

代价参考粒子滤波在故障诊断中的应用*

Cost Reference Particle Filter Application on Fault Diagnosis

王林军

(兰州理工大学机电工程学院, 兰州 730050)

摘要:针对故障诊断中经常遇到非高斯、非线性的噪声,利用代价参考粒子滤波进行噪声处理,并将该方法中固定的遗忘因子改为自动调整的遗忘因子,同时对该方法中的概率质量函数用代价函数表示改为用风险函数来表示,提高了处理突变事件的能力。仿真结果表明,该方法比传统的粒子滤波方法具有更好的滤波效果。

关键词:故障诊断 代价参考粒子滤波 遗忘因子 概率质量函数

Abstract: To deal with the non-Gaussian and nonlinear noise encountering frequently in fault diagnosis by the method of cost reference particle filter. In this method the fixed forgotten factor was replaced by automatically adjust forgotten factor, and the cost function was replaced by the risk function in the expression of probability mass function. This method improves the handling capacity of the catastrophic event. Simulation results shows that the method have the better filtering effect than the traditional particle filter method.

Key words: fault diagnosis cost reference particle filter forgotten factor probability mass function

0 引言

自动的故障诊断是机器人自动系统的一个基本问题。在设计一个故障自动诊断系统时,经常遇到非高斯、非线性的噪声。对于这类噪声的滤波方法可以分为两类:(1)EKF^[1](扩展卡尔曼滤波)和 UKF^[2](Unscented 卡尔曼滤波);(2)粒子滤波(PF)。粒子滤波是一种利用一些随机样本(粒子)来标识系统状态变量的后验概率分布的递推贝叶斯滤波方法。随着计算机性能的提高,粒子滤波由于在处理非线性、非高斯系统方面的优势得到日益广泛的应用。序贯重要采样法(SIS)^[3]是目前应用最广泛也是最基本的一种粒子滤波方法,该方法存在退化现象,滤波一段时间后粒子之间的权值两极分化,仅具有较大的少数粒子对结果起主导作用,而其他粒子则对结果几乎没有影响。消除退化主要依赖于两个关键技术——选取适当重要密度函数和进行再采样^[4]。对前者的改进方法包括 EKPF,UPF^[5],APF^[6]等,而后者当前的重采样方法主要有:RR(residual resampling),SR^[7](systematic resampling)等。以上方法从不同程度、不同角度改进了 SIS 方法,但是重采样技术带来了粒子枯竭的问题,同时

也带来了不能进行并行处理的问题。以上方法统称为统计参考粒子滤波(SRPF)。

本文根据 JOAQUIN MIGUEZ 提出的代价参考粒子滤波^[8,9]方法,使用代价函数来代替统计参考粒子滤波中的后验概率密度函数,使用风险函数来进行下一步预测及更新,消除了粒子枯竭的问题,并将该方法中固定的遗忘因子的改为自动调整的遗忘因子,对该方法中的概率质量函数用代价函数表示改为用风险函数来表示,可以更好地进行滤波。

1 状态方程和代价函数

设系统的状态方程一般为

$$x_t = f_x(x_{t-1}) + \mu_t, \quad (1)$$

$$y_t = f_y(x_t) + \nu_t. \quad (2)$$

式(1)为状态方程,式(2)为量测方程,其中 f_x 为状态转移函数, f_y 为量测转移函数, μ_t 为系统噪声(非高斯非线性), ν_t 为量测噪声(非高斯非线性)。

设系统的代价函数为 C_t ,根据式(2),代价函数可表示为

$$\Delta c(x_t, y_t) = \|y_t - f_y(x_t)\|^q, \quad q=1, 2, \dots. \quad (3)$$

*基金项目:国家自然科学基金项目编号(50606015)资助。

作者简介:王林军,副教授。

找到代价函数的递归分解,就能利用粒子滤波器算法在代价函数的最小值附近构造其随机近似网格,因此代价参考粒子滤波算法是对代价函数的局部表示,使状态信号最小代价估计的计算容易实现。

代价函数的递归函数可表示为

$$c(x_{0:t}|y_{1:t}, \lambda) = \lambda c(x_{0:t-1}|y_{1:t-1}) + \Delta c(x_t|y_t), \quad (4)$$

其中, $0 \leq \lambda < 1$ 为遗忘因子,作用是当数据序列较长时,避免旧的观测数据的权重过大。在此采用自动调整的遗忘因子,主要是若根据状态变量的快变化选择较小的遗忘因子,则在状态变量变化慢时从数据中得到的信息较少,将导致状态变量估计误差指数增大,对于扰非常敏感;若根据状态变量的慢变化选择较大的遗忘因子,能记忆很老的数据,则会对状态变量的快速变化反应不敏感。所以,对于动态特性变化较大的系统,应随着动态特性的变化自动调整遗忘因子。当系统状态变量变化快时,自动选择较小的遗忘因子以提高滤波精度;在状态变量变化较慢时,自动选择较大的遗忘因子增加记忆长度,使滤波精度提高。于是, λ 可表示为

$$\lambda = 1 - \frac{\Delta c(x_t|y_t)}{\sum_{k=0}^k \Delta c(x_k|y_k)}. \quad (5)$$

在(4)式中,第三项是代价增益函数,用于对代价函数的更新。由代价函数的递归方程得知,当代价函数大时,估计效果不理想,当代价函数小时,则 $x_{0:t}$ 接近真实的状态;因此,寻找低代价函数的粒子是该滤波器的主要设计思想。

风险函数是根据观测 y_t 判断 $t-1$ 时刻的状态估计是否满足要求的,是一个步长的预测。根据(1)式和(4)式可得风险函数为

$$R(x_{t-1}|y_t) = \Delta c[f_x(x_{t-1})|y_t]. \quad (6)$$

根据(3)式代价函数的定义可得

$$R(x_t|y_{t+1}) = \|y_{t+1} - f_z[f_x(x_t)]\|^q. \quad (7)$$

构建权重粒子集,设粒子集为 Ξ ,则在 t 时刻的粒子集可表示为

$$\Xi_t = \{x_t^i, c_t^i\}_{i=1}^M, \quad (8)$$

其中, $c_t^i = c(x_{0:t}^i|y_{1:t}, \lambda)$ 当观测量从 y_t 到 y_{t+1} 的状态轨迹的网格是随机传播的,以便能够更新权重粒子集。

2 算法

首先,进行对权重粒子集进行初始化。

(1) 在边界点 I_{x_0} 处,提取 M 个粒子 $x_0^i \sim U(I_{x_0})$,其中 $U(I_{x_0})$ 是正态分布,并指定它们的代价为 0,则初始加权粒子集为

$$\Xi_0 = \{x_0^i, c_0^i\}_{i=1}^M, \quad (9)$$

其中 $c_0^i = 0$ 。

(2) 选择 $t+1$ 时刻的最佳网格轨线

目标为了复制低代价粒子,放弃高代价粒子。这一过程由重采样方法实现,重采样保持了粒子代价,是随机网格朝着代价函数的局部最小值变化,即最小代价状态估计。由式(4)和(6)可得,对于 $i=1, 2, \dots, M$, 计算粒子 i 的风险值:

$$R_{t+1}^i = \lambda c_t^i + R(x_t^i|y_{t+1}). \quad (10)$$

根据粒子风险对粒子进行重采样。设概率质量函数为 π , 则它服从表达式

$$\hat{\pi}_{t+1}^{(i)} = \frac{(R_{t+1}^{(i)})^{-1}}{\sum_{i=1}^M (R_{t+1}^{(i)})^{-1}}. \quad (11)$$

式(11)有一个缺点:在有些情况下,可能 $\max_{i=1} \{R_{t+1}^{(i)}\} - \min_{i=1} \{R_{t+1}^{(i)}\}$ 比风险函数的平均值 $\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M R_{t+1}^{(i)}$ 小很多;因此,对(11)式改进为

$$\pi_{t+1}^{(i)} = \frac{(R_{t+1}^{(i)} - \min R_{t+1}^{(i)} + \delta)^\beta}{\sum_{i=1}^M (R_{t+1}^{(i)} - \min R_{t+1}^{(i)} + \delta)^\beta}. \quad (12)$$

其中减去了最小的风险函数,加进了 δ 和 β 两个参数, $0 < \delta < 1$, $\beta > 1$, 可以通过减少 δ 或增加 β 的值来提高对于低代价粒子的分辨率。由马尔科夫链的详细平衡方程可得,把大的概率质量函数赋给低代价的粒子,把小的概率质量函数赋给高代价的粒子。根据概率质量函数 $\hat{\pi}_{t+1}^i$, 重采样 $\{x_t^i\}_{i=1}^M$ 可以得到一个中间的权重粒子集。特别地,我们选择有着 $\hat{\pi}_{t+1}^k$ 的 $x_t^k = \hat{x}_t^k$, 于是可以构建粒子集为 $\hat{\Xi}_t = \{\hat{x}_t^i, \hat{c}_t^i\}_{i=1}^M$, 其中 $\hat{c}_t^i = c_t^k$ 。

(3) $t+1$ 时刻粒子的随机传播

选择一个任意的条件概率密度函数 $P_{t+1}(x_{t+1}|x_t)$, 满足条件

$$E_{P_{t+1}(x_{t+1}|x_t)}[f_x(x_{t+1})] = f_x(x_t). \quad (13)$$

根据所选择的传播概率密度函数,提取新的粒子

$$x_{t+1}^i \sim P_{t+1}(x_{t+1}^i | \hat{x}_t^i). \quad (14)$$

然后,根据(4)式,可得更新代价函数

$$c_{t+1}^i = \lambda \hat{c}_t^i + \Delta c(x_{t+1}^i|y_{t+1}), \quad (15)$$

其中, $\Delta c_{t+1}^i = \Delta c(x_{t+1}^i|y_{t+1})$ 。

于是更新的粒子集为

$$\Xi_{t+1} = \{x_{t+1}^i, c_{t+1}^i\}_{i=1}^M. \quad (17)$$

(4) 估计 $t+1$ 时刻的系统状态

最小代价的估计首先要求出拥有最大概率质量函数的第

i_0 个粒子,第 i_0 个粒子所拥有的 $t+1$ 时刻的状态即为状态从 $0 \sim t+1$ 时刻的最小均值,表示为

$$i_0 = \arg \max \{ \pi_{t+1}^{(i)} \}, \quad (18)$$

$$\tilde{x}_{0:t+1}^{\min} = x_{0:t+1}^{(i_0)}. \quad (19)$$

3 仿真

在一个典型的诊断系统中,机器接从传感器上接受到一个连续的数据,然后处理数据成为离散的数据,如下所示:

$$z_t \sim p(z_t | z_{t-1}), \quad (20)$$

$$x_t = \mathbf{A}(z_t)x_{t-1} + \mu_t, \quad (21)$$

$$y_t = \mathbf{B}(z_t)x_t + v_t, \quad (22)$$

其中, z_t 为离散状态; x_t 为状态方程; y_t 为量测方程; \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 分别为状态转移矩阵和量测转移矩阵,在此取 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为随机矩阵; μ_t 和 v_t 分别为状态噪声和量测噪声,取为混合高斯噪声,表示为:

$$\mu_t \sim 0.3N(0, \sqrt{0.2} I_2) + 0.4N(0, I_2) + 0.3N(0, \sqrt{10} I_2), \quad (23)$$

$$v_t \sim 0.3N(0, 0.2) + 0.4N(0, 1) + 0.3N(0, 10). \quad (24)$$

取初始值 $p(z_0) = (0.5, 0.5)$, 且

$$p(z_1 | z_0) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix},$$

由此可得到 z_t, x_t 和 y_t 的图形,见图 1

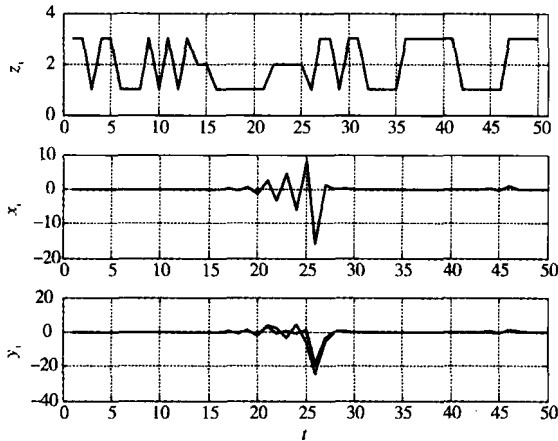


图 1 z_t, x_t, y_t 的图形

由图 1 可知,机器在大约 25 s 时检测到故障。为了排除噪声干扰,逐进行粒子滤波。取代价函数 $\Delta c(x_t | y_t) = |y_t - \mathbf{B}(z_t)x_t|$, $c(x_0) = 0$, 根据上述的算法进行滤波,并且与标准的粒子滤波(SIS)进行比较,见图 2

由图 2 可知,CRPF 粒子滤波比标准粒子滤波的准确度更高,更接近于真实状态,该方法提高了粒子滤波的准确度,有利于进行更精确的噪声处理。

4 结束语

本文所提的 CRPF 粒子滤波使用代价函数来代替统计参考粒子滤波中的后验概率密度函数,使用风险函数来进行下一步预

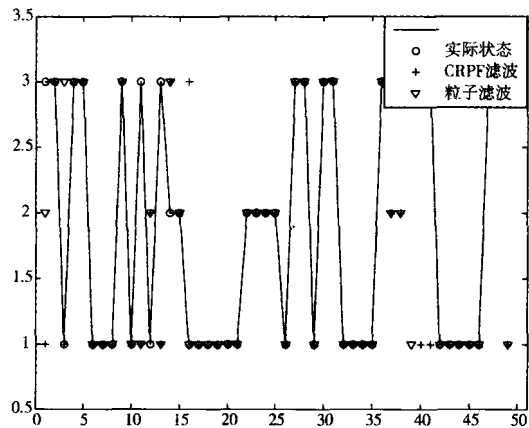


图 2 CRPF 粒子滤波和标准粒子滤波的比较

测及更新,提高了粒子滤波的准确度。作者下一步的工作把该方法应用于不同的环境以加以的改进,提高该方法的应用范围。

参考文献

- [1] ANDERSON B D O Y, MOORE J B. Optimal filtering[M]. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1979.
- [2] JULIER S, UHLMAN J, DURRANT WHYTE H F. A new method for the nonlinear transformation of means and co-variance in filters and estimators[J]. IEEE trans on automatic control, 2000(45):477-482.
- [3] DOUCET A, FREITAS J F G, GORDON N J. An introduction to sequential Monte Carlo method [M]. New York: Springer-Verlag, 2001.
- [4] ARULAMPALA S, MASKELL S, GORDAN N. A tutorial on particle filters for online nonlinear/nongaussian bayesian tracking [J]. IEEE transaction on Signal Processing, 2002, 50(2): 174-188.
- [5] RUI YONG, CHEN YUNQIANG. Better proposal distributions: object tracking using unscented partial filter [C]. Proc. of IEEE CVPR 2001, Kauai, Hawaii, December 11-13, 2001; II 786-793.
- [6] PITT M, SHEPHARD N. Filtering via simulation: Auxiliary particle filters[J]. J Amer statist Assoc, 1999, 94(446): 590-599.
- [7] MIODRAG BOLIC, PETAR MIODRAG BOLIC, PETAR. New resampling algorithm-hms for particle filters [C]. 2003 IEEE International Conference, April 2003; II 589-592.
- [8] JOAQUIR MIGUEZ, MONICA F BUGALLO, PETAR M DJURIC. A new class of particle filters for random dynamic systems with unknown statistics [J]. EUSASIP Journal on Applied Signal Processing, 2004(15):2278-2294.
- [9] JOAQUIR MIGUEZ, MONICA F BUGALLO, PETAR M DJURIC. Novel particle filtering algorithms for fixed parameter estimation in dynamic systems [J]. Proceedings of the 4th International Symposium on Image and Signal Processing and Analysis, 2005(05):46-51.