第 9卷 第 12期 2009年 6月
1671-1819(2009)12-3333-04

Vol.9 No.12 June 2009
? 2009 Sci. Tech. Engng.

# 基于包围盒法的散乱点云数据的曲率精简

刘 涛 徐 铮 沙成梅 赵俊天
(兰州理工大学 机电工程学院,兰州 730050)

摘 要 采用非接触式扫描方法测量工件,能够获得高密集度的点云数据,但是过多的点云数据会严重影响曲面重构的光顺性。因此,精简点云数据成为逆向工程中相当重要的一环。提出了直接根据曲率变化精简点云的方法,对邻域搜索、曲率估算和曲率精简原则等进行了研究。对传统的邻域搜索方法进行了改进,采用包围盒法分割曲面,提高了点云精简的效率和精度。

关键词 包围盒法 曲率 曲面拟合 逆向工程
中图法分类号 TP391.76; 文献标志码 A

近年来,逆向工程得到了迅速发展,被广泛应用于汽车、航空、模具等制造领域,是产品创新设计的重要手段之一。在逆向工程中获取实物表面几何信息的方法分接触式和非接触式两类。接触式方法测量精度高,但对形状复杂的物体表面测量速度慢,并且对测量人员技术要求高;相反,非接触式测量数据获取速度快,单次扫描能获上万个数据点,随着其测量精度的日益提高,非接触式测量应用愈加广泛。虽然非接触式扫描能获得高密集度的点云数据,但若全部点云都要用于曲面重构,不仅要占用大量的计算处理时间,而且严重影响所构曲面的光顺性,甚至由于噪声点影响而无法达到模型重建的目的。因而,在保证精度的前提下有效地对点云数据进行精简显得尤为重要。

近年来许多人对数据精简进行了大量的研究工作,具体的数据简化方法有很多种,经过对各种数据精简方法[1]进行比较发现,曲率估算法简单易行,而且方便处理散乱的数据点,故而提出一种直接根据曲率变化来精简散乱点云的方法。

## 1 曲率直接精简点云的理论依据

曲率是反映曲面性质的重要特征,设 $S(r,t)$是 $C^2$ 连续的参数曲面,设 $k_1$, $k_2$ 是曲面 $S(r,t)$在点 $S(r_0,t_0)$处的两个主曲率,$\theta$是切平面内选取方向与主曲率 $k_1$, $k_2$ 所在的主方向的夹角 (见图 1),则根据 Euler定理知,曲面 $S(r,t)$在点 $S(r_0,t_0)$处的法曲率计算公式[2]为

$$k_n = k_1 \cos^2\theta + k_2 \sin^2\theta \tag{1}$$

Gauss曲率也称全曲率,是主曲率 $k_1$, $k_2$ 的乘积,用 K表示,即 $K = k_1 k_2$,平均曲率也称中曲率,是主曲率 $k_1$, $k_2$ 的平均值,以 H表示,即 $H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$。

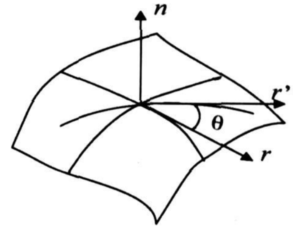

图 1 欧拉定理示意图

2009年 3月 9日收到
第一作者简介:刘 涛 (1971— ),女,甘肃武威人,工学博士,副教授。研究方向:测试技术、自动控制及先进制造技术。

## 2 曲面曲率精简点云的算法

点云数据曲率精简包括以下几步。

(1) 均匀剖分散乱点并搜索邻域;(2) 计算邻域内的曲率;(3) 按照曲率精简原则,在保证物体特征的前提下精简点云。

### 2.1 点云的空间剖分及邻域搜索

原始的点云数据之间没有显式的几何拓扑关系,为了提高散乱数据点邻域的搜索速度,需要对点云进行空间剖分,这里采用包围盒法[3]构造分割面以达到对点云进行剖分的目的,具体剖分过程如下。

#### 2.1.1 构造点云的最大包围盒

为了解决数据点落到包围盒面上的情况,给定误差 δ,将包围盒各面以 δ值向包围盒外侧偏移,以获得初始包围盒。在散乱点云中取一个数据点 Pi然后以 Pi为中心在点云中均匀地取 n个点,这 n个点要尽量覆盖整个点云(一般 n取 24～32时可以达到精度要求,而且计算时间也能接受)。通过这 n个点,利用最小二乘法拟合二次曲面,即:

$$Z(x, y)=ax^2+bxy+cy^2 \tag{2}$$

(2)式中 x, y为参数;a, b, c为常系数。

#### 2.1.2 点云的空间剖分及邻域搜索

点云的最大包围盒面构造完毕,然后对点云进行空间剖分。将所构造的最大包围盒分割成相应数目的小包围盒,每个小包围盒最多可能与 26个其他的小包围盒相邻,在每个小包围盒中至少含有一个点——该点满足到所取中心点的距离最小。这 26个相邻盒又可分为 3类:与中心盒面接触的 6个包围盒;与中心盒边接触的 12个包围盒;与中心盒的顶点接触的 8个包围盒。在 Pi所在的网格及其 26个相邻小包围盒中寻找 m=24～32个最近点作为 Pi的相邻点,称为 m近邻或 m邻域[4]。

### 2.2 计算邻域内的曲率

测量点云数据中的某一数据点 Pi对由该点及其邻域组成的局部点云,按式(2)做最小二乘法拟合,解得系数后根据空间曲面曲线的性质计算数据点的高斯曲率和平均曲率。

#### 2.2.1 求解拟合方程系数

对于测量点云内任意数据点的 m邻域,根据最小二乘原理须使下式取最小值[5]

$$Q^2=\sum_j(ax_j^2+bx_jy_j+cy_j^2-z_j)^2,\ j\in(0,k) \tag{3}$$

(3)式中:$x_j$, $y_j$, $z_j$是邻域内的点。将(3)式分别对系数求导,并使其为 0,可得下式

$$\begin{cases}\dfrac{\partial Q^2}{\partial a}=\sum_j 2x_j^2(ax_j^2+bx_jy_j+cy_j^2-z_j)=0\\ \dfrac{\partial Q^2}{\partial b}=\sum_j 2x_jy_j(ax_j^2+bx_jy_j+cy_j^2-z_j)=0\\ \dfrac{\partial Q^2}{\partial c}=\sum_j 2y_j^2(ax_j^2+bx_jy_j+cy_j^2-z_j)=0\\ \quad j\in(0,k)\end{cases} \tag{4}$$

联立(4)式解出二次曲面的系数。

#### 2.2.2 计算测量点曲率

(2)式曲面方程写成曲面参数方程的形式是

$$r(x,y)=\begin{cases}X(x,y)=x\\ Y(x,y)=y\\ Z(x,y)=ax^2+bxy+cy^2\end{cases} \tag{5}$$

假如曲面上存在一曲线 r,则 r的表达式为

$$r=r(x(t),y(t)) \tag{6}$$

那么,若以 s表示曲线 r的弧长,则由复合函数求导公式可求得弧长微分公式[6,7]:

$$(ds)^2=(dr)^2=(r_xdx+r_ydy)^2=r_x^2(dx)^2+2r_xr_ydxdy+r_y^2(dy)^2 \tag{7}$$

由曲面的第一基本公式得:

$$(ds)^2=\mathrm{I}=E(dx)^2+2Fdxdy+G(dy)^2;\quad E=r_x\cdot r_x,\ F=r_x\cdot r_y,\ G=r_y\cdot r_y \tag{8}$$

(8)式中,曲面的偏微分$\dfrac{\partial r}{\partial x}$,$\dfrac{\partial r}{\partial x\partial x}$,$\dfrac{\partial r}{\partial x\partial y}$,$\dfrac{\partial r}{\partial y\partial y}$,$\dfrac{\partial r}{\partial y}$分别记为 $r_x$, $r_{xx}$, $r_{xy}$, $r_{yy}$, $r_y$。

假如 P是曲线 r上的一点,t和 n分别表示 P点的单位切向量和单位法向量,那么曲率向量可分解为:

$$k=\frac{dt}{ds}=k_nn+k_g(n\times t) \tag{9}$$

曲线的单位法向量 $n$ 可表示为

$$n = \frac{r_x \times r_y}{|r_x \times r_y|} \tag{10}$$

那么可得到曲面的第二基本公式:

$$\mathrm{II} = -\mathrm{d}r \cdot \mathrm{d}n = L(\mathrm{d}x)^2 + 2M\mathrm{d}x\mathrm{d}y + N(\mathrm{d}y)^2;$$

$$L = r_{xx} \cdot n, M = r_{xy} \cdot n, N = r_{yy} \cdot n \tag{11}$$

法曲率可表示为

$$k_n = \frac{\mathrm{II}}{\mathrm{I}} = \frac{L + 2M\lambda + N\lambda^2}{E + 2F\lambda + G\lambda^2}; \lambda = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \tag{12}$$

处理变量 $\lambda$ 可得到 $k_n$ 的两基根 $k_1$、$k_2$,从而根据曲率特性可求得。

高斯曲率

$$K = k_1 k_2 = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \tag{13}$$

平均曲率:

$$H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) = \frac{EN - 2FM + GL}{2(EG - F^2)} \tag{14}$$

法曲率 $k_n$ 与 $\lambda$ 的关系可以用图 2 表示。

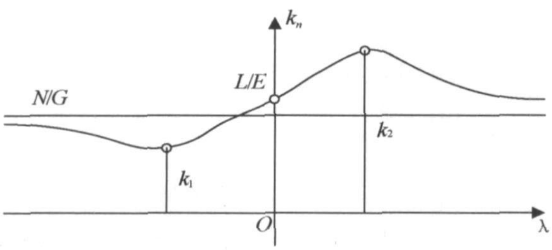


图 2　法曲率 $k_n$ 与 $\lambda$ 的关系

重复以上两步,求出所有选取点的高斯曲率和单个邻域内的局部平均曲率。然后计算出所有点的曲率平均值。

### 2.3　曲率精简原则

将以上求得的局部平均曲率与平均曲率进行比较,如果局部平均曲率小于点云的曲率平均值,说明这个小区域中的点分布较平坦,则在这 $m$ 个点中保留距离形心最近的点;如果局部平均曲率大于点云的曲率平均值,说明小区域中的点分布较陡峭,则保留所有曲率大于局部平均曲率的点。这样可以在平坦的区域去除多余点并能在陡峭区域有效地保持点云的几何特征。

精简点云的流程图如图 3。

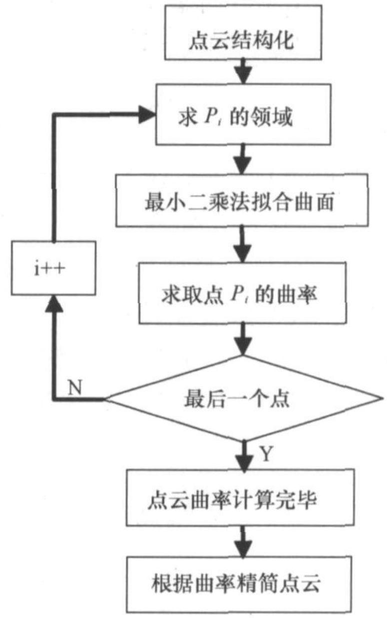


图 3　精简点云流程图

## 3　应用实例

现采用以上算法对点云数据进行数据的精简计算。运用包围盒法进行邻域搜索有效的避免了邻域内点不足和过多的情况,保证了邻域内有足够的点进行曲面拟合估算曲率。在此,以简单的圆柱为例,可以得到表 1 中的结果。

**表 1　实际曲率与估算曲率之间的比较**

| 点云数据(点云数量) | | 圆柱(800) | |
|---|---|---|---|
| | | 高斯曲率 | 平均曲率 |
| 理论值 | | 0.0 | 0.5 |
| 估算值 | max | 0.070 54 | 0.546 05 |
| | min | 0.000 00 | 0.479 20 |

从表 1 中可以看出,对点云进行曲率估算的结果基本上与理论曲率相符合,平均曲率误差较小,而高斯曲率的总体误差比平均误差大。在后期对测量数据进行精简或者分割等其他操作时,实际应用的一般多为平均曲率,即求取局部平均曲率的平均值,然后将每个局部平均曲率与平均值进行比较,按照曲率精简原则对点云数据进行精简;而对

于高斯曲率,一般使用它的非零性。

## 4 结 论

所提出的点云精简算法适用于逆向工程中测量所得散乱无序的点云数据,能够对大量密集数据进行直接和有效地精简;尤其是对曲率变化大且含有较多附加特征的数据具有很好的精简效果。并且在邻域搜索方面采用了包围盒法,使邻域的确定更加合理,并能够保证有足够的点进行曲面拟合,为估算曲率打下基础。

### 参 考 文 献

1 王志清,李 伟,等. 基于逆向工程的数据精简方法研究. 机械制造, 2005; 43(495): 20— 22
2 张 嫔,宋小文,等. 逆向工程中的数据精简研究. 现代机械, 2006; (1): 37— 41
3 洪 军,丁玉成,等. 逆向工程中的测量数据精简技术研究. 西安交通大学学报, 2004; 38(7): 661— 664
4 孙肖霞,孙殿柱,等. 反球工程中测量数据的精简算法. 机械设计与制造, 2006; (8): 37— 38
5 李文姬,钟约先,等. 曲面重构中散乱点云数据曲率估算算法的研究. 机械制造与设计, 2006; 5(6): 45— 46
6 朱心雄. 自由曲线曲面造型技术. 北京:科学出版社, 2000; 23— 31
7 Fu Jing, Joshi S B, Simpson T W. Shape differentiation of freeform surfaces using a similarity measure based on an integral of Gaussian curvature. Computer-Aided Design, 2008; (40): 311— 323

# Curvature Estimation of Scattered-point Cloud Data Based on Bounding Box Method

LIU Tao, XU Zheng, SHA Cheng-mei, ZHAO Jun-tian
(Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, P. R. China)

[Abstract] When the work piece with the non-contact scanning method is measured, the high density point-cloud data can be obtained. But the excessive point-cloud data seriously influence the fairness of the surface reconstruction. Therefore condensing point-cloud data becomes a quite important link in the reverse-engineering. According to the curvature variation, a method to reduce point-cloud is proposed, and it investigates the neighborhood search, curvature estimate and the curvature estimation principle and so on. Especially in the neighborhood search, an improvement is made to the traditional method. The new method divides up the surface with the bounding box method and raises the efficiency and the precision of a point-cloud simplification.

[Key words] bounding box method curvatures on surface surface fitting reverse-engineering