

文章编号: 1673-5196(2007)03-0038-04

基圆渐开线涡旋盘齿根综合应力集中系数的确定

强建国¹, 马 晓¹, 刘振全²

(1. 兰州理工大学 机电工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 石油化工学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 分析涡旋齿根应力集中的主要影响因素, 建立涡旋齿根应力集中的等效几何模型, 在不考虑涡旋齿面质量影响的前提下, 以齿根应力疲劳缺口系数和形状变化系数综合形成涡旋齿根综合应力集中系数, 并基于机械设计手册数据拟合得到涡旋齿根综合应力影响系数的简化计算公式, 实例说明计算结果与对应几何模型从《机械设计手册》中查取的结果吻合较好。

关键词: 涡旋机械; 涡旋齿根; 综合应力集中系数

中图分类号: TH 455 **文献标识码:** A

Determination of concentration coefficient of synthetic stress at roots of scroll wrap in form of circle involute

QI AN G Jian guo¹, MA Xiao¹, LI U Zhen quan²

(1. College of Mechano-Electronic Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 2. College of Petrochemical Technology, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: Main influencing factor on the stress concentration at the roots of scroll wrap was analyzed and an equivalent geometric model of this stress concentration was set up. On the premise of ignoring the surface quality of the scroll wrap, a concentration coefficient of synthetic stress at the root of scroll wrap was synthetically constituted according to fatigue notch coefficient and shape variation coefficient of the wrap roots and a simplified evaluation formula of influencing coefficient of the synthetic stress was also obtained by means of data fitting presented in "Machine Design Manual". It was shown by an actual illustrative computation that its result was well consistent with that looked up in machine design manual.

Key words: scroll machine; scroll wrap root; concentration coefficient of synthetic stress

涡旋机械属容积式机械, 它依靠一对啮合的动、静涡旋盘之间形成的涡旋腔容积变化实现工作过程。目前常见的涡旋型线主要有圆渐开线、正多边形渐开线、线段渐开线、半圆渐开线、阿基米德螺旋线和代数螺旋线等, 其中圆渐开线应用最为广泛。无论涡旋压缩机、发动机, 还是涡旋泵, 涡旋盘的工作环境和载荷都比较复杂, 同时由于涡旋齿根部形状突变, 此类问题无法得到解析解^[1], 且试验相当困难。近年来, 压缩腔涡旋齿内、外壁面型线以及涡旋腔几何模型、动力学、热力学、动涡旋盘变形等方面的研究文献很多^[2~6], 但在涡旋齿摩擦学、强度模型方面的研究文献很少, 涡旋齿的应力计算与试验研究

未见任何文献。显然, 研究涡旋机械的强度、寿命和可靠性等是涡旋机械研究非常紧迫的任务, 而涡旋齿根应力的计算是其强度模型研究的重要课题。

涡旋齿根应力计算需要解决两个重要难题, 一是设法在不计齿根应力集中的情况下涡旋齿根应力的解析计算, 二是考虑应力集中的影响因素综合计算涡旋齿根应力。本文在分析涡旋齿根形状变化特点的基础上结合一般机械设计中应力集中影响的解决方法, 讨论并分析涡旋齿根综合应力集中, 得出涡旋齿根应力集中系数的计算公式, 为涡旋齿根应力计算奠定了基础。

1 涡旋齿根应力集中的简化模型

1.1 基圆渐开线涡旋齿的几何模型

图1为高度为 H (z 方向)的等壁厚涡旋齿截

收稿日期: 2006-09-12

基金项目: 教育部博士点基金(2005731002)

作者简介: 强建国(1970-), 男, 甘肃天水人, 博士生, 副教授。

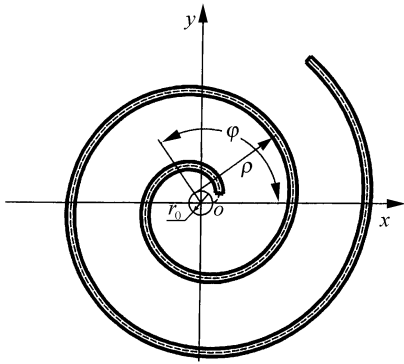


图 1 圆渐开线涡旋齿

Fig. 1 Scroll wrap in the form of circle involute

面,其内外壁面型线为渐开线.内外型线方程及涡旋齿中面曲率半径分别为

外壁面型线:

$$\begin{cases} x_o = r_0[\cos \varphi + (\varphi + \alpha)\sin \varphi] \\ y_o = r_0[\sin \varphi - (\varphi + \alpha)\cos \varphi] \end{cases} \quad \alpha \leq \varphi_s \leq \varphi \leq \varphi_e \quad (1)$$

内壁面型线:

$$\begin{cases} x_i = r_0[\cos \varphi + (\varphi - \alpha)\sin \varphi] \\ y_i = r_0[\sin \varphi - (\varphi - \alpha)\cos \varphi] \end{cases} \quad \alpha \leq \varphi_s \leq \varphi \leq \varphi_e \quad (2)$$

中面曲率半径:

$$\rho(\varphi) = r_0 \varphi \quad (3)$$

涡旋齿壁厚为

$$t = 2r_0 \alpha \quad (4)$$

式(1~4)中: r_0 为渐开线基圆半径, x_i 、 y_i 和 x_o 、 y_o 分别为内、外壁型线坐标, α 为渐开线理论初始展角, φ 为涡旋齿展角, φ_s 为涡旋齿实际起始展角, φ_e 为涡旋齿终止展角.

1.2 涡旋齿根应力集中的几何模型

图 2 为动涡旋盘涡旋齿截面,压缩腔工作时需密闭,理论上要求动涡旋盘齿根与静涡旋盘齿顶(或动涡旋盘齿顶与静涡旋盘齿根)对应形状完全相同,理想形状应没有齿根(或齿顶)圆角,但涡旋盘在加

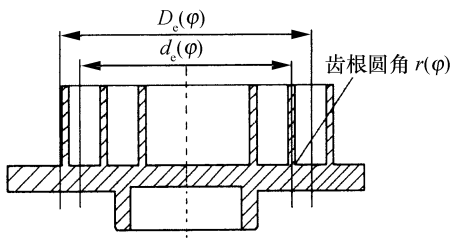


图 2 涡旋齿应力集中等效几何模型

Fig. 2 Equivalent geometrical model of stress concentration

工过程中齿顶和齿根必然存在过渡圆角,且很难保证动涡旋盘齿根与静涡旋盘齿顶(或动涡旋盘齿顶与静涡旋盘齿根)形状相同.涡旋齿形状复杂,而且齿根形状突变,齿根应力集中明显.由于涡旋齿曲率半径的连续变化,涡旋齿根应力集中影响因素的相关量必然也是连续的.而一般机械设计中应力集中问题对应的几何量是确定值,这使得计算、分析涡旋齿根应力集中时直接查取相关系数极不方便,查到的值是分段值.因此,可综合考虑涡旋齿根形状突变及涡旋齿曲率半径的连续变化,对任意展角 φ 处对应涡旋齿建立等效几何模型,并用此几何模型分析涡旋齿根应力集中,确定齿根综合应力集中系数 K_σ ,并设法得到以涡旋齿基本参数表达的简化计算公式.

如图 2 所示,对任意展角 $\varphi \in [\varphi_s, \varphi_e]$ 处对应的涡旋齿,由于齿厚较小,因此应力计算简化在齿厚中线 $r_0 \varphi$ 处.由于任意展角差为 2π 的涡旋齿沿法向的展开量为 $2r_0 \pi$,任意展角处涡旋齿对应的平均直径为 $2r_0 \varphi$,因此可把 $2r_0 \varphi$ 作为轴,与之对应的轴肩高为 $r_0 \pi$.设涡旋齿形状变化的等效直径分别为 $d_e(\varphi) = 2r_0 \varphi$ 、 $D_e(\varphi) = 2r_0(\varphi + \pi)$,齿根过渡圆角为 $r(\varphi)$,则 φ 处的综合应力集中系数可由直径为 $d_e(\varphi)$ 、 $D_e(\varphi)$ 及过渡圆角为 $r(\varphi)$ 的几何模型确定,该模型对应的材料、加工方法以及表面质量均与涡旋齿相同.

2 涡旋齿根综合应力集中系数的确定

2.1 综合应力集中系数

轴段应力集中的主要影响因素有过渡圆角、形状变化、表面质量等^[7],其对应的影响系数分别为疲劳缺口系数 K_{fs} 、形状变化系数 ϵ_s 和表面质量系数 β ,综合应力集中系数可由下式确定:

$$K_\sigma = \frac{K_{fs}}{\beta \epsilon_s} \quad (5)$$

2.2 涡旋齿根综合应力集中系数

涡旋齿精度要求高,由专用设备加工,且由于形状复杂而一般不作表面强化处理,因此可不考虑表面质量系数 β .考虑涡旋齿曲率半径随着展角 φ 变化,齿根综合应力影响系数 $K_\sigma(\varphi)$ 可表示为

$$K_\sigma(\varphi) = \frac{K_{fs}(\varphi)}{\epsilon_s(\varphi)} \quad (6)$$

由文献^[7], ϵ_s 可按 $d_e(\varphi)$ 值用表 1 分段查取.

为计算方便,对 ϵ_s 值用表 1 进行拟合.设尺寸影响相关系数 k_s 为

$$k_s = \begin{cases} 1.1 & \text{碳钢} \\ 1.0 & \text{合金钢} \end{cases} \quad (7)$$

表 1 形状变化系数 ϵ_σ

Tab.1 Shape variation coefficient ϵ_σ

$d_e(\varphi)$ /mm	>20~30	>30~40	>40~50	>50~60	>60~70
碳钢	0.91	0.88	0.84	0.81	0.78
合金钢	0.83	0.77	0.73	0.70	0.68
$d_e(\varphi)$ /mm	>70~80	>80~100	>100~120	>120~150	>150~500
碳钢	0.75	0.73	0.70	0.68	0.60
合金钢	0.66	0.64	0.62	0.60	0.54

$\epsilon_\sigma(\varphi)$ 可由下式计算:

$$\epsilon_\sigma(\varphi) = k_\sigma \left(0.5 + e^{\frac{\tau_0 \varphi}{70}} \right) \quad (8)$$

设

$$\frac{r(\varphi)}{d_e(\varphi)} = \frac{r(\varphi)}{2r_0\varphi} \quad (9)$$

$$\frac{D_e(\varphi) - d_e(\varphi)}{r(\varphi)} = \frac{2r_0\pi}{r(\varphi)} \quad (10)$$

由文献[7], $K_{f\sigma}$ 可按式(9)和式(10)的值用表 2 分段查取.

表 2 疲劳缺口系数 $K_{f\sigma}$

Tab.2 Fatigue notch coefficient $K_{f\sigma}$

$\frac{2r_0\pi}{r(\varphi)}$	$\frac{r(\varphi)}{2r_0\varphi}$	σ_b /MPa							
		400	500	600	700	800	900	1000	1200
0.01	0.01	1.34	1.36	1.38	1.40	1.41	1.43	1.45	1.49
	0.02	1.41	1.44	1.47	1.49	1.52	1.54	1.57	1.62
	2	0.03	1.59	1.63	1.67	1.71	1.76	1.80	1.84
	0.05	1.54	1.59	1.64	1.69	1.73	1.78	1.83	1.93
0.10	0.10	1.38	1.44	1.50	1.55	1.61	1.72	1.83	
	0.01	1.51	1.54	1.57	1.59	1.62	1.64	1.67	1.72
	0.02	1.76	1.81	1.86	1.91	1.96	2.01	2.06	2.16
	0.03	1.76	1.82	1.88	1.94	1.99	2.05	2.11	2.23
0.05	0.05	1.70	1.76	1.82	1.88	1.95	2.01	2.07	2.19
	0.01	1.86	1.90	1.94	1.99	2.03	2.08	2.12	2.21
	6	0.02	1.90	1.96	2.02	2.08	2.13	2.19	2.25
	0.03	1.89	1.96	2.03	2.10	2.16	2.23	2.30	2.44
10	0.01	2.07	2.12	2.17	2.23	2.28	2.34	2.39	2.50
	0.02	2.09	2.16	2.23	2.30	2.38	2.45	2.52	2.66

对 $K_{f\sigma}$ 值以表 2 进行拟合. 设 $\psi(\varphi)$ 为

$$\psi(\varphi) = \frac{\left(\frac{r(\varphi)}{2r_0\varphi} \right)^{0.1}}{1000} \quad (11)$$

$K_{f\sigma}(\varphi)$ 可由下式计算:

$$K_{f\sigma}(\varphi) = \left(\frac{r_0\pi}{r(\varphi)} \right)^{1/3} + \psi(\varphi)(\sigma_b - 400) \quad (12)$$

则涡旋齿根综合应力集中系数为

$$K_{\sigma}(\varphi) = \frac{\left(\frac{r_0\pi}{r(\varphi)} \right)^{1/3} + \psi(\varphi)(\sigma_b - 400)}{k_\sigma \left(0.5 + e^{\frac{\tau_0 \varphi}{70}} \right)} \quad (13)$$

3 计算与分析

直接取 $d_e(\varphi) = 2r_0\varphi$ 用式(10)计算 ϵ_σ , 按表 1 分段查取 ϵ_σ 并与计算结果比较(见图 3), 表明简化计算可行.

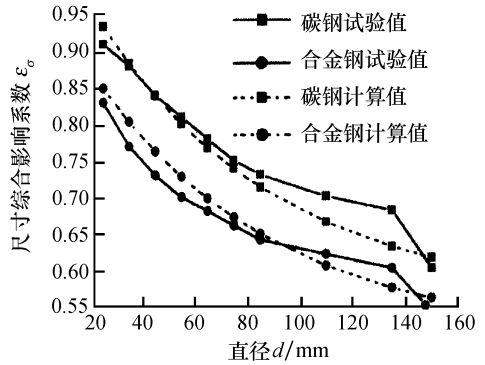


图 3 涡旋齿形状变化系数计算值与表 1 值比较

Fig.3 Comparison of calculated values of shape variation coefficient of scroll wrap to those given in Tab.1

由于涡旋齿根 $r(\varphi)$ 较小, $2r_0(\varphi + \pi)/r(\varphi)$ 与 $r(\varphi)/2r_0\varphi$ 的乘积为 π/φ , 因此与齿根圆角半径 $r(\varphi)$ 无关. 以表 3 方案计算疲劳缺口系数 $K_{f\sigma}$ 并与按表 2 查取的结果比较, 两者相差最大值不超过 7%, 说明拟合简化计算可行. 如图 4 所示为 $r_0 = 6, \varphi = 3\pi$ 时计算和查表的结果比较.

表 3 疲劳缺口系数 $K_{f\sigma}$ 的计算方案

Tab.3 Calculating scheme of fatigue notch coefficient $K_{f\sigma}$

基圆半径 r_0 /mm	涡旋齿根圆角 半径 $r(\varphi)$ /mm	基圆半径 r_0 /mm	涡旋齿根圆角 半径 $r(\varphi)$ /mm
4	2	5	2
	3		3
6	2	8	2
	4		4

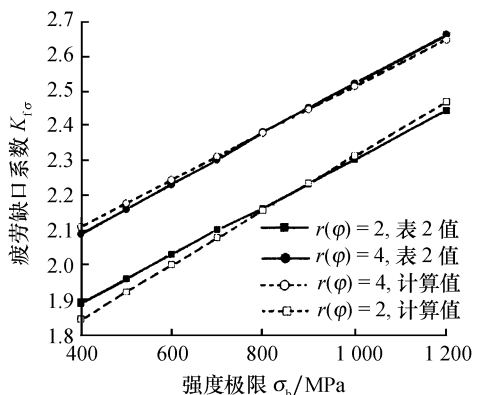


图 4 涡旋齿疲劳缺口系数计算值与表 2 值比较

Fig.4 Comparison of calculated values of shape variation coefficient of scroll wrap to those given in Tab.2

图5所示为 $r_0 = 6$ 、 $\sigma_s = 800$ MPa, 对应涡旋齿展角 $\varphi \in [2\pi, 10\pi]$ 时综合应力影响系数 $K_\sigma(\varphi)$ 的计算结果。

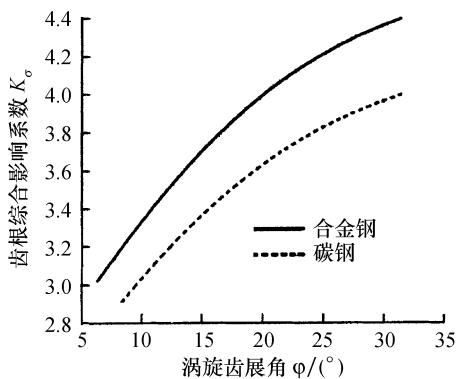


图5 涡旋齿齿根综合应力集中系数的计算结果

Fig. 5 Calculated results of synthetic stress concentration coefficient on the root of scroll wrap

由以上分析及拟合计算过程可知:

1) 由于涡旋齿根形状突变, 齿根应力集中严重, 齿根应力集中程度可用齿根综合应力集中系数表示。涡旋齿一般不作表面强化处理, 显然涡旋齿根应力集中的主要影响因素为齿根应力疲劳缺口系数 $K_{f\sigma}$ 和形状变化系数 ϵ_σ 。

2) 涡旋齿根综合应力集中影响对应的 $K_{f\sigma}$ 和 ϵ_σ 可用直径为 $d_e(\varphi) = 2r_0\varphi$ 、 $D_e(\varphi) = 2r_0(\varphi + \pi)$ 及过渡圆角为 $r(\varphi)$ 的几何模型分段查取, 经过对《机械设计手册》数据拟合得到的计算公式和查取结果相差不大, 可满足工程实践的要求, 而且计算结果连续, 避免了查取分段分布的缺点。

3) 从涡旋齿根综合应力集中系数的计算公式可知影响齿根应力集中的因素除涡旋齿根几何尺寸外, 涡旋齿的材料和最大涡旋齿的直径对齿根应力集中影响较大。显然, 实践中涡旋齿的有效圈数不能过多, 过多则必然使涡旋齿的形状变化系数增大, 材料的强度极限 σ_s 也不宜过大, 而且要尽量避免使用合金钢。

4) 要提高整个涡旋齿的强度, 显然不但需要合理匹配涡旋齿的基本参数, 还需要合理匹配涡旋齿的材料, 材料强度过高或过低都会对涡旋齿的强度造成不利影响。

4 结论

1) 涡旋齿根应力集中程度可用齿根综合应力集中系数表示, 其主要影响因素为齿根应力疲劳缺口系数 $K_{f\sigma}$ 和形状变化系数 ϵ_σ 。

2) 涡旋齿根综合应力集中影响对应的 $K_{f\sigma}$ 和 ϵ_σ 可用直径为 $d_e(\varphi) = 2r_0\varphi$ 、 $D_e(\varphi) = 2r_0(\varphi + \pi)$ 及过渡圆角为 $r(\varphi)$ 的几何模型分段查取, 经拟合得到的计算公式和查取结果相差不大, 可满足工程实践的要求。

3) 要提高整个涡旋齿的强度, 不但需要合理匹配涡旋齿的基本参数, 还需要合理匹配涡旋齿的材料。

参考文献:

- [1] 徐芝纶. 弹性力学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [2] WERNER S. 1994 International Compressor Engineering Conference [C]. West Laffette: Purdue University Press, 1994: 205-210.
- [3] CHEN Y, HALM N, BRAUN J. et al. Mathematical modeling of scroll compressor — part II: overall scroll compressor modeling [J]. International Journal of Refrigeration, 2002, 25(6): 751-764.
- [4] CHEN Y, HALM N, BRAUN J. et al. Mathematical modeling of scroll compressor — part I: compression process modeling [J]. International Journal of Refrigeration, 2002, 25(6): 731-750.
- [5] 杜桂荣, 刘涛, 邹再新, 等. 涡旋式压缩机动涡旋有限元分析方法 [J]. 机械工程学报, 1999, 35(4): 99-102.
- [6] CHIACHIN L, YUCHOUNG C, KUNY L. et al. Temperature and thermal deformation analysis on scrolls of scroll compressor [J]. Applied Thermal Engineering, 2005, 25(11, 12): 1724-1739.
- [7] 卜炎. 机械传动装置设计手册: 下册 [M]. 北京: 机械工业出版社, 1998.