

文章编号:1673-2049(2018)04-0113-07

# 考虑楼板影响的 RC 框架结构连续性倒塌 动力响应分析

罗维刚<sup>1,2</sup>, 黑晓丹<sup>1</sup>, 刘纪斌<sup>1</sup>, 李晓璐<sup>3</sup>

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 甘肃土木工程防灾减灾重点实验室,  
甘肃 兰州 730050; 3. 甘肃省水利水电勘察设计研究院有限责任公司, 甘肃 兰州 730000)

**摘要:**针对当前钢筋混凝土(RC)结构连续性倒塌的研究大多忽略楼板的影响,且使用零初始状态分析结构柱失效后的连续性倒塌与实际情况不相符的问题,采用非线性动力分析方法,以有限元软件 ABAQUS 为平台,应用基于 UMAT 二次开发接口 PQ-Fiber 的本构关系,研究了结构在角柱失效后楼板对结构抗连续性倒塌的影响及拆柱时间和初始状态对剩余结构动力响应的影响。结果表明:考虑楼板影响的结构动力响应明显小于不考虑楼板影响的情况,可见楼板对结构抗连续性倒塌能力提高显著;拆柱时间小于剩余结构自振周期的 1/4 时,拆柱时间越小,结构动力响应越明显,对结构抗连续性倒塌危害也越大;对比不同初始位移和初始速度状态下结构的动力响应,不考虑初始状态的结构连续性倒塌分析低估了初始状态对结构变形的影响。

**关键词:**连续性倒塌;楼板;动力响应;拆柱时间;初始状态

**中图分类号:**TU375.4 **文献标志码:**A

## Dynamic Response Analysis on Progressive Collapse of RC Frame Considering Contribution of Slab

LUO Wei-gang<sup>1,2</sup>, HEI Xiao-dan<sup>1</sup>, LIU Ji-bin<sup>1</sup>, LI Xiao-lu<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, Gansu, China;

2. Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation in Civil Engineering of Gansu Province,

Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, Gansu, China; 3. Gansu Province Water

Conservancy and Hydropower Survey Design Institute, Lanzhou 730000, Gansu, China)

**Abstract:** Aiming at the question that the contribution of slab was ignored in most studies of progressive collapse of reinforced concrete (RC) structure, and the analysis on progressive collapse after the loss of corner column by the zero initial conditions couldn't reflect the fact. With finite element software ABAQUS and the secondary development interface of UMAT PQ-Fiber construction relation, the nonlinear dynamic approach was applied to study the contribution of slab after the loss of corner column, the column-removal time and initial condition in the progressive collapse resistance. The results indicate that the dynamic response of structure considering the contribution of slab is less than the structure without considering the contribution of the slab, the improvement of slab in progressive collapse resistance is significant. When column-removal time is smaller than 1/4 of the natural vibration period of remaining structure,

收稿日期:2017-10-17

基金项目:甘肃省建设科技攻关项目(JK2013-18)

作者简介:罗维刚(1975-),男,甘肃景泰人,副教授,E-mail:luowg@lut.cn。

the smaller the column-removal time is, the more obvious the structural dynamic response is, and the greater the damage to the progressive collapse resistance of structure is. Compared with the dynamic responses of structures under different initial displacements and initial velocities, the analysis of structure progressive collapse without considering the initial condition underestimates the influence of initial condition on the deformation of structure.

**Key words:** progressive collapse; slab; dynamic response; column-removal time; initial condition

## 0 引言

结构连续性倒塌被定义为：“由于局部破坏最终导致整个结构的倒塌或与初始破坏不成比例地破坏”，自2001年纽约世贸大厦遇袭倒塌之后，结构抗连续倒塌研究一直备受重视，很多国家相继颁布了结构抗连续倒塌设计规范<sup>[1-2]</sup>，中国规范中也加入了相关条文<sup>[3]</sup>，很多学者开展了相关研究。

Qian等<sup>[4]</sup>通过试验研究带楼板考虑抗震设计、带楼板不考虑抗震设计、不带楼板考虑抗震设计和不带楼板不考虑抗震设计4种工况在角柱失效下的动力响应，结果表明钢筋混凝土(RC)楼板和抗震设计可以增大试件屈服强度和初始刚度，能显著提高试件延性。Orton等<sup>[5]</sup>研究了一个1:4缩尺比例的两层两跨缩尺模型中柱失效情况下结构的动力响应，并与单自由度模型的分析结果进行了比较，得出悬链线作用能够提高结构抗连续倒塌能力。梁益等<sup>[6]</sup>通过试验研究了在中柱失效的情况下带楼板和不带楼板的框架子结构破坏模式，试验表明楼板能显著提高子结构的峰值抗力(提高幅度达到45.6%)，楼板对于提高结构在整个倒塌过程中的抗力有显著作用，且对提高悬链线效应有扩大作用。结构连续性倒塌的非线性动力拆柱法考虑了材料和几何非线性，能比较真实地反映结构的倒塌，而Qian等<sup>[4-6]</sup>在研究中并未采用非线性动力拆柱方法。Liu等<sup>[7]</sup>分别采用非线性静力和非线性动力拆柱法拆除内柱、边柱，研究了板柱结构抗连续性倒塌的能力，结果表明：失去边柱对结构破坏更大；动力非线性拆柱法比静力非线性拆柱法更容易造成结构连续倒塌，压膜效应对板柱结构抗连续倒塌性能有提高作用。Liu等<sup>[7]</sup>研究的板柱结构连续性倒塌对于钢筋混凝土框架结构不具代表性。目前对结构连续性倒塌的研究大多集中于静态响应研究，有关拆柱时间和初始状态对结构连续性倒塌动力响应影响的研究较为缺乏。

本文以有限元软件ABAQUS为平台，采用DOD 2010和GSA 2003规定的非线性动力分析

法<sup>[8]</sup>，即“①拆除构件前，结构在竖向荷载作用下达至静力平衡；②迅速拆除目标构件，拆柱时间不大于剩余结构周期的1/10；③进行非线性动力分析直至结构破坏或达到一个稳定状态”，分别分析了RC框架结构在角柱失效情况下楼板对剩余结构动力响应的影响，以及在考虑楼板影响情况下，角柱的失效时间和初始状态对剩余结构动力响应的影响。

## 1 模型简介

采用简化的单自由度模型(图1)，该模型采用如下假设：①仅考虑结构位移时程曲线从开始到最大部分，因为其余部分的位移时程曲线不能体现剩余结构连续性倒塌行为；②不考虑阻尼的影响；③所采用的抗力函数不考虑结构初始状态的影响<sup>[4]</sup>。

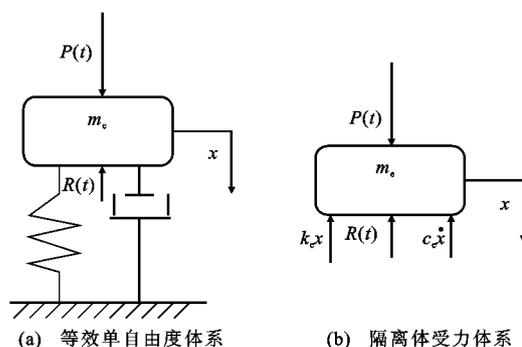


图1 简化的单自由度模型

Fig. 1 Simplified SDOF Model

结构的动力响应是通过动力平衡方程求解实现的，对于单自由度体系，在外部荷载作用下，其动力运动方程为<sup>[9]</sup>

$$m_e \ddot{x} + c_e \dot{x} + k_e x = P(t) - R(t) \quad (1)$$

式中： $t$ 为时间； $m_e$ 为广义等效质量； $c_e$ 为广义等效阻尼； $k_e$ 为广义等效刚度； $P(t)$ 为外部荷载； $R(t)$ 为节点反力； $x$ 、 $\dot{x}$ 、 $\ddot{x}$ 分别为位移、速度、加速度。

广义等效质量可以用如下公式表示<sup>[8]</sup>

$$m_e = \int m(z) [\psi(z)]^2 dz + \sum_k m_k [\psi(z_k)]^2 \quad (2)$$

式中： $m(z)$ 为分布荷载函数； $\psi(z)$ 为形状函数； $m_k$ 为在 $z_k$ 位置处的集中质量； $\psi(z_k)$ 为在 $z_k$ 位置处的

形状函数值。

Yu 等<sup>[10]</sup>指出相较于爆炸响应,连续性倒塌的发生时间短暂,阻尼所消耗的能量也微乎其微,一般分析中是不考虑阻尼影响的。

本文采用适用于配筋复杂的大型结构的组合式模型,模型中梁柱采用纤维梁模型,楼板采用分层壳模型。分层模型法在理论上最准确,能够很好地模拟框架结构在地震作用下的响应,在结构抗连续性倒塌研究中的准确性也已经被证实<sup>[11]</sup>。

模型中混凝土和钢筋的本构模型分别采用陆新征课题组开发的 PQ-Fiber 材料库中忽略混凝土抗拉强度的模型 Uconcrete01 和再加载刚度按 Clough 本构退化的随动硬化单轴本构模型 USteel02。利用 ABAQUS 软件提供的用户材料子程序接口 UMAT,将材料模型嵌入到 PQ-Fiber 材料库中。

## 2 试验验证

2011 年清华大学先后进行了框架柱、梁柱节点、三层四跨框架(图 2)的拟静力倒塌试验研究,并且公布了全部试验和数值模拟结果<sup>[12]</sup>。本文选取的模拟对象为三层四跨框架,混凝土和钢筋的材性参数见文献<sup>[11]</sup>。楼板采用 S4R 分层壳模型,梁柱采用 B31 纤维梁模型,混凝土和钢筋分别采用 PQ-Fiber 材料库中 Uconcrete01 和 USteel02。提取该框架的顶层位移和基底剪力,得到的数值模拟值与试验值对比如图 3 所示。可以看出,模拟曲线与实测曲线基本吻合,能够较好地模拟钢筋混凝土框架结构承载力、刚度变化以及滞回捏拢行为,但在加载位移幅值较大时模拟曲线较实测曲线略显饱满,且对强度退化现象反映不足。总的来说,通过纤维梁-分层壳模型可以较为精确地模拟结构中的材料属性、接触设置以及边界条件等,并论证了数值模型的准确性。本文采用 Uconcrete01 和 USteel02 本构关系在一定程度上可对钢筋混凝土框架结构的受力行为进行较好的预测。

## 3 动力响应分析

根据《混凝土结构设计规范》(GB 50010—2010)<sup>[3]</sup>和《建筑抗震设计规范》(GB 50011—2010)<sup>[13]</sup>,使用 PKPM 设计一个六层 RC 框架结构(图 4),短跨方向和长跨方向分别为 3 跨和 6 跨,跨度均为 6 m,层高 3.6 m。柱截面尺寸为 550 mm×550 mm,梁截面尺寸为 300 mm×500 mm,层高 3.6



图 2 钢筋混凝土框架试验

Fig. 2 RC Frame Test

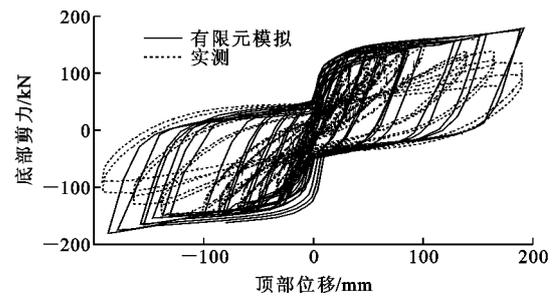


图 3 低周往复加载计算结果与实测结果对比

Fig. 3 Comparison of Calculation Results and Measured Results of Low Cyclic Loading

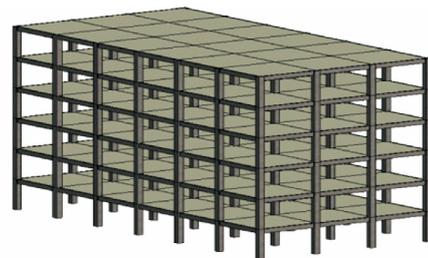


图 4 模型三维视图

Fig. 4 3D View of Model

m,楼板厚度均为 120 mm,设防烈度为 8 度,场地类别为 II 类,抗震等级为三级,设计基本地震加速度为 0.2g( $g$  为重力加速度),设计基准周期为 50 年,混凝土采用 C30,钢筋采用 HRB400。

### 3.1 楼板对连续性倒塌动力响应影响

分别建立 3 个数值模型:①带楼板 RC 框架;②不带楼板 RC 框架;③不带楼板将楼板质量以质量元形式分布到楼板四周梁上的 RC 框架。3 个模型除对楼板做不同的处理外其余与上节带楼板 RC 框架一致。3 个模型竖向应变云图如图 5~7 所示,3 个模型分析步和计算方法设置相同,角柱拆除通过“生死单元”技术实现,分别提取角柱拆除稳定后 3 个模型的竖向位移、速度和加速度时程曲线,如图 8~10 所示。表 1 为各模型参数竖向最大绝对值。

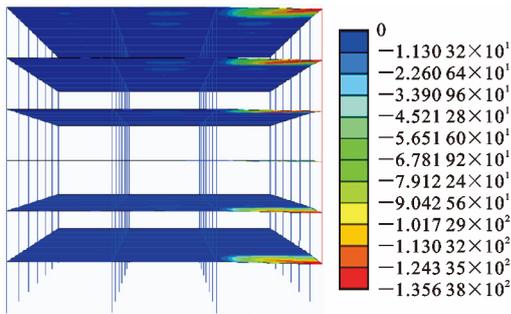


图 5 带楼板模型应变云图

Fig. 5 Strain Contour of Model with Slab

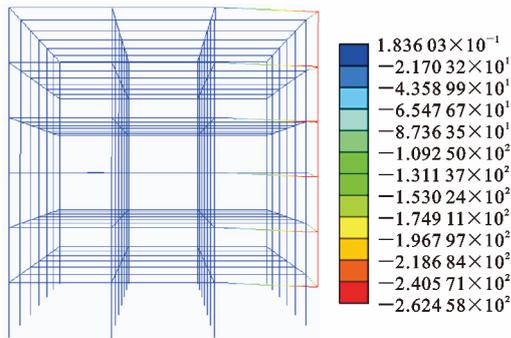


图 6 不带楼板模型应变云图

Fig. 6 Strain Contour of Model Without Slab

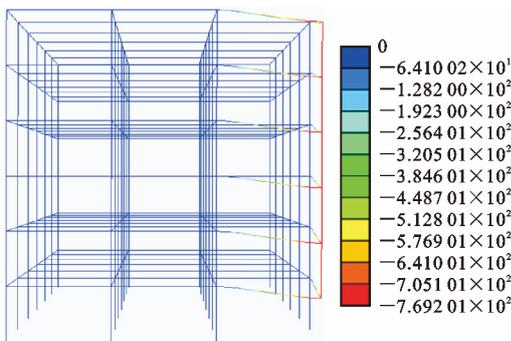


图 7 不带楼板加质量元模型应变云图

Fig. 7 Strain Contour of Model with Mass Slab

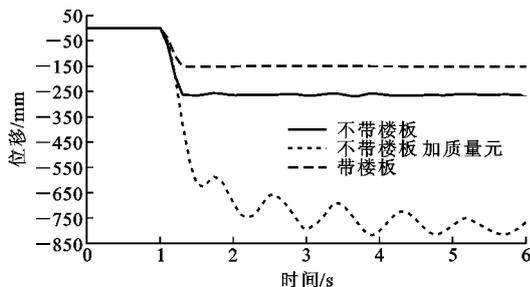


图 8 不同模型位移时程曲线

Fig. 8 Displacement Time History Curves of Different Models

分析图 8~10 和表 1, 比较加楼板质量元、不带楼板、带楼板的模型, 对比各自的位移、加速度和速

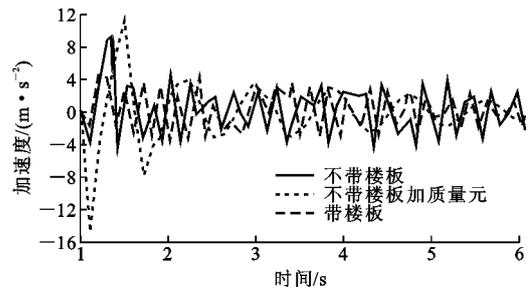


图 9 不同模型加速度时程曲线

Fig. 9 Acceleration Time History Curves of Different Models

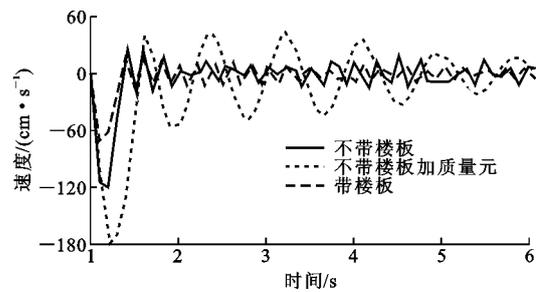


图 10 不同模型速度时程曲线

Fig. 10 Velocity Time History Curves of Different Models

表 1 各模型参数竖向最大绝对值

Tab. 1 Vertical Maximum Absolute Values of Parameters in Models

模型类型	带楼板	不带楼板	不带楼板加质量元
$ A _{\max}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-2})$	12 912.2	17 209.3	20 018.9
$ V _{\max}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	756.433	1 326.430	1 835.970
$ U _{\max}/\text{mm}$	156.647	276.789	816.604

注:  $|A|_{\max}$  为竖向最大绝对加速度;  $|V|_{\max}$  为竖向最大速度;  $|U|_{\max}$  为竖向最大位移。

度时程曲线, 得出其竖向位移、竖向加速度和竖向速度从大到小依次均为: 不带楼板加质量元、不带楼板、带楼板。带楼板模型最大位移响应比不带楼板最大位移响应小 43.5%; 不带楼板最大位移响应比不带楼板加质量元最大位移响应小 66%。带楼板模型最大加速度响应比不带楼板最大加速度响应小 38.4%, 不带楼板最大加速度响应比不带楼板加质量元最大加速度响应小 37.7%。带楼板模型最大速度响应比不带楼板最大速度响应小 43.1%, 不带楼板最大速度响应比不带楼板加质量元最大速度响应小 27.6%。

可见, 楼板对 RC 框架模型的抗连续性倒塌能够起到显著的提高作用, 带楼板的 RC 框架模型动力响应都明显小于不带楼板的纯 RC 框架模型和

作用,仅考虑其质量,更有效证明楼板的拉膜效应对结构抗连续性倒塌有着不容忽视的作用。

### 3.2 拆柱时间对连续性倒塌动力响应影响

将结构的外部荷载和节点划分为 3 个阶段<sup>[4]</sup>:

①角柱拆除前结构的重力荷载通过转移,对该角柱失效点(下文简称“失效点”)施加了一个等效的外部荷载,此时由于角柱尚未拆除,对结构的竖向位移造成约束,失效点的反力和外部荷载值大小一致,处于静态平衡;②角柱拆除阶段  $0 < t < \Delta t$  ( $\Delta t$  为拆柱时间),从 0 到  $\Delta t$ ,失效点反力开始减小直至最后为 0,相反失效点的外部荷载不断增大直至达到  $P(t)$  稳定为止,通过动量定理,利用 Duhamel 积分将不断增大的  $P(t)$  转化为一系列单位脉冲序列<sup>[9]</sup>;③角柱拆除后剩余结构达到另一个静力平衡状态。

假定体系初始位移和初始速度均为 0,当  $t > \Delta t$  时,失效点处于恒荷载作用阶段,此时失效点的动力效应可以用下列公式表述<sup>[14]</sup>。

利用 Duhamel 积分得位移  $u_{dy}(t)$  为

$$u_{dy}(t) = 1/(m\omega) \int_0^{\Delta t} (P_0/\Delta t)t \sin[\omega(t-\tau)]d\tau \quad (3)$$

求得最大位移  $u_{dymax}$  为

$$u_{dymax} = u_{st} [1 + |\sin((\pi T/\Delta t)/(\pi T/\Delta t))|] \quad (4)$$

则有

$$D = 1 + |\sin((\pi T/\Delta t)/(\pi T/\Delta t))| \quad (5)$$

式中: $P_0$  为恒载; $\omega$  为自振频率; $u_{st}$  为静位移。

可见结构最大位移取决于拆柱时间与结构自振周期的比值。采用非线性动力分析方法,考虑楼板作用,分别设角柱失效时间  $t_f$  为  $0.025T, 0.075T, 0.1T, 0.25T, 0.5T, 0.75T, T$  和  $1.5T$ ,分析采用能够模拟构件失效的 Newmark- $\beta$  动力隐式法,使用 Newton-Raphon 法进行迭代计算<sup>[9]</sup>。分别提取失效柱顶点的竖向位移、加速度和速度时程曲线,如图 11~13 所示。提取不同拆柱时间结构的最大竖向位移、最大竖向速度和最大竖向加速度,如表 2 所示。由表 2 得出:当小于  $0.25T$  时,拆柱时间对结构的动力响应影响显著且越小影响越大;拆柱时间在  $0.25T \sim T$  之间时,随拆柱时间增大,结构动力响应变化呈减小趋势;当拆柱时间大于  $T$  时,结构的动力响应随拆柱时间增加呈收敛趋势。因此,柱失

表 2 不同拆柱时间对应的参数竖向最大绝对值

Tab. 2 Vertical Maximum Absolute Values of Parameters Corresponding Column-removal-time

$\Delta t$	$0.05T$	$0.075T$	$0.1T$	$0.25T$	$0.5T$	$0.75T$	$T$	$1.5T$
$ A _{max}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-2})$	29 712.40	22 693.20	12 912.20	5 823.26	4 365.18	3401.20	1 771.67	1 525.89
$ V _{max}/(\text{mm} \cdot \text{s}^{-1})$	836.558	805.726	756.433	457.482	447.094	342.489	257.296	227.454
$ U _{max}/\text{mm}$	171.500 0	164.932 0	156.647 0	112.017 0	109.710 0	98.854 3	89.738 8	86.047 5

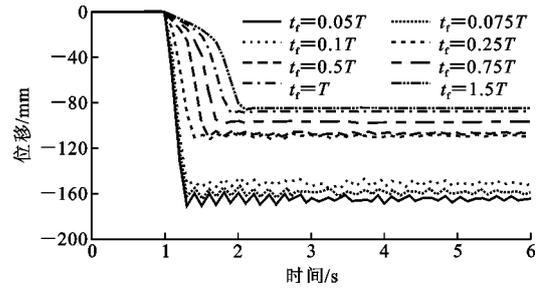


图 11 不同角柱失效时间的位移时程曲线

Fig. 11 Displacement Time History Curves at Different Failure Time of Corner Column

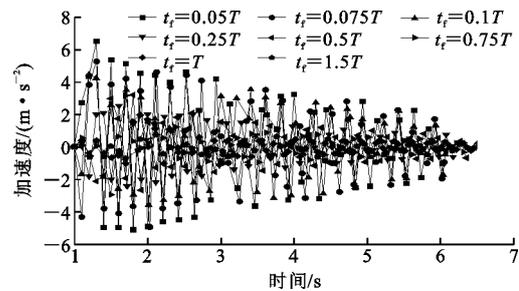


图 12 不同角柱失效时间的加速度时程曲线

Fig. 12 Acceleration Time History Curves at Different Failure Time of Corner Column

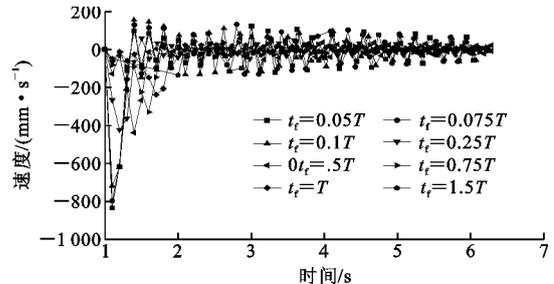


图 13 不同角柱失效时间的速度时程曲线

Fig. 13 Velocity Time History Curves at Different Failure Time of Corner Column

效时间越小对结构抗连续性倒塌危害越大,通常以非线性动力分析法分析连续性倒塌时,拆柱时间一般取小于剩余结构周期的  $1/10$ ,美国 GSA 2003 和 DOD 2010 也规定,采用非线性动力法分析结构连续性倒塌时柱失效时间不得小于剩余结构周期的  $1/10$ 。

### 3.3 初始状态连续性倒塌动力响应影响

结构的初始状态包括初始位移、初始速度、初始

变形、初始荷载(外荷载)和阻尼等,通常对结构连续性倒塌的分析都假定结构的初始状态为 0,这些与爆炸、冲击等突发情况造成的结构连续性倒塌非零初始状态都不符。由于爆炸、冲击等偶然荷载造成的结构柱破坏与在破坏的结构柱顶点施加竖向非零初始速度和初始位移非常相似,这些非零的初始状态影响着结构的动力响应。

根据 Nanci 和 Shalva<sup>[15]</sup> 单摆模型,考虑初始位移  $u_0$  和初始速度及不考虑和考虑阻尼时的结构位移响应  $u$  表达式分别为

$$u = u_0 \cos(\omega t) + v_0 \sin(\omega t) \quad (6)$$

$$u = [u_0 \cos(\omega_D t) + u_0 \xi \omega \sin(\omega_D t) / \omega_D] e^{-\xi \omega t} \quad (7)$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad (8)$$

不考虑初始速度仅考虑初始位移时以及不考虑和考虑阻尼时结构位移响应表达式分别为

$$u = u_0 \cos(\omega t) \quad (9)$$

$$u = u_0 [\cos(\omega_D t) + \xi \sin(\omega_D t) / \sqrt{1 - \xi^2}] e^{-\xi \omega t} \quad (10)$$

式中: $v_0$  为初始速度; $e = 2.72$ ; $\xi$  为阻尼比。

本文分别建立了考虑不同初始速度和不同初始位移的 2 组带楼板数值模型,角柱失效时间设为  $0.1T$ ,分析其初始状态对结构动力响应的影响。规定初始向上的位移和速度为负,向下的为正。

比较图 14, 15 得出:这些非零的初始状态影响着结构体系的动力响应。对于结构连续性倒塌,向上的初始位移比向下的初始位移对结构的破坏更严重,向上的初始位移越大,结构的竖向变形越大,这是由于向上位移引起的附加应变能最终会被向下的位移引起的应变能消耗。相比而言,初始向下的位移有助于减小结构最大竖向位移。这是因为初始向下的位移已经引起结构向上的抵抗力,使得在结构发生向下位移阶段的有效荷载变得越来越小,结构动力响应更缓和。同样,向上的初始速度比向下的初始速度对结构的破坏更严重,结构向上的初始速度越大,则竖向位移也越大。

### 4 结 语

(1)通过对比带楼板、不带楼板和不带楼板加质量元 3 个 RC 框架模型,发现 3 个模型动力响应从大到小依次为不带楼板加质量元、不带楼板、带楼板,楼板的参与能够显著提高结构的抗连续倒塌能力,不带楼板模型竖向位移比带楼板的大 43.5%,可见楼板在结构抗连续倒塌设计研究中的作用不容忽视。

(2)使用非线性动力分析方法,分别取  $0.05T$ ,

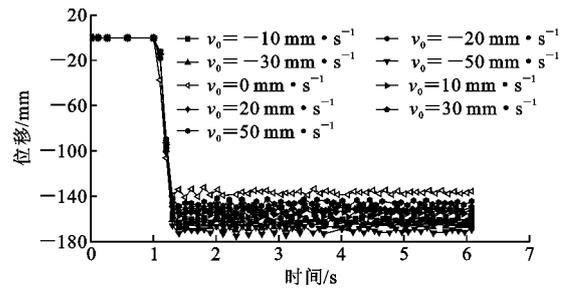


图 14 不同初始速度的时间-竖向位移曲线

Fig. 14 Time-vertical Displacement Curves with Different Initial Velocities

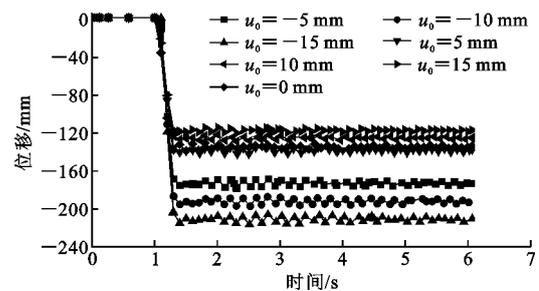


图 15 不同初始位移的时间-竖向位移曲线

Fig. 15 Time-vertical Displacement Curves with Different Initial Displacements

$0.075T, 0.1T, 0.25T, 0.5T, 0.75T, T$  和  $1.5T$  的拆柱时间,研究发现,当拆柱时间小于  $0.25T$  时,剩余结构的动力响应变化幅值最为显著,破坏最严重;当拆柱时间为  $0.25T \sim T$  时,剩余结构动力响应变化幅值趋于平缓,当拆柱时间大于  $T$  时,剩余结构动力响应幅值基本无变化,趋于收敛状态。美国 GSA 2003 和 DOD 2010 规定“使用非线性动力分析方法研究结构连续性倒塌时,柱失效时间不得大于剩余结构自振周期的  $1/10$ ”,根据本文研究结论,当拆柱时间小于  $0.25T$  时,拆柱时间对剩余结构动力响应影响显著,使用  $0.1T$  能够满足结构抗连续倒塌的设计研究。

(3)对比不同初始位移和初始速度状态下结构的变形,发现以往不考虑初始状态的结构连续性倒塌分析低估了初始状态对结构的变形影响,结构向上的初始位移和初始速度对结构的连续性倒塌有着不利的影响,而向下的初始位移和初始速度有着有利的影响。

### 参考文献:

#### References:

[1] DOD 2010, Design of Buildings to Resist Progressive Collapse[S].  
 [2] GSA 2003, Progressive Collapse Analysis and Design

- Guidelines for New Federal Office Buildings and Major Modernization Projects[S].
- [3] GB 50010—2010. 混凝土结构设计规范[S].  
GB 50010—2010, Code for Design of Concrete Structures[S].
- [4] QIAN K, LI B. Quantification of Slab Influences on the Dynamic Performance of RC Frames Against Progressive Collapse[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2015, 29(1):04014029.
- [5] ORTON S L, KIRBY J E. Dynamic Response of a RC Frame Under Column Removal[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2014, 28(4):04014010.
- [6] 梁 益, 陆新征, 李 易, 等. 楼板对结构抗连续倒塌能力的影响[J]. 四川建筑科学研究, 2010, 36(2):5-10.  
LIANG Yi, LU Xin-zheng, LI Yi, et al. Influence of Slabs on the Progressive Collapse Behavior of Structures[J]. Sichuan Building Science, 2010, 36(2):5-10.
- [7] LIU J, TIAN Y, ORTON S L, et al. Resistance of Flat-plate Buildings Against Progressive Collapse. II: System Response[J]. Journal of Structural Engineering, 2015, 141(2):04015053.
- [8] 陆新征, 李 易, 叶列平. 混凝土结构防连续倒塌理论与设计方法研究[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.  
LU Xin-zheng, LI Yi, YE Lie-ping. Theory and Design Method for Progressive Collapse Prevention of Concrete Structures[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011.
- [9] 克拉夫·R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 王光远, 译. 2版. 北京: 高等教育出版社, 2006.  
CLOUGH R, PENZIEN J. Dynamics of Structure [M]. Translated by WANG Guang-yuan. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [10] YU J, GUO Y Q. Nonlinear SDOF Model for Dynamic Response of Structures Under Progressive Collapse [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2016, 142(3):04015103.
- [11] QIAN K, LI B. Analytical Evaluation of the Vulnerability of RC Frames for Progressive Collapse Caused by the Loss of a Corner Column[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2015, 29(1):04014025.
- [12] 陆新征, 叶列平, 潘 鹏, 等. 钢筋混凝土框架结构拟静力倒塌试验研究及数值模拟竞赛 II: 关键构件试验 [J]. 建筑结构, 2012, 42(11):23-26.  
LU Xin-zheng, YE Lie-ping, PAN Peng, et al. Pseudo-static Collapse Experiments and Numerical Prediction Competition of RC Frame Structure II: Key Elements Experiment[J]. Building Structure, 2012, 42(11):23-26.
- [13] GB 50011—2010. 建筑抗震设计规范[S].  
GB 50011—2010, Code for Seismic Design of Buildings[S].
- [14] 史奉伟, 王 来, 董 硕. 考虑楼板作用的钢框架抗连续倒塌动力分析[J]. 钢结构, 2016, 31(8):13-17.  
SHI Feng-wei, WANG Lai, DONG Shuo. The Dynamic Analysis for Anti-progressive Collapse of Steel Frame Structure with Composite Floor Slabs[J]. Steel Construction, 2016, 31(8):13-17.
- [15] BUSCEMI N, MARJANISHVILI S. SDOF Model for Progressive Collapse Analysis [C]// ASCE. 2005 Structures Congress. New York: ASCE, 2005:1-12.