功焕. 声学基础[M]. 上海：上海科学技术出版社，1981.

[4] 马大猷. 噪声与振动控制工程手册[M]. 机械工业出版社，2002－9.

［作者简介］

张乃龙（1976.3－），男（汉族），山东郯城人，博士生，主要研究方向为噪声的有源控制技术。

杨文通（1955.1－），男（汉族），江苏镇江人，博士，教授，中国计算机用户协会仿真应用分会理事，主要研究方向为网络化设计与制造，可视化技术。

费仁元（1941.3－），男（汉族），浙江镇海人，教授，博士生导师，主要研究方向为制造系统监控及机器人技术。

（上接第 285页）

失效时 x_1，x_2的零输入响应。由以上仿真曲线可以看出，采用一步时滞状态反馈控制律，在传感器失效时，D稳定容错控制系统的平稳性好于采用状态反馈的系统。

6 结论

本文针对线性离散一步时滞系统，提出的基于一步时滞状态反馈的控制方法，可以确保一类时滞系统当传感器或执行器发生故障时，仍然具有 D稳定性。仿真结果验证文中所给充分条件的正确性和方法的有效性；与采用状态反馈控制律的 D稳定容错控制系统进行了仿真对比研究，结果表明，该方法的动态平稳性更优。

参考文献：

[1] 孙金生，王执铨. 不确定离散时滞系统的 D稳定鲁棒容错控制[J]. 控制理论与应用，2002，19(6)：967－971.

[2] 王占山，李奇安，李平. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制[J]. 石油化工高等学校学报，2001，14(2)：74－78.

[3] A A Abdul－wahab. Pole assignment in a specified circular region using a bilinear transformation onto the unit circle[J]. Int J. Systems Science, 1994, 25(7): 1113－1125.

[4] 姜偕富，费树岷，冯纯伯. 线性时滞系统依赖时滞的反馈控制[J]. 东南大学学报，2000，30(2)：62－66.

[5] Huang Sunan, Shao Huihe. A design method for control systems possessing integrity[J]. 控制理论与应用，1994，11(2)：161－167.

[6] 刘鹏，周东华. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究[J]. 控制理论与应用，2003，20(1)：78－80.

[7] Vladimir B Kolmanovskii, Jean－Pierre Richard. Stability of some linear systems with delays[J]. IEEE Contr AC, 1999, 44(5): 984－989.

[8] 杨洁亮，童镭，李国伟，杨新红. 不确定离散系统的鲁棒容错 H^{∞} 控制[J]. 哈尔滨理工大学学报，2004，9(3)：72－75.

［作者简介］

李　炜（1963－），女（汉族），陕西西安人，硕士，硕士生导师，教授，主要从事工业过程先进及故障诊断与容错控制的理论及应用研究。

赵　静（1981－），女（汉族），河南荥阳人，在读硕士研究生，主要从事容错控制理论研究。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net