

文章编号: 1673-5196(2018)04-0084-06

基于改进的萤火虫算法优化粒子滤波方法

曹洁^{1,2}, 荆银银¹, 王进花¹

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 甘肃省制造业信息化工程研究中心, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 针对粒子滤波算法权值退化和多样性匮乏造成的滤波精度下降问题, 提出了权值抖动萤火虫算法和不完全重采样结合的方法来改进粒子滤波. 该算法在全局最优值代替萤火虫间的交互信息基础上利用权值抖动吸引度函数改进萤火虫算法来优化粒子滤波的采样过程, 使粒子集趋向于真实值附近, 同时采用不完全重采样方法, 能够缓解粒子退化问题. 实验结果表明该算法可以有效缓解粒子退化和改善粒子多样性匮乏, 同时提高了滤波精度.

关键词: 粒子滤波; 萤火虫算法; 权值抖动; 不完全重采样; 状态估计

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A

Optimized particle filter algorithm based on improved firefly algorithm

CAO Jie^{1,2}, JING Yin-yin¹, WANG Jin-hua¹

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 2. Information Engineering Research Center of Manufacturing Industry in Gansu Province, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: Aimed at the problem of filter accuracy decreasing in particle filter algorithm which is caused by weight degeneracy and diversity deficiency, an improved particle filter algorithm is proposed based on the combination of weight-jittering firefly algorithm with incomplete resampling to improve the particle filter. In this algorithm, on the basis of substitution of a global optimum for the interaction information among the fireflies, the sampling process of particle filtering is optimized by using the firefly algorithm improved with the weight-jittering attraction function, making the particle set to tend to the region with real value of weight. Meanwhile, the incomplete resampling method is used to alleviate the degeneracy of the particle, but also reduce the computing load. Experimental result shows that this improved algorithm will effectively alleviate the degeneracy of the particle, mitigate the poorness of particle diversity, and, meantime, improve the filtering accuracy.

Key words: particle filter; firefly algorithm; weight jitter; incomplete resampling; state estimation

粒子滤波 (particle filter, PF)^[1] 是一种处理非线性、非高斯系统的滤波方法, 对系统的噪声没有限制. 近年来被广泛应用于故障诊断、目标跟踪、信号处理以及航空航天等领域^[2], 而实际应用中粒子权值退化是存在的难点问题之一. Gordon 等^[3] 提出“重采样思想”, 在重采样过程中大权值的粒子被多次复制, 小权值粒子被舍弃, 来缓解粒子权值退化, 但同时带来了粒子多样性匮乏问题, 影响着滤波估计精度.

近年来, 针对粒子滤波存在的问题, 改进重采样过程和智能寻优算法是解决问题较有效的方法, 比如采用分类重采样方法^[4]、重采样过程裂变^[5]和智能寻优方法^[6-10]等, 其中智能寻优方法目前被广泛应用在粒子滤波改进的研究中. Zhang 等^[7-8] 利用差分进化思想、遗传算法和粒子群算法与粒子滤波结合, 有效地改善了粒子多样性匮乏问题, 在一定程度上提高了估计精度, 但是计算量较大, 实时性差. 田梦楚等^[9-10] 利用萤火虫算法的全局搜索能力指导粒子集的整体移动, 提高了粒子集的整体质量和滤波精度, 粒子都集中于真实值附近, 反而降低了粒子多样性.

基于上述分析, 本文引入权值抖动原则和不完

收稿日期: 2017-01-14

基金项目: 国家自然科学基金(61263012), 甘肃省自然科学基金(1506RJ2A105)

作者简介: 曹洁(1966-), 女, 安徽宿州人, 教授, 博导.

全重采样思想,提出了一种权值抖动萤火虫算法优化不完全重采样粒子滤波的方法.权值抖动萤火虫算法优化重要性采样过程,使得粒子集趋于真实值分布周围,同时采用不完全重采样方法缓解粒子权值退化问题.结果表明,与PF、文献[9]算法相比,本文提出的改进算法改善了粒子多样性匮乏问题,同时提高了滤波精度.

1 粒子滤波算法

粒子滤波^[11]是贝叶斯理论依据大数定理得到的一种近似估计算法,其基本思想是在状态空间中寻找一组随机样本,根据量测更新的粒子权重和位置信息对来近似估计后验概率密度函数,并以样本均值代替积分运算,获得状态最小方差估计的过程.假定动态非线性系统的描述如下:

$$\text{状态方程} \quad x_k = f(x_{k-1}, v_{k-1}) \quad (1)$$

$$\text{量测方程} \quad z_k = h(x_k, R_k) \quad (2)$$

其中: x_k 为状态值; $f(\cdot)$ 为状态函数; z_k 为量测值; $h(\cdot)$ 为观测函数; v_{k-1} 和 R_k 分别为系统的过程噪声和量测噪声,且互不相关.

标准粒子滤波算法是利用前一时刻的状态值和当前时刻的量测值来递推估计当前时刻状态值的过程,主要由初始化、重要性采样、重采样和状态预测估计组成.其具体的实现步骤归纳如下:

1) 初始化.由先验概率 $p(x_0)$ 产生粒子集 $\{x_0^i\}_{i=1}^{N_s}$,此时粒子的权值为 $1/N_s$.

2) 重要性采样和权值计算.取 $q(x_{0:k} | z_{1:k})$ 为重要性密度函数来进行采样得到粒子集 $\{x_k^i, w_k^i\}_{i=1}^{N_s}$,计算粒子的权值,并进行归一化处理.粒子的权值为

$$w_k^i \approx w_{k-1}^i \frac{p(z_k | x_k^i) p(x_k^i | x_{k-1}^i)}{q(x_k^i | x_{k-1}^i, z_{1:k})}, \quad \sum_{i=1}^N w_k^i = 1 \quad (3)$$

从而得到近似后验概率密度为

$$p(x_k | z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N_s} w_k^i \delta(x_k - x_k^i) \quad (4)$$

3) 重采样. N_{eff} 为有效粒子数, N_{th} 为阈值条件.若满足 $N_{\text{eff}} = 1 / \sum_{i=1}^N (w_k^i)^2 < N_{\text{th}}$,则进行重采样,权值被重新赋值即 $w_k^i = 1/N$.

4) 状态估计:

$$\hat{x} = \sum_{i=1}^N w_k^i x_k^i \quad (5)$$

方差估计:

$$P_k = \sum_{i=1}^N w_k^i (x_k^i - \hat{x}_k) (x_k^i - \hat{x}_k)^T \quad (6)$$

标准粒子滤波存在粒子的权值退化和粒子多样性贫化问题,且选取先验分布作为重要性密度函数,忽略了当前时刻的量测信息,导致状态估计精度不高.因此本文将针对这些问题进行改进优化粒子滤波算法.

2 改进的粒子滤波算法

2.1 萤火虫算法

萤火虫算法(firefly algorithm, FA)^[12-15]是通过模仿自然界中萤火虫的群体行为构造出的一类群体智能仿生优化算法,具有参数少、易于实现、寻优能力强等优点.其基本思想是依据亮度和吸引度的不断更新来实现目标优化,其中萤火虫个体间不同的亮度决定着移动方向,吸引度大小决定着移动距离.萤火虫算法优化原理用数学公式描述如下:

1) 萤火虫 i 和萤火虫 j 相对亮度定义为

$$I = I_0 \times e^{-\gamma r_{ij}} \quad (7)$$

式中: I_0 为萤火虫最大亮度; γ 为光强吸收系数; r_{ij} 是萤火虫 i 和萤火虫 j 之间的空间距离.

2) 萤火虫的吸引度函数为

$$\beta = \beta_0 \times e^{-\gamma r_{ij}} \quad (8)$$

其中: β_0 为萤火虫最大吸引度.

3) 萤火虫 j 被萤火虫 i 吸引并向其移动的位置更新公式为

$$x_j = x_j + \beta \times (x_i - x_j) + \alpha \times (\text{rand} - 0.5) \quad (9)$$

式中: x_i, x_j 分别为萤火虫 i 和 j 所处的空间位置; $\alpha \in [0, 1]$ 是步长因子; rand 是服从均值为0、方差为1的均匀分布随机数; $\alpha \times (\text{rand} - 0.5)$ 为干扰项,用来克服局部极值现象,避免陷入过早收敛.

在萤火虫算法中,低亮度萤火虫向高亮度萤火虫周围移动,但是随着距离的减小,萤火虫的搜索能力相对下降,易发生局部极值的现象,在上述位置更新公式中虽然加入干扰项 $\alpha \times (\text{rand} - 0.5)$ 来缓解局部极值的现象,但效果并不是很理想.田梦楚等^[9]采用全局最优值来代替粒子 i 和粒子 j 之间的交互信息,粒子只需与全局最优值比较,减少了运算的复杂度.并且在萤火虫算法中,目标函数值较大的萤火虫,其对应的亮度较高,假设目标函数最大值就是全局最优值,得到改进的位置更新公式为

$$x_k^i = x_k^i + \beta \times (\text{gbest}_k - x_k^i) + \alpha \times (\text{rand} - 0.5) \quad (10)$$

式中: x_k^i 为第 i 个粒子在 k 时刻的状态值; β 为萤火虫的吸引度; α 为步长因子; rand 是 $[0, 1]$ 的随机数; gbest_k 为全局最优值.在公式(10)中,用全局最优值来指导粒子的移动过程,提高萤火虫优化的全局寻

优能力,从而降低出现局部极值的概率.

2.2 改进的萤火虫算法优化粒子滤波

2.2.1 权值抖动的吸引度函数

在萤火虫算法中只要两个萤火虫间存在亮度差,就会发生移动,且萤火虫的吸引度越大越易吸引周围的萤火虫向自身位置移动,将导致所有粒子都集中在真实值附近,反而会降低粒子的多样性.由此本文在吸引度函数中加入权值抖动原则,即萤火虫间距离远的吸引度增大,萤火虫间距离近的吸引度减小.吸引度函数改进后的公式为

$$\beta_{\text{new}} = \beta + (1 - \omega_k^i) \times N(0, 1) \quad (11)$$

其中: $N(0, 1)$ 是均值为 0、方差为 1 高斯分布的随机向量.式(11)中增加服从高斯分布的权值抖动项 $(1 - \omega_k^i) \times N(0, 1)$ 可以有效地改变粒子的移动信息,在一定程度上增强了粒子的多样性.

2.2.2 基于权值抖动的萤火虫算法优化粒子滤波

在萤火虫算法中,亮度的计算需要考虑不同亮度萤火虫间的空间距离,每进行一次亮度的更新,都需要计算其距离,并对亮度进行比较,亮度低的向亮度高的方向移动,计算量较繁杂.因此本文在采样过程引入最新观测值,定义适应度函数为

$$Y = \exp\left[-\frac{1}{2R_k}(z_k - \hat{z}_{k|k-1}^i)^2\right] \quad (12)$$

式中: R_k 为观测噪声方差; z_k 为最新量测值; $\hat{z}_{k|k-1}^i$ 为预测量测值.萤火虫优化算法通过计算适应度数值来确定亮度,适应度值越大,其对应的亮度就越高;在优化算法中通过最新量测值得到的亮度,并由权值抖动吸引度函数实现位置的更新,获得移动后萤火虫个体新的亮度,通过多次迭代,萤火虫个体都趋向于亮度最高个体位置的周围,同时设定阈值 h ,如果满足该阈值条件,则说明粒子已经处于真实值附近,萤火虫算法将停止优化;然后计算各个粒子的权值 ω_k^i ,并进行归一化:

$$\bar{\omega}_k^i = \frac{\omega_k^i}{\sum_{i=1}^N \omega_k^i} \quad (13)$$

最后进行状态估计.

2.2.3 不完全重采样过程

为了缓解粒子滤波的权值退化问题,最常用的方法是重采样.重采样过程是按粒子的权值大小对粒子进行排序,大权值粒子被多次选择复制,小权值粒子直接被舍弃,采样结果包含了许多重复点,粒子多样性大大降低,粒子样本变得单一,不能准确地表示后验概率密度.本文为解决此问题采用不完全重采样方法.

不完全重采样^[15]是按照粒子的权值大小将粒子分为大、中、小权值,中权值被认为是稳健的粒子,大、小权值被认为是不稳健粒子.通过计算粒子的权值与 $1/N$ 的倍数得出粒子被复制的次数,即 $n_k^i = \text{round}(\omega_k^i \times N)$ (其中 n_k^i 为粒子在重采样中被复制的次数,round 为取整运算).对于 $n_k^i = 1$ 的粒子为中权值,不进行重采样,对于 $n_k^i \neq 1$ 的粒子是大权值或小权值粒子,计算其粒子数 N_s ,然后对大、小权值粒子进行优化组合,并对优化组合后的小部分粒子进行重采样,最后按一定的比例重新分配粒子,使粒子间相对关系不发生变化,且权值之和保持不变.

粒子的权值均值:

$$\bar{\omega}_k = \sum_{i=1}^{N_s} \omega_k^i / N_s \quad (14)$$

优化组合权值调整:

$$\omega_k^{i'} = \frac{K-1}{K} \omega_k^i + \frac{1}{K} \bar{\omega}_k \quad (15)$$

对 N_s 个粒子进行部分重采样,采样后的粒子集为 $\{x_k^i, 1/N\}_{N_s}^j$,则所有粒子集为

$$\{x_k^i, \omega_k^i\}_{j=1}^{N_s} = \{x_k^i, 1/N\}_{N_s}^j \cup \{x_k^i, \omega_k^i\}_{j=1}^{N-N_s}$$

不完全重采样有效缓解粒子的权值退化问题,同时还充分利用小权值粒子信息,以一定概率存在于后验概率密度估计中,提高了滤波精度.

2.3 改进的粒子滤波算法实现步骤

本文改进算法的实现过程如下:

步骤 1:初始化.当 $k=0$ 时,取 $q(x_{0:k} | z_{1:k})$ 为重要性密度函数,并抽取 N 个粒子 $\{x_0^i, i=1, 2, \dots, N\}$ 作为初始样本.

步骤 2:取样本的最新量测值 z_k 和样本的预测量测值 $\hat{z}_{k|k-1}^i$,定义适应度函数 Y .

步骤 3:权值抖动萤火虫算法优化重要性采样过程.计算适应度函数 Y 的最大值作为萤火虫最大亮度 I_0 ,并利用式(7)和式(11)计算萤火虫之间相对亮度和权值抖动吸引度,然后根据权值抖动的吸引度函数更新位置公式,得到萤火虫位置更新,不断迭代更新直至满足设置的阈值 h ,萤火虫算法停止迭代寻优.

步骤 4:计算重要性采样优化后粒子的权值并归一化,同时进行权值大小划分和优化重组.

步骤 5:重采样过程中判断是否满足

$$N_{\text{eff}} = 1 / \sum_{i=1}^N (\omega_k^i)^2 < N_{\text{th}}$$

若满足,则按照 2.2.3 节提到的不完全重采样方法进行重采样;若不满足,则直接状态输出.

步骤 6:状态输出为

$$\hat{x}_k = \sum_{i=1}^N x_k^i \omega_k^i$$

3 实验结果与分析

为了验证所提改进算法的优越性,本文利用两组非线性系统模型进行仿真验证,并将实验结果与 PF、文献[9]的算法对比.

非线性系统模型 1 为

$$\begin{cases} x_k = 1 + \sin 0.04\pi k + 0.5x_{k-1} + u_{k-1} \\ y_k = \begin{cases} 0.2x_k^2 + v_k & (1 \leq k \leq 30) \\ 0.5x_k - 2 + v_k & (30 < k \leq T) \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

其中:系统噪声为 $u_{k-1} \sim \Gamma(3, 2)$,量测噪声为 $v_k \sim N(0, 0.000\ 01)$,且互不相关.

非线性系统模型 2 为

$$\begin{cases} x_k = \sin 0.04\pi k + 0.5x_{k-1} - 5 + u_{k-1} \\ y_k = 0.2x_k^2 + v_k \end{cases} \quad (17)$$

其中:系统噪声为 $u_{k-1} \sim \Gamma(3, 2)$,量测噪声为 $v_k \sim N(0, 0.000\ 01)$,且互不相关.

实验中,粒子数分别设置为 $N = 100$ 和 $N = 50$,仿真时间 $T = 60$,萤火虫算法中参数设置最大吸引度为 0.85,步长因子为 0.4,光强吸收系数设置为 1,设置阈值 $h = 0.01$.本文选择采用均方根误差、自定义综合性能评价指标和平均有效粒子数作为衡量算法优越性的指标.

其中,均方根误差定义为

$$RMSE = \left(\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (x_t^k - \hat{x}_t^k)^2 \right)^{1/2} \quad (18)$$

式中: M 为蒙特卡罗仿真次数,设置为 100.

综合性能评价指标定义为

$$PE = t \times RMSE \quad (19)$$

式中: t 为一次仿真实验完成的运行时间.PE 值衡量算法的综合性能,性能越好,PE 值越低.

平均有效粒子数定义为

$$\bar{N}_{\text{eff}} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{1}{\sum_{i=1}^N (\omega_i^k)^2} \right) \quad (20)$$

其中:平均有效粒子数 \bar{N}_{eff} 是粒子贫化情况重要的评价指标, \bar{N}_{eff} 越小则粒子枯竭情况越严重.

3.1 滤波性能对比与分析

非线性系统模型 1 的 PF、文献[9]算法和本文算法状态估计曲线如图 1 所示,其均方根误差曲线如图 2 所示.非线性系统模型 2 的 PF、文献[9]算法和本文算法的状态估计曲线如图 3 所示,其均方根误差曲线如图 4 所示.表 1 和表 2 分别是非线性系统模型 1 和模型 2 中采样粒子数 $N = 100$ 和 $N = 50$

时,PF、文献[9]算法和本文算法的 RMSE、PE 和平均有效粒子数 \bar{N}_{eff} 的对比结果.

从图 1 和图 2 可以看出,非线性模型 1 在相同粒子数的条件下 PF 的状态估计偏离真实值,文献

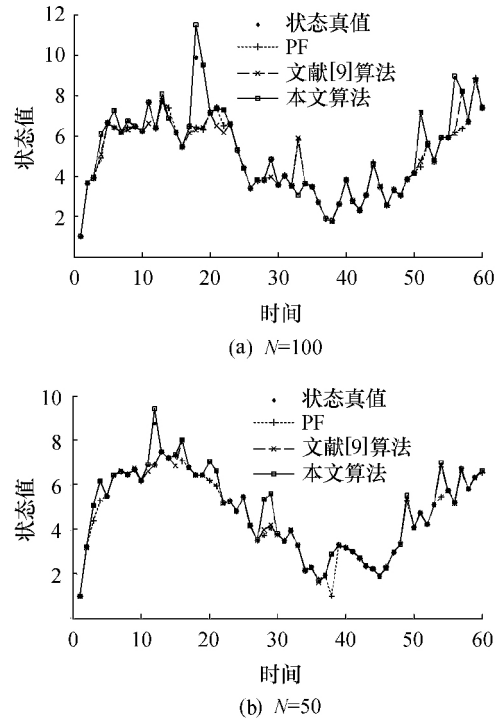


图 1 系统模型 1 的三种算法状态估计曲线
Fig.1 State estimation curves of three algorithms of system model 1

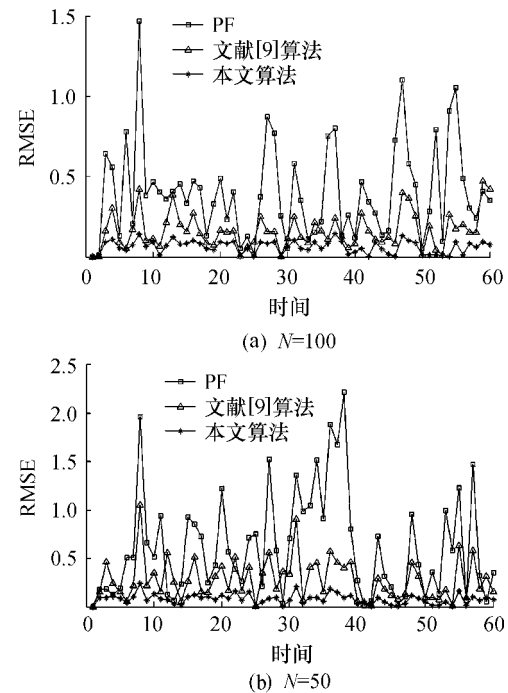


图 2 系统模型 1 的三种算法均方根误差曲线
Fig.2 Mean-square root error curves of three algorithms of system model 1

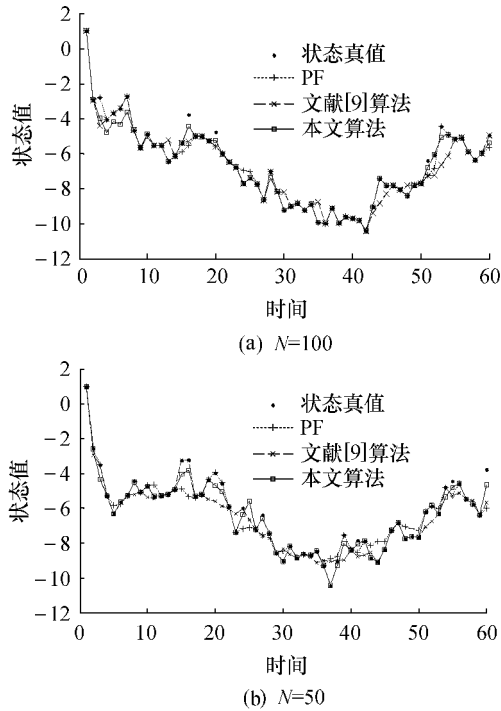


图 3 系统模型 2 的三种算法状态估计曲线
Fig.3 State estimation curves of three algorithms of system model 2

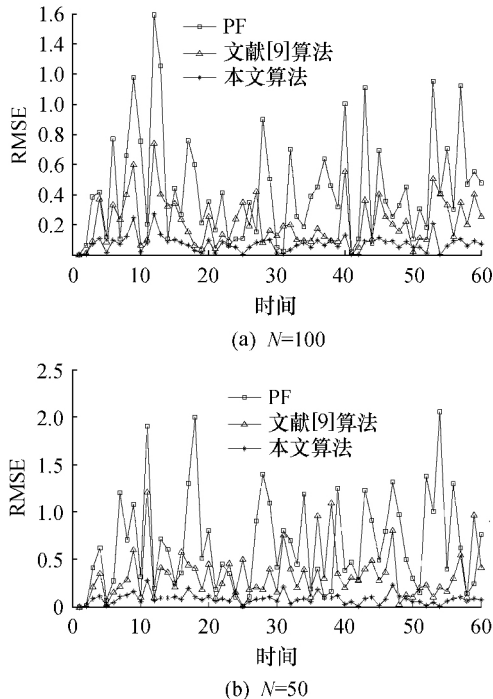


图 4 系统模型 2 的三种算法均方根误差曲线
Fig.4 Mean-square root error curves of three algorithms of system model 2

[9]和本文算法由于融合萤火虫算法,增加了最新量测值,其状态估计偏离真实值较少.然而本文算法结合了不完全重采样方法,粒子多样性增大.本文算法估计效果最好,且跟踪稳定.从表1可知,本文算法

表 1 系统 1 的三种算法性能对比

Tab.1 Filtering performance comparison of three algorithms of system 1

粒子数	算法	RMSE	PE	\bar{N}_{eff}
N=100	PF	0.713 5	0.624 4	13.572 4
	文献[9]算法	0.496 3	0.492 5	17.635 1
	本文算法	0.060 7	0.132 6	33.868 8
N=50	PF	1.075 1	0.665 8	10.909 3
	文献[9]算法	0.628 2	0.533 3	15.840 9
	本文算法	0.096 0	0.112 6	25.087 1

表 2 系统 2 的三种算法性能对比

Tab.2 Filtering performance comparison of three algorithms of system 2

粒子数	算法	RMSE	PE	\bar{N}_{eff}
N=100	PF	0.804 2	0.865 8	13.245 0
	文献[9]算法	0.136 2	0.351 7	16.704 2
	本文算法	0.046 0	0.124 8	31.629 1
N=50	PF	1.129 7	0.765 8	10.245 0
	文献[9]算法	0.346 2	0.391 7	14.704 2
	本文算法	0.096 0	0.174 8	24.629 1

的均方根误差最小,且本文算法的综合性能指标 PE 和平均有效粒子数 \bar{N}_{eff} 相比 PF 和文献[9]算法也是最佳的.由此可知系统模型 1 中,本文算法有较好的滤波性能和滤波精度.

从图 3、图 4 和表 2 中可以看出,系统模型 2 中本文算法的估计效果比其他两种算法好,并且均方根误差小,同时本文算法的综合性能指标 PE 和平均有效粒子数 \bar{N}_{eff} 比其他两种算法都好.

综上所述,本文算法相比 PF 和文献[9]算法有较高滤波精度和较好性能.

3.2 采样粒子多样性对比与分析

为了比较三种算法多样性保持程度,文中选用了系统模型 1 进行仿真实验,实验中取系统噪声 $u_{k-1} \sim \Gamma(3, 2)$,量测噪声 $v_k \sim N(0, 0.000\ 01)$,粒子数 $N=100$ 时比较 PF、文献[9]算法和本文算法重采样后的粒子集分布与真实状态之间的关系以及粒子集中程度的对比,如图 5~7 所示.

从图 5 可以看出,PF 算法粒子分布集中,不能很好地保证其多样性,这是由于重采样后,粒子信息集中在少数大权值粒子上,且从图中可看出大权值粒子较少,在粒子分散的位置无法准确表示真实的分布,误差较大.在图 6 和图 7 中,文献[9]算法和本文算法使粒子整体向高似然区域聚集,在状态空间各个地方合理分布,粒子多样性较好,但是本文算法利用权值抖动吸引度函数和部分重采样方法,其粒子分布广泛,粒子多样性更好.

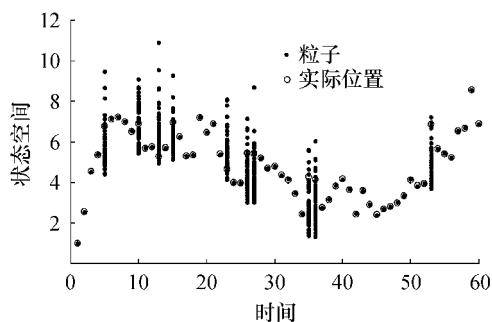


图5 PF重采样后粒子分布情况

Fig.5 Resampled particles distribution of PF algorithm

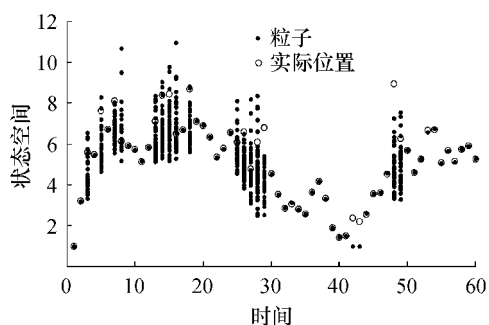


图6 文献[9]算法重采样后粒子分布情况

Fig.6 Resampled particles distribution of reference [9] algorithm

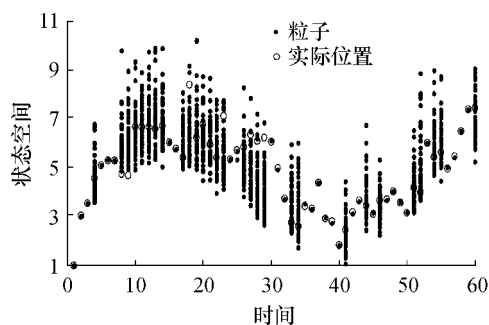


图7 本文算法重采样后粒子分布情况

Fig.7 Resampled particles distribution of algorithm proposed in this article

采用同样的仿真实验对系统模型2进行三种算法的多样性对比分析,仿真结果与上述结果相同,说明本文算法能更好地保证粒子的多样性,同时提高了滤波精度。

4 结语

传统粒子滤波算法存在的粒子权值和多样性匮乏问题严重影响着滤波性能和精度,本文在全局最优值代替萤火虫间交互信息的基础上,引入权值抖动原则得到新的吸引度函数更新其位置信息,实现

了萤火虫算法的改进,并利用改进的萤火虫算法优化粒子滤波采样过程,同时结合不完全重采样方法缓解粒子退化,更好地保持了粒子的多样性.实验分析表明,本文提出的算法相比PF、文献[9]算法提高了滤波精度,有效改善了粒子多样性匮乏现象.下一步工作将对建模不确定及未知噪声的情况进行研究,设计出一种有效的解决方法,并与本文算法结合应用于齿轮箱的故障检测领域。

参考文献:

- [1] 朱志宇.粒子滤波算法及其应用[M].北京:科学出版社,2010.
- [2] 王法胜,鲁明羽,赵清杰,等.粒子滤波算法[J].计算机学报,2014,37(8):1679-1693.
- [3] GORDON N J, SALMOND D J, SMITH A F M. Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation [J]. Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113.
- [4] 李娟,刘晓龙,卢长刚,等.改进的粒子滤波重采样算法[J].吉林大学学报(工学版),2015,45(6):2069-2074.
- [5] 王泽玉,李明,张鹏.一种新的进化裂变粒子滤波算法[J].西安电子科技大学学报,2014,41(6):31-36.
- [6] 曹洁,李军,李伟,等.基于自适应有限差分粒子滤波的说话人跟踪[J].兰州理工大学学报,2012,38(5):93-97.
- [7] ZHANG M, JIA H, SHEN Z. Improved resampling procedure based on genetic algorithm in particle filter [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2015, 44(3): 344-349.
- [8] 陈志敏,薄煜明,吴盘龙,等.基于自适应粒子群优化的新型粒子滤波在目标跟踪中的应用[J].控制与决策,2013,28(2):193-200.
- [9] 田梦楚,薄煜明,陈志敏,等.萤火虫算法智能优化粒子滤波[J].自动化学报,2016,42(1):89-97.
- [10] 朱奇光,肖亚昆,陈卫东,等.基于萤火虫算法改进移动机器人定位方法研究[J].仪器仪表学报,2016,37(2):323-329.
- [11] GUSTAFSSON F. Particle filter theory and practice with positioning applications [J]. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2010, 25(7): 53-82.
- [12] YANG X S. Firefly algorithm, stochastic test functions and design optimization [J]. International Journal of Bio-Inspired Computation, 2010, 2(2): 78-84.
- [13] 程美英,倪志伟,朱旭辉.萤火虫优化算法理论研究综述[J].计算机科学,2015,42(4):19-24.
- [14] HORMG M H. Vector quantization using the firefly algorithm for image compression [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(1): 1078-1091.
- [15] 骆荣剑,李颖,钱广华,等.一种改进的自适应重采样粒子滤波算法[J].光电工程,2014,41(4):35-40.