文章编号：1673-5196(2007)03-0079-04

不确定时滞系统的鲁棒容错控制

马喜成[1,2]，李　炜[1]

(1.徐州建筑职业技术学院 电子信息工程系，江苏 徐州　221008；2.兰州理工大学 电气工程与信息工程学院，甘肃 兰州　730050)

摘要：研究了一类线性不确定时滞系统的鲁棒容错控制问题.针对具有状态滞后，且假定状态和控制输入的不确定项均是范数有界的线性系统，通过引入状态反馈和时滞状态反馈，基于Lyapunov稳定性理论和LMI方法，给出了一个此类系统在传感器失效情况下具有鲁棒容错性能的充分条件，并通过求解线性矩阵不等式组得到容错控制器设计结果.最后用算例验证了该设计方法的有效性和可行性.

关键词：容错控制；时滞系统；时滞状态反馈；线性矩阵不等式；传感器失效

中图分类号：TP391　　**文献标识码**：A

Robust fault-tolerant control of uncertain time-delay system

MA Xi-cheng[1,2], LI Wei[1]

(1. Dept. of Electrical and Information Engineering, Xuzhou Institute of Architectural Technology, Xuzhou　221008, China; 2. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou　730050, China)

Abstract: Robust fault-tolerant control of a kind of linear uncertain time-delay systems was studied. Based on Lyapunov stability theory and linear matrix inequality, a kind of state feedback and time-delay state feedback control law was presented. The sufficient conditions for the closed-loop system to have robust fault-tolerant capability against sensor failures were given. The design result of fault-tolerant controller could be obtained through solving several linear matrix inequalities. A simulation example verified the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Key words: fault-tolerant control; time-delay system; time-delay state feedback; linear matrix inequality; sensor failures

对外界扰动不敏感，并且在执行器、传感器或元部件发生故障时，仍然能使闭环系统稳定并具有可接受性能的控制系统，称为鲁棒容错控制系统.作为被动容错控制中的完整性设计，由于其不需要额外增加硬件冗余、不需要进行故障检测与诊断且实时性好等优点，得到越来越深入的研究[1~6].在工程实践中，控制系统对安全性、可靠性要求很高，但在系统建模时，不可避免会引入一些建模误差，实际系统也总会受到一些外界的干扰影响，传感器和执行器等部件难免发生故障等原因，这将影响控制系统的动、静态特性乃至失稳.因此，研究时滞不确定线性系统状态反馈容错控制问题具有十分重要的现实意义.

文献[3,4]采用无记忆状态反馈控制律，研究了一类线性时滞系统的鲁棒容错控制问题，提出了保证系统鲁棒完整性的设计方法，但所设计的控制器由于没有引入时滞状态反馈，对时滞给系统带来的影响考虑不足；文献[5,6]采用带时滞的状态反馈控制律，给出了对传感器失效和执行器失效具有完整性的容错控制器设计方法，但在控制器设计中，由于基于Riccati方程方法，需要对一些参数进行预先调整，不仅给实际应用带来不便，而且使控制器的设计具有较大的保守性；文献[7]采用时滞状态反馈控制律，研究了线性连续时滞系统对传感器失效具有容错性能的充分条件，但没有考虑系统存在的不确定性，具有一定的局限性，也不具有鲁棒性.

本文基于线性矩阵不等式方法，针对不确定线性连续时滞系统，考虑传感器失效故障情况下，引入状态反馈和时滞状态反馈，讨论此类系统具有完整性的鲁棒容错控制方法.该控制器不仅对传感器失

收稿日期：2006-10-19
基金项目：甘肃省自然科学基金(3ZS051-A25-032)，甘肃省教育厅高等学校研究生导师科研项目(050301)
作者简介：马喜成(1973-)，男，河南洛阳人，硕士，讲师.

效具有完整性，且在传感器正常和失效情况下，对参数不确定性及状态的滞后性具有鲁棒稳定性.

1 系统描述

考虑如下时滞不确定系统：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (\boldsymbol{A}_1 + \Delta \boldsymbol{A}_1(t))x(t) + (\boldsymbol{A}_2 + \\ \quad \Delta \boldsymbol{A}_2(t))x(t-\tau) + (\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t))u(t) \\ x(t) = \varphi(t) \qquad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \tag{1}$$

式中：$x(t) \in R^n$ 为状态向量，$u(t) \in R^m$ 为控制输入向量，$\boldsymbol{A}_1$、$\boldsymbol{A}_2$、$\boldsymbol{B}$ 为具有适当维数的常数矩阵，$\tau > 0$ 为时滞常数，$\Delta \boldsymbol{A}_1(t)$、$\Delta \boldsymbol{A}_2(t)$、$\Delta \boldsymbol{B}(t)$ 为系统模型的时变不确定项，且满足如下条件：

$$[\Delta \boldsymbol{A}_1 \quad \Delta \boldsymbol{A}_2 \quad \Delta \boldsymbol{B}] = \boldsymbol{DH}[\boldsymbol{E}_1 \quad \boldsymbol{E}_2 \quad \boldsymbol{E}_3]$$

$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$、$\boldsymbol{E}_3$ 为适当维数的常数矩阵，$\boldsymbol{H}(t)$ 为未知的时变实值连续矩阵函数，其元素 Lebegue 可测，且

$$\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{H}(t) \leqslant \boldsymbol{I}$$

$x(t) = \varphi(t)$，$t \in [-\tau, 0]$ 为系统初始函数，假设$(\boldsymbol{A}_i, \boldsymbol{B})(i = 1, 2)$能控.

若采用带时滞状态反馈控制：

$$u(t) = \boldsymbol{K}_1 x(t) + \boldsymbol{K}_2 x(t-h) \tag{2}$$

则闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = &[(\boldsymbol{A}_1 + \Delta \boldsymbol{A}_1(t)) + (\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t))\boldsymbol{K}_1]x(t) + \\ &(\boldsymbol{A}_2 + \Delta \boldsymbol{A}_2(t))x(t-\tau) + \\ &(\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t))\boldsymbol{K}_2 x(t-h) \end{aligned} \tag{3}$$

考虑传感器可能失效，引入开关矩阵 $\boldsymbol{F}$，并把它放在反馈增益阵 $\boldsymbol{K}_1$、$\boldsymbol{K}_2$ 和状态 $x(t)$ 之间，其形式为

$$\boldsymbol{F} = \mathrm{diag}(f_1, f_2, \cdots, f_n)$$

其中

$$f_i = \begin{cases} 1 & 第 i 个传感器正常 \\ 0 & 第 i 个传感器失效 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

则考虑传感器失效的闭环故障系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = &[(\boldsymbol{A}_1 + \Delta \boldsymbol{A}_1(t)) + (\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t))\boldsymbol{K}_1 \boldsymbol{F}]x(t) + \\ &(\boldsymbol{A}_2 + \Delta \boldsymbol{A}_2(t))x(t-\tau) + \\ &(\boldsymbol{B} + \Delta \boldsymbol{B}(t))\boldsymbol{K}_2 \boldsymbol{F} x(t-h) = \\ &[(\boldsymbol{A}_1 + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F} + \boldsymbol{DH}(\boldsymbol{E}_1 + \\ &\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F})]x(t) + (\boldsymbol{A}_2 + \boldsymbol{DHE}_2)x(t-\tau) + \\ &(\boldsymbol{B} + \boldsymbol{DHE}_3)\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h) \end{aligned} \tag{4}$$

针对传感器失效故障下容错控制器的设计目标是确定状态反馈增益矩阵 $\boldsymbol{K}_1$ 和 $\boldsymbol{K}_2$，使得对所有可能的传感器失效故障 $\boldsymbol{F} \in \Omega$，系统(4)是渐进稳定的.其中 Ω 为传感器故障开关矩阵 $\boldsymbol{F}$ 的各种可能故障的集合.

2 主要结果

引理[8,9] 对于任意适当维数的向量或矩阵 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{Z}$ 和适当维数矩阵 $\boldsymbol{H}$，且 $\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H} \leqslant \boldsymbol{I}$ 及正常数 $\alpha > 0$，有如下不等式成立：

$$2\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{HZ} \leqslant \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}$$

$$2\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} \leqslant \alpha^{-1}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} + \alpha\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}$$

定理 对于任意可能的传感器失效故障矩阵 $\boldsymbol{F} \in \Omega$ 和标量 $\alpha_i > 0 (i = 1, 2)$，若存在适当维数矩阵 $\boldsymbol{K}_1$、$\boldsymbol{K}_2$ 和正定对称矩阵 $\boldsymbol{P}$，满足线性矩阵不等式：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{W} & \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F} & 2\boldsymbol{D} & \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}_2^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{A}_2 & \boldsymbol{B} \\ * & -\alpha_1^{-1}\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\alpha_2^{-1}\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -\alpha_1\boldsymbol{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -\alpha_2\boldsymbol{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{5}$$

则当传感器失效时闭环系统(4)仍渐进稳定.其中：

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{P}^{-1}$$
$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{K}_1\boldsymbol{X}$$
$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{K}_2\boldsymbol{X}$$
$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{A}_1\boldsymbol{X} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_1^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{BFY} + \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}$$

这里“*”表示与上三角矩阵对称.

证明 对于闭环系统(4)，构造 Lyapunov 泛函如下：

$$\begin{aligned} V(x, t) = &x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t) + \int_{t-\tau}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_1 x(s)\mathrm{d}s + \\ &\int_{t-h}^{t} x^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}_2 x(s)\mathrm{d}s \end{aligned} \tag{6}$$

则 $V_1(x, t) = x^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}x(t)$ 沿闭环系统(4)对时间 t 的

导数为

$$
\begin{aligned}
\dot V_1(x,t) = {} & \dot x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}x(t)+x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\dot x(t)= \\
& x^{\mathrm T}(t)[\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{E}_1+ \\
& \boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F})]^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+x^{\mathrm T}(t-\tau)(\boldsymbol{A}_2+ \\
& \boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_2)^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+x^{\mathrm T}(t-h)[(\boldsymbol{B}+ \\
& \boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_3)\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}]^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}[\boldsymbol{A}_1+ \\
& \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F})]x(t)+ \\
& x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_2)x(t-\tau)+ \\
& x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_3)\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)= \\
& x^{\mathrm T}(t)[\boldsymbol{A}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}+ \\
& \boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}]x(t)+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{E}_1+ \\
& \boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F})x(t)+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}_2+ \\
& \boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_2)x(t-\tau)+2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}(\boldsymbol{B}+ \\
& \boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_3)\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)
\end{aligned}
\tag{7}
$$

由引理,得如下不等式:

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_1x(t)\leqslant \\
& \quad x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{E}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_1x(t)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}x(t)\leqslant \\
& \quad x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+ \\
& \quad x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}x(t)
\end{aligned}
\tag{9}
$$

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_2x(t-\tau)\leqslant \\
& \quad \alpha_1^{-1}x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{A}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+ \\
& \quad \alpha_1\boldsymbol{I}x^{\mathrm T}(t-\tau)x(t-\tau)
\end{aligned}
\tag{10}
$$

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_2x(t-\tau)\leqslant \\
& \quad x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+ \\
& \quad x^{\mathrm T}(t-\tau)\boldsymbol{E}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_2x(t-\tau)
\end{aligned}
\tag{11}
$$

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)\leqslant \\
& \quad \alpha_2^{-1}x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+ \\
& \quad \alpha_2x^{\mathrm T}(t-h)\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$
\begin{aligned}
& 2x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)\leqslant \\
& \quad x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}x(t)+ \\
& \quad x^{\mathrm T}(t-h)\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}x(t-h)
\end{aligned}
\tag{13}
$$

将式(8～13)代入式(7),同时设

$$
\boldsymbol{Q}_1=\alpha_1\boldsymbol{I}+\boldsymbol{E}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_2
$$

$$
\boldsymbol{Q}_2=\alpha_2\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}
$$

显然,$V(x,t)$是正定的.则$V(x,t)$沿闭环系统(4)对时间t的导数为

$$
\begin{aligned}
\dot V(x,t)\leqslant {} & x^{\mathrm T}(t)[\boldsymbol{A}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}+ \\
& \boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+\alpha_1\boldsymbol{I}+\alpha_2\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}+4\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+ \\
& \boldsymbol{E}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_2+\boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_1^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{F}+ \\
& \boldsymbol{F}\boldsymbol{K}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_3\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{F}+\alpha_1^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_2\boldsymbol{A}_2^{\mathrm T}\boldsymbol{P}+ \\
& \alpha_2^{-1}\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}\boldsymbol{P}]x(t)=x^{\mathrm T}(t)\boldsymbol{\Delta}x(t)
\end{aligned}
\tag{14}
$$

如果

$$
\boldsymbol{\Delta}<0 \tag{15}
$$

则$\dot V(x,t)<0$,故当矩阵不等式(15)成立时,由Lyapunov 稳定性理论知,闭环系统(4)是渐进稳定的.考虑到矩阵$\boldsymbol{F}=\mathrm{diag}(f_1,f_2,\cdots,f_n)$的特殊性,对式(15)左、右同时乘$\boldsymbol{P}^{-1}$,并令$\boldsymbol{P}^{-1}=\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{X}$,$\boldsymbol{Z}=\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{X}$,由Schur 补性质[10]得,式(15)等价于式(5).定理得证.

推论　对于线性时滞不确定系统(1),若采用无记忆状态反馈控制律$u(t)=\boldsymbol{K}x(t)$,则对于任意可能的传感器失效故障矩阵$\boldsymbol{F}\in\Omega$和标量$\beta>0$,若存在适当维数矩阵$\boldsymbol{K}$和正定对称矩阵$\boldsymbol{P}$,满足线性矩阵不等式:

$$
\begin{bmatrix}
\boldsymbol{W} & \boldsymbol{X}^{\mathrm T} & \sqrt{3}\boldsymbol{D} & \boldsymbol{X}^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_1^{\mathrm T} & \boldsymbol{X}^{\mathrm T}\boldsymbol{E}_2^{\mathrm T} & \boldsymbol{Y}^{\mathrm T}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}_3^{\mathrm T} & \boldsymbol{A}_2 \\
* & -\beta^{-1}\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 & 0 \\
* & * & * & * & * & -\boldsymbol{I} & 0 \\
* & * & * & * & * & * & -\beta\boldsymbol{I}
\end{bmatrix}
<0 \tag{16}
$$

则当传感器失效时闭环系统(4)仍渐进稳定.其中:

$$
\boldsymbol{X}=\boldsymbol{P}^{-1},\quad \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}
$$

$$
\boldsymbol{W}=\boldsymbol{A}_1\boldsymbol{X}+\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}_1^{\mathrm T}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{F}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm T}\boldsymbol{F}\boldsymbol{B}^{\mathrm T}
$$

3　仿真

考虑线性连续时滞不确定系统(1),其中:

$$
\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix}-0.9 & -0.3\\ -0.6 & -0.8\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}-0.1 & -0.2\\ -0.2 & -0.1\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.3 & 0.4\\ 0.2 & -0.5\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0.2 & 0\\ 0 & 0.1\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{E}_1=\begin{bmatrix}0.2 & 0.2\\ 0.3 & 0.1\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{E}_2=\begin{bmatrix}0.2 & 0.1\\ 0.3 & 0.1\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{E}_3=\begin{bmatrix}0.1 & 0.3\\ 0.2 & 0.1\end{bmatrix}
$$

$$
\boldsymbol{H}(t)=\begin{bmatrix}\sin(0.01t) & 0\\ 0 & \cos(0.01t)\end{bmatrix}
$$

针对传感器失效故障,矩阵$\boldsymbol{F}_0=\mathrm{diag}(1,1)$表示传感器正常情况,矩阵$\boldsymbol{F}_1=\mathrm{diag}(0,1)$和$\boldsymbol{F}_2=\mathrm{diag}(1,0)$分别表示传感器1,2 发生完全失效故障.引入状态反馈控制律(2),根据本文给出的定理,求解由矩阵$\boldsymbol{F}_0$、$\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$构成的线性矩阵不等式组LMIs,取$\alpha_1=0.1$,$\alpha_2=0.5$,可得

$$
\boldsymbol{X}=\begin{bmatrix}1.942\,0 & -0.469\,6\\ -0.469\,6 & 2.846\,5\end{bmatrix}
$$

$$Y = \begin{bmatrix} -2.6847 & -1.6763 \\ -2.7641 & 4.6278 \end{bmatrix}$$

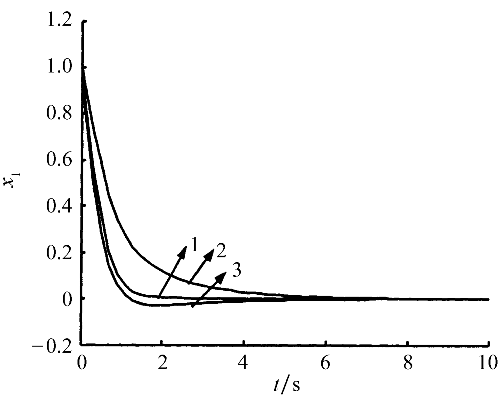
$$Z = \begin{bmatrix} -0.7860 & -1.3784 \\ 0.3873 & -0.2839 \end{bmatrix}$$

则

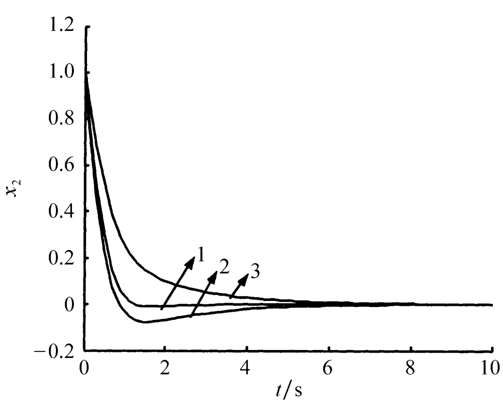
$$K_1 = YX^{-1} = \begin{bmatrix} -1.5882 & -0.8509 \\ -1.0730 & 1.4488 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = ZX^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5435 & -0.5739 \\ 0.1826 & -0.0696 \end{bmatrix}$$

分别取 $\tau = 0.1$ s，$h = 0.5$ s，系统初始条件为 $x(0) = [1,1]^{\mathrm{T}}$，对传感器在 $F_0 = \mathrm{diag}(1,1)$、$F_1 = \mathrm{diag}(0,1)$ 及 $F_2 = \mathrm{diag}(1,0)$ 情形下，其状态 x_1 和 x_2 的零输入响应曲线如图 1 所示. 图中，曲线 1 为传感器正常时系统的零输入响应，曲线 2 和曲线 3 分别为传感器发生 F_1 和 F_2 故障时状态 x_1 和 x_2 的零输入响应. 由仿真结果可以看出，系统在含有传感器故障时是渐进稳定的，说明本文所述方法对于具有状态滞后的不确定线性系统具有鲁棒完整性.



(a) 状态 x_1 的零输入响应



(b) 状态 x_2 的零输入响应

图 1　传感器失效故障情况下系统状态的零输入响应

ig. 1　Zero input response of state in case of sensor failures

4　结语

本文所提出的带时滞的状态反馈控制方法，可以确保一类线性时滞不确定系统当传感器发生失效故障时，仍然具有渐进稳定性. 在传感器正常和失效情况下，对系统中普遍存在的参数不确定性具有鲁棒稳定性，仿真实例验证了所提出方法的有效性和可行性. 同时，由于在控制器设计中，考虑了时滞对系统的影响，这样就减少了保守性，在工程实际应用中，具有一定的理论价值和实际意义.

参考文献:

[1] 严晞隽，高金源. 对一类传感器故障具有完整性的鲁棒容错控制[J]. 北京航空航天大学学报，2002，28(6)：679-681.

[2] 李志虎，童调生，邵惠鹤. 具有状态和控制滞后的不确定系统的鲁棒容错控制[J]. 湖南大学学报：自然科学版，2000，27(5)：60-64.

[3] 郑　英，方华京，谢林柏，等. 不确定离散时滞线性系统的完整性设计[J]. 系统工程与电子技术，2003，25(8)：974-999.

[4] 杨　虹，孙金生，王执铨，等. 时滞不确定系统的鲁棒容错控制[J]. 南京理工大学学报，2005，29(2)：132-143.

[5] 刘　鹏，周东华. 时滞线性系统完整性控制的容错性研究[J]. 上海海运学院学报，2001，22(3)：130-134.

[6] 刘　鹏，周东华. 不确定时滞线性系统的鲁棒容错控制研究[J]. 控制理论与应用，2003，20(1)：78-80.

[7] 李　炜，马喜成，薛　芳. 基于时滞状态反馈的线性时滞系统容错控制[J]. 兰州理工大学学报，2007，33(1)：79-83.

[8] CHENG C，ZHAO Q. Reliable control of uncertain delayed systems with integral quadratic constraints [J]. IEE Proc Control Theory Appl，2004，151(6)：790-796.

[9] JING Xingjian，TAN Dalong，WANG Yuechao. An LMI approach to stability of systems with severe time-delay [J]. IEEE Trans Automat Contr，2004，49(7)：1 192-1 195.

[10] 俞　立. 鲁棒控制-线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京：清华大学出版社，2002.