

# Logistic扩频序列在 MC-CDMA 系统中的性能分析

王雯<sup>1</sup>, 黎锁平<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学计算机与通信学院, 兰州 730050; 2. 兰州理工大学运筹与控制研究所, 兰州 730050)

**摘要:**文章通过对 Logistic映射产生的混沌序列的特性进行定量分析,证明了 Logistic映射序列在 MC-CDMA 系统中能够实现扩频通信的适应性;随后在分析影响 MC-CDMA 系统信噪比及误码率主要因素的基础上,在 MC-CDMA 下行链路基于 BPSK 调制方式,选择 m 序列、Gold 序列、Logistic映射混沌序列分别作为扩频序列进行了实验仿真,揭示了系统误码率随序列长度、用户数、子载波数、信噪比的变化关系。在用户数和序列长度一定的情况下,信噪比在 8dB 之前,使用三种序列系统的误码率几乎相同,在信噪比为 12dB 之后 Logistic 序列误码性能明显优于其它两序列。而在序列长度和系统信噪比一定的情况下,在 8 个用户之前采用不同扩频序列系统误码率区分不明显,而在 8 个用户之后,随着用户数的增多,Logistic 序列与其它两序列的误码率区分更加清楚。

**关键词:**MC-CDMA; 混沌序列; 误码率; 信噪比

**中图分类号:** TN914.42    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-8329(2008)02-0001-05

## Performance Analysis of Logistic Spread Frequency Sequence in MC-CDMA System

WANG Wen<sup>1</sup>, LI Suo-ping<sup>2</sup>

(1. College of Computer and Communication, Lanzhou University of Technology; 2. Institute of Operations Research and Cybernetics, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** This paper proved Logistic map is adaptability for spread frequency sequence in MC-CDMA systems through analyzing the key points of chaotic spread frequency sequences; then, the author analyzes main factors of affecting the signal-to-noise (SNR) and the bit error rate in MC-CDMA system, chooses downlink and uses BPSK modulates; meanwhile, the experiments have been done with logistic sequence, m sequence and Gold sequence to show how the sequence length, the user number, the number of subcarrier and the signal-to-noise influence the bit error rate in MC-CDMA system. Hypothesis user number and sequence length invariable, when SNR no more than 8dB, the experiment get the nearly same bit error rate; when after 12dB, the Logistic sequence's performance obviously to surpass other two sequences. Hypothesis the sequence length and SNR invariable, only more than 8 users, the discrimination between logistic sequence and another two sequences is more distinctive.

**Key words:** MC-CDMA; chaotic sequences; bit-to-error ratio; signal-to-noise ratio

**基金项目:**教育部“春晖计划”基金(Z2006-1-62006)、甘肃省高校研究生导师科研基金、兰州理工大学优秀中青年教师基金(Q200106)资助。

**作者简介:**王雯(1981-),女,侗,通信与信息系统专业硕士研究生。研究方向为现代通信信号分析。

# 1 引言

MC-CDMA 是将 CDMA (Code Division Multiple Access)与多载波调制 (MCM)如 OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing)等技术融为一体采用给定的扩频序列对经过串并变换后的数据流进行时域扩频的一种综合技术<sup>[1]</sup>。扩谱序列是 MC-CDMA 的关键要素,扩频序列的选择及其类型、长度决定着整个系统的设计和性能的实现。根据 Golomb 对伪随机序列提出的公设,理想的 MC-CDMA 系统对扩频序列的选择应满足:(1)每个扩频序列的自相关函数应该是一个冲激函数,即除了零时延外,其值应处处为零;(2)每对扩频序列的互相关函数值应该处处为零。

以往文献关于 MC-CDMA 多用二元序列作为地址码,如 m 序列,Gold 序列,正交 Gold 序列等,但用二元序列存在着地址码数量过少、相关性能不理想的缺点,从而无法满足不断提高的系统容量的要求<sup>[1,2]</sup>。混沌系统不但是具有高度伪随机特性的可同步确定性非线性系统,而且某些映射(如 Logistic 映射)产生的序列具有强的自相关和互相关特性。同时由于混沌系统对初始状态和参数的高度敏感性,因此可以产生大量的混沌集合,实现良好的通信效果<sup>[3-5]</sup>。为此本文首先通过对 Logistic 映射产生的混沌序列的特性进行定量分析,证明了 Logistic 映

射序列在 MC-CDMA 系统中能够实现扩频通信的适应性;随后在分析影响 MC-CDMA 系统信噪比及误码率主要因素的基础上,在 MC-CDMA 下行链路基于 BPSK 调制方式,选择 m 序列、Gold 序列、Logistic 映射产生的混沌序列分别作为扩频序列进行了一系列的仿真实验,验证了理论分析结果的正确性,通过比较揭示了 Logistic 映射产生的混沌序列作为 MC-CDMA 扩频序列的性能及其优越性。

## 2 Logistic 映射及其序列性能分析

Logistic 映射是最简单的一个混沌映射。其动力学方程可表示为

$$x_{n+1} = f(x_n, r) = rx_n(1 - x_n) \quad (1)$$

其中  $r$  为可控参数,  $x_n \in [1, 0]$ , 当  $r = r_c = 3.5699$  时,该系统呈现典型的混沌态<sup>[6]</sup>。

### 2.1 序列长度和不同初始值对 Logistic 映射的影响

首先文献 [7, 8]对产生混沌扩频序列的混沌映射 Logistic map 和 Kentmap 进行了分析,根据 Golomb 提出的公设,证明了这两种混沌序列在理论上互相关函数很理想,但均值不为零。文献 [9]提出了一种改进型的 Logistic 映射。但这些都是基于序列无限长时进行的推导,在实际应用中是不易实现的。此处经过计算我们得到了 Logistic 映射序列的互相关函数(表 1)。

表 1 序列长度和序列相关均方根的关系 (a 为序列长度, b 为相关均方根)

a	100	200	300	400	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
b	0.0671	0.0289	0.0279	0.0248	0.0229	0.0150	0.0147	0.0118	0.0100	0.0089	0.0081

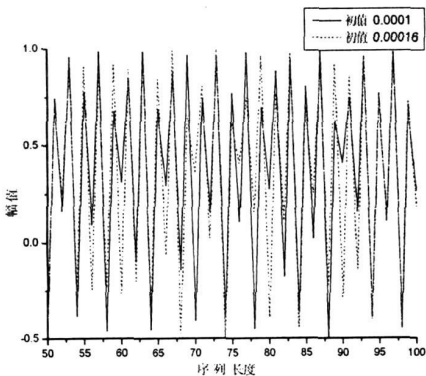


图 1 不同初值 logistic 混沌序列的比较

由表 1 可见, Logistic 映射的互相关特性会随着

混沌序列长度的增加而趋于理想情况。特别是混沌序列长度由 100 到 1000 时,序列的互相关值减少的幅度很大;混沌序列长度增加到 2000 之后互相关函数数值变化的幅度明显降低。实际应用时混沌序列长度可根据情况进行选择。

另外,在序列长度取为 1000,  $r = 4$ , 序列初值分别为 0.0001 和 0.00016 的条件下,根据 (1) 式我们模拟了不同初值下的两个 Logistic 映射混沌序列(见图 1)。可以看到迭代初值仅有  $6 \times 10^{-5}$  的扰动,却引发了其不确定性按指数级的迅速扩大。实验中在精度为  $1 \times 10^{-5}$  的情况下,第 14 个取值开始

两个序列就已出现差异。因此 Logistic映射混沌序列表现出了对初值极强的敏感性。

## 2.2 Logistic混沌序列的产生及其统计特性

在跳频通信中存在 N个跳频点并给定一个位于 (-1, 1)区间的初值时,则用 (1)式迭代后的下一个值一定落在 (-1, 1)中,如此由 (3)式再经过反复 N次迭代,便可产生 N个位于 (-1, 1)的值  $\{X_1, X_2,$

$$\langle \theta(l) \rangle = \left\langle \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_p(x_j) T_p(x_{j+1}) \right\rangle = \int_{-1}^1 T_p(x) T_p^{l+1}(x) \rho(x) dx$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{-1}^1 \frac{x^2}{\pi \sqrt{1-x^2}} dx = \frac{1}{\pi} \left[ \arcsin x - \frac{1}{2} (x \sqrt{1-x^2} + \arcsin x) \right]_{-1}^1 = 0.5, l=0 \\ \int_{-1}^1 T^2(x) \rho(x) dx = 0, \quad l \neq 0 \end{array} \right.$$

其中  $\rho(x) = 1/(\pi \sqrt{1-x^2}) (x \in (0, 1))$  为混沌序列的概率分布密度函数; l为自相关间隔;  $T_p(x_{j+1}) = \cos(\text{pcos}^{-1}(\cos(\text{pcos}^{-1}(x_j))))$ , 当  $l \neq 0$  时,  $x_{j+1} = \varphi^l(x_j) = \varphi(\varphi \dots \varphi(x_j) \dots)$  关于  $x_i = 0$  偶对称 ( $\varphi(x)$  为引进函数)。

(2) Logistic映射产生的混沌序列的互相关函数为零,即序列不相关。因为独立选取初始值不同的两个序列  $x_i, x_j$  后,其互相关函数

$$\langle \theta_{p,q}(l) \rangle = \left\langle \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n T_p(x_j) T_q(x_{j+1}) \right\rangle = \int_{-1}^1 T_p(x) T_q^{l+1}(x) \rho(x) dx$$

$$= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 x_i \varphi^l(x_j) \rho_1(x_i) \rho_2(x_j) dx_i dx_j = 0$$

上述过程证明了 Logistic映射产生的混沌序列满足 Golomb公设。又因为 Logistic映射产生的序列长度可以无限扩大,而扩频序列的长度与系统容量成正比,这样序列长度越长扩频性能越突出;同时初值细微的不同对结果又有很大影响,即 Logistic映射能提供大量的序列作为扩频地址码。这充分说明 Logistic映射很适合作为扩频序列在 MC-CDMA系统中应用。

## 3 MC-CDMA系统基本性能分析

MC-CDMA系统是频域扩频系统。在如图 2所示的 MC-CDMA系统发射模型中,输入的窄带信号经过串并后与混沌序列相乘得到宽带信号。一个二进制序列在 MC-CDMA系统中进行扩频再经 BPSK调制发射,则第 K个用户的发射信号可表示为:

$$s^{(k)}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} u^{(k)}[n] h(t-nT_c) \sum_{l=0}^{L-1} e^{j(w_l t + \psi_{k,l})} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u^{(k)}[n] h(t-nT_c) \sum_{l=0}^{L-1} \cos(w_l t + \psi_{k,l}) \quad (2)$$

其中  $u^{(k)}[n] = A C_d^{(k)}[n] d^{(k)}[n]$ , A为幅度,  $d^{(k)}[n]$  是二进制序列,  $C_d^{(k)}[n]$  是相应的扩频序列 ( $k = 0, 1, 2, \dots, K-1; n = 1, 2, \dots, N$ ),  $h(t)$  是码片整形滤波器的冲激响应,  $w_l, \psi_{k,l}$  分别是第 l个子载波的载波频率和载波相位, L是载波个数。

经过不同的信道延迟  $\tau_k$  后,可以得到系统的接收信号为

$\dots, X_N \}$ 。这样通过 Logistic映射使数列中的每个值与一个特定的跳频频道相对应,从而便产生了 Logistic混沌序列。此混沌系统是确定性系统,但却呈现出类随机特性,因而我们可以像研究随机信号一样研究混沌信号。并且我们得到:

(1) Logistic映射产生的混沌序列的自相关函数为一冲击函数。这是因为

$$s(t) = n(t) + \sum_{k=0}^{K-1} u(t-\tau_k) \cos(w_c t + \varphi_k) \quad (3)$$

其中  $\varphi_k = \theta_k - w_c \tau_k$ , 相对延迟  $\tau_k = \text{mod}(\tau'_k, T)$ 。

在理想的功率控制下,把经过延迟后的信号  $s(t)$  依次输入到不同用户的相关接收机中,在  $t = nT$ 时刻得到的采样输出信号为

$$Z_i = \sum_{k=0}^{K-1} \int_0^T u(t - \tau_k) c_i(t) (\cos(2\omega_c t + \varphi_k) + \cos\varphi_k) dt + \int_0^T n(t) c_i(t) \cos\omega_c t dt$$

$$= A \sum_{k=0}^{K-1} \int_0^T c_k(t - \tau_k) d_k(t - \tau_k) c_i(t) (\cos(2\omega_c t + \varphi_k) + \cos\varphi_k) dt + \int_0^T n(t) c_i(t) \cos\omega_c t dt$$

其中  $K$  是总的用户数,  $n(t)$  是功率为  $N_0/2$  的零均值高斯白噪声。

对接收信号的第  $i$  用户, 令  $\tau_i = 0, \theta_i = 0, \varphi_i = 0$ , 则可分析  $t = nT$  时刻的采样信号经过高频滤波后的接收信号为

$$Z_i = \left\{ b_{i0} T + \sum_{k=1, k \neq i}^K [b_{k-1} R_{k,i}(\tau_k) + b_{k0} R_{k,i}(\tau_k)] \cos\varphi_j \right\} + \int_0^T n(t) c_i(t) \cos\omega_c t dt$$

其中  $R_{k,i}(\tau) = \int_0^T a_k(t - \tau) a_i(t) dt$  是连续时间部分互相关函数;  $b_{k,i}$  表示第  $K$  个用户数据序列中第  $i$  个数据,  $T$  为脉冲宽度。

令  $\tau = T_c + \eta, 0 \leq \eta < T_c$ , 则  $R_{k,i}(\tau_k)$  可以用离散非周期互相关函数  $C_{k,i}$  来表示, 即

$$R_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(1-N)(T_c - \eta) + C_{k,i}(1+1-N)\eta$$

上式对应的采样信号为

$$R_{k,i}(\tau) = C_{k,i}(1)(T_c - \eta) + C_{k,i}(1+1)\eta \quad (4)$$

利用上述结果, 在对第  $i$  用户所有假设条件都成立的理想情况下, 由信噪比的定义可得, MC-CDMA 的系统信噪比为:

$$SNR_i = \left\{ \frac{1}{6N^3} \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1-N}^{N-1} [2C_{k,i}^2(1) + C_{k,i}(1)C_{k,i}(1+1)] + \frac{N_0}{2AT} \right\}^{1/2} \quad (5)$$

又因为在高斯信道 (AWGN) 中, 二相键控 (BPSK) 的误码率  $P_e = Q(\sqrt{|E(\tilde{s}_k)|^2 / \text{var}(\tilde{s}_k)})$  (其中  $\tilde{s}_k$  是系统的判决变量)。由中心极限定理得到输出信号的表达式即为  $Z_i$  式中的第一部分, 可以将其近似认为是高斯变量<sup>[10-11]</sup>。并且该式的最后一部分为高斯加性噪声。所以可以认为输出信号是服从高斯分布的随机变量。从而可得

$$P_e = Q(SNR_i) = 1 - \Phi(SNR_i) \quad (6)$$

其中  $\Phi$  是标准高斯分布函数。

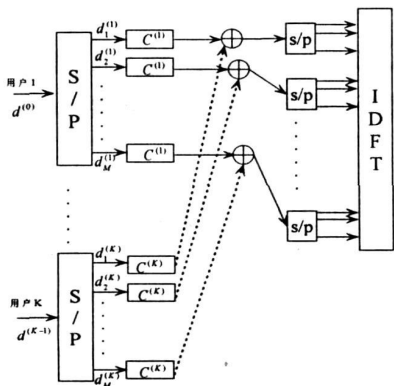


图 2 MC-CDMA 系统发射模型

由上述分析可见, 输出信号  $Z_i$  中由第  $K$  个用户信号引起的干扰主要受时延、相位、用户数据和扩频序列离散非周期互相关函数的影响, 因而系统的信

噪比也同样受这些因素的影响, 并且扩频序列的离散非周期相关函数是直接影响用户信噪比的主要因素。同时, (6) 式表明 MC-CDMA 系统的信噪比同误码率成反比, 信噪比越大误码率越小。

## 4 数值仿真与分析

为进一步分析采用 Logistic 映射产生的混沌扩频序列的 MC-CDMA 系统的性能。基于上述分析, 我们选择  $m$  序列、Gold 序列和 logistic 映射产生的混沌序列分别作为扩频序列, 做了 MC-CDMA 的下行链路基于 BPSK 调制方式下的仿真。仿真在理想的功率控制, 所有用户的功率相等, 信道噪声为加性高斯白噪声 (均值为 0), 并且已知信道冲激响应和噪声功率的情况下进行。同时为了获得比较准确的结果, 仿真过程中设定试验次数近似于目标误比特率 (BER) 倒数的 1000 倍。整个仿真我们将所得数据导入 Origin 6.1 中得到仿真结果。

图 3 是基于蒙特卡罗方法的 Logistic 序列误码率仿真流程图。该仿真基于随机数信号的产生原理, 统计分析信号传输过程中由于噪声干扰作用下的误码率。从图 3 可以看出, 在信号进行调制后, 在信道中对信号采用加性高斯白噪声进行干扰。调

制信号在一个加性信道传输, 最后再经过取样判决。即将经过噪声干扰和延迟的数据与原始信号产生的误码率相比较, 比较仿真结果见图 4。图 4 在 10 个用户、系统信噪比分别为 4, 7, 10, 13 的情况下, 给出了系统误码率和载波个数的关系。可以看出, 随着载波数的增加系统的误码率先减少后增加, 且当信噪比超过 10 以后系统的误码率曲线变陡, 即下降的幅度增大。但总的趋势是误码率和信噪比成反比, 这与 (6) 式的理论结果相符。

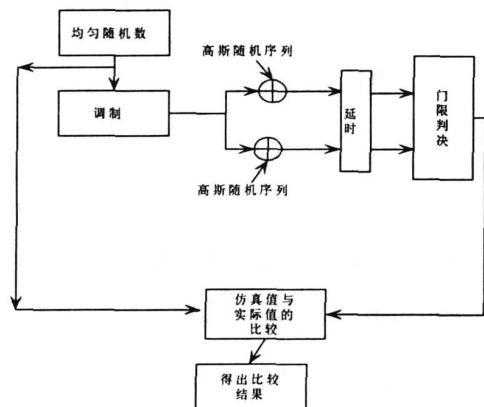


图 3 Logistic 序列误码率仿真流程

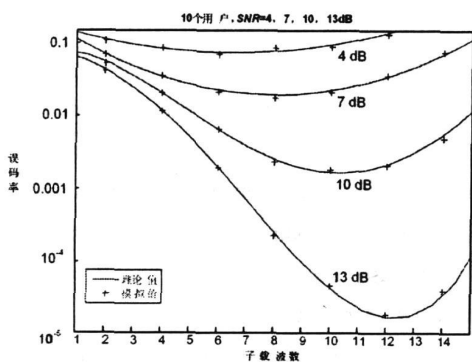


图 4 Logistic 序列信噪比与载波数的关系

为进一步说明影响系统误码率的因素, 图 5 和图 6 通过仿真验证了用户数、序列长度、信噪比、误码率的关系。在用户数和序列长度一定的情况下得到图 5 的仿真结果, 由图可见信噪比在 8dB 之前, 使用 m 序列, Gold 序列和 Logistic 序列, 系统的误码率几乎相同; 随着信噪比的增大 m 序列的误码率明显劣于其它两个序列, 在信噪比为 12dB 之后 Logistic 序列误码性能明显优于 Gold 序列和 m 序列。子载波数在序列长度和系统信噪比一定的情况下得到图 6 的仿真结果, 反映了三种序列的系统误码率的变化情况。由图可见在 8 个用户之前采用不同扩频序列的系统误码率区分不明显, 而在 8 个用户之后

m 序列的性能跟其它两个序列明显区分开了, 随着用户数的增多, Logistic 序列与 Gold 序列的误码率的区分也更加清楚了。

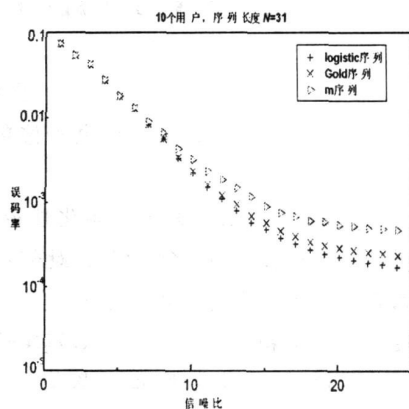


图 5 误码率和信噪比的关系

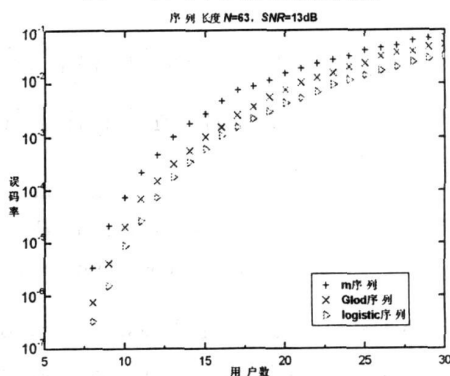


图 6 误码率和用户数的关系

对 m 序列而言其线性反馈移位寄存器产生的序列数目有限, 虽然 Gold 序列产生的伪随机序列比 m 序列多, 而且它们都有很好的互相关特性, 但在应用在 MC-CDMA 系统中序列之间并不是正交的, 即同周期的不同序列之间存在较大的互相关峰值, 会产生用户间的多址干扰, 所以在仿真中 m 序列和 Gold 序列的性能不及 Logistic 序列。

## 5 结束语

通过分析和仿真实验可以看到 Logistic 混沌序列的自相关和互相关特性都能较好的满足 MC-CDMA 系统扩频序列的要求。而且由于 Logistic 混沌序列具有非常强的初值敏感性因此序列数量是非常巨大的, 这是 m 序列和 Gold 序列所不能比的。本文还通过 2 个具体的对比实验来验证了 Logistic 混沌序列作为 MC-CDMA 系统的扩频序列的性能确实强于 m 序列和 Gold 序列。 (下转第 10 页)

统。系统达到 40k跳/s的跳频速度, 1024个跳频频道, 108MHz~189.84MHz的跳频频带, 400kHz的最小跳频间隔, 小于 0.5s的初始同步时间以及小于 30s的同步最大时差。

本高速跳频通信系统和同类系统相比最大的优势体现在它 40k跳/s的超高速跳频速率和近百兆的跳频带宽上。通过和国内外类似系统进行比较, 40k跳/s的跳频速率处于技术领先地位。各关键模块性能优良, 接口一致且工作稳定, 可以灵活组合成多种数字通信系统的基带部分。相信本文对今后数字通信系统基带部分的集成设计、研究和实现具有很强的借鉴意义。

## 参考文献

[1] 梅文华等. 跳频通信 [M]. 国防工业出版社, 2005.

(上接第 5 页)

## 参考文献

[1] S Hara and R Prasad. Overview of multicarrier CDMA [J]. IEEE Communications Magazine, 1997, 35(12): 126~133.

[2] Naoto Ohkubo, Tamoaki Ohtsuki. A peak to average power ratio reduction of multicarrier CDMA using selected mapping [J]. IEEE, 2002, 2086~2090.

[3] Dilip V Sarwate, Michael B Pursley. Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences [J]. Proc of the IEEE, 1980, 68(5): 593~619.

[4] MB Pursley. Performance Evaluation for Phase-Coded spread-Spectrum Multiple-Access Communication - Part I: System Analysis [J]. IEEE Trans Communications, 1977, 25: 795~799.

[5] T Kohda, A Tsuneda. Even and odd correlation functions of chaotic Chebyshev bit sequences for CDMA [J]. IEEE

[2] 夏宇闻. Verilog数字系统设计教程 [M]. 北京航空航天大学出版社, 2003年 7月第 1版.

[3] Uwe Meyer-Baese 著, 刘凌, 胡永生译. 数字信号处理的 FPGA 实现 [M]. 清华大学出版社, 2003年 1月第 1版.

[4] 梅文华, 张志刚. 一类新的宽间隔跳频序列族的构造 [J]. 电波科学学报, 2002, 17(1): 16~20.

[5] 张申如, 梅文华, 王庭昌. 计数式 TOD 跳频码发生器算法的构造 [J]. 电子与信息学报, 2002, 24(8): 1096~1101.

[6] TI TMS320C5000 Assembly Language Tools Users Guide [Z]. America, 2002.

[7] TI TMS320C5000 Chip Support Library API Reference Guide [Z]. America, 2002.

[8] Altera Cyclone Datasheet [Z]. America, 2004.

(收稿日期: 2007-11-08)

1994, 2: 391~395.

[6] 关新平, 范正平. 混沌控制及其在保密通信中的应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002.

[7] Heinz George Schuster. Deterministic Chaos: An Introduction (2nd Edition) [M]. Physik-Verlag, 1984.

[8] Heikari-Bateri G, McGille M C D. A chaotic direct-sequence spread-spectrum communication system [J]. IEEE Trans on Communications, 1994, 42(2~4): 1524~1527.

[9] 王亥, 胡建栋. 改进型 Logistic-Map 混沌扩频序列 [J]. 通信学报, 1997, 8: 72~78.

[10] 张贤达, 保铮. 通信信号处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.

[11] K Yao. Error probability of asynchronous spread spectrum multiple access communication systems [J]. IEEE Trans Communications, 1977, 25: 803~809.

(收稿日期: 2007-10-22)