

文章编号: 1000-4750(2009)08-0210-06

无限长旋转圆柱中的广义磁热弹耦合效应

*何天虎, 关明智

(兰州理工大学理学院, 甘肃, 兰州 730050)

摘 要: 应用 Lord-Shulman(L-S)和 Green-Lindsay(G-L)广义热弹性理论, 研究了一旋转的无限长的理想圆柱导体的电磁热弹耦合问题。给出了介质中的 Maxwell 方程组, 建立了 L-S 型和 G-L 型统一的广义的电磁热弹耦合的控制方程, 借助拉普拉斯变换和数值反变换技术对问题进行求解, 得到了瞬态热冲击作用下旋转的无限长圆柱中的温度、应力、位移、感应的磁场和感应的电场的分布规律。结果表明: 介质呈现出热的波动性和电磁热弹耦合效应, 由于旋转, 位移、应力、感应磁场、感应电场的幅值有明显提高, 而旋转对温度影响不大。

关键词: 广义热弹性理论; 电磁热弹耦合; 拉普拉斯变换; 圆柱体; 旋转效应; 贝塞尔函数

中图分类号: O343.6 文献标识码: A

GENERALIZED MAGNETO-THERMOELASTIC COUPLED PHENOMENON IN A ROTATING INFINITE CYLINDER

*HE Tian-hu, GUAN Ming-zhi

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: Based on the theories of Lord and Shulman(L-S)and Green and Lindsay (G-L), the generalized magneto-thermoelastic coupled phenomenon in an infinite cylinder subjected to a thermal shock was investigated. Maxwell equations were obtained and the magneto-thermoelastic coupled governing equations of both L-S type and G-L type were established. The problem was solved by means of Laplace transformation and numerical Laplace inversion. The distributions of temperature, stress, displacement, induced magnetic field as well as induced electric field were illustrated graphically. The heat wave effect and electromagneto-thermoelastic coupled effects were observed. The rotation significantly increased the magnitude of the real part of displacement, stress, induced magnetic field and induced electric field, but had no effects on the temperature.

Key words: generalized thermoelastic theory; electromagneto-thermoelastic coupled; Laplace's transformation; cylinder; rotation effect; Bessel function

在经典热弹性理论中, 其热传导方程是扩散型的, 这意味着热在介质中传播速度无限大, 这与实验观测不相符。为了弥补经典热弹性理论的不足, 学者们发展了三种不同的广义热弹性理论: 一是 Lord 和 Shulman^[1]的广义热弹性理论(L-S 理论); 二是 Green 和 Lindsay^[2]的广义热弹性理论(G-L 理论); 三是 Green 和 Naghdi^[3-4]的微极广义热弹性理论(G-N 理论)。它们都可以描述热呈现波动效应。

Bagri^[5]综合运用了 L-S、G-L 和 G-N 三个理

论, 利用拉普拉斯正反变换技术, 研究了一个薄膜耦合问题。基于经典理论, Bahtui 和 Elalami^[6]研究了功能梯度壳的热弹耦合问题。基于 L-S 理论, Bakhshi^[7]研究了功能梯度圆板的热弹耦合问题。Bagri^[8]等研究了圆板的广义热弹耦合问题, 证明了在热冲击条件下, 耦合系数对于温度、位移、变形分布的影响。Eslami^[9]等利用了拉普拉斯变换法和伽辽金有限元法研究了功能梯度环形圆板的广义热弹耦合问题。基于 G-L 理论, Othman^[10]利用正

收稿日期: 2008-03-27; 修改日期: 2008-06-30

基金项目: 国家自然科学基金项目(10602021, 10872083); 中国博士后科学基金项目(20060400209)

作者简介: *何天虎(1973—), 男, 甘肃人, 副教授, 博士, 从事多物理场耦合、电磁固体力学研究(E-mail: heth@lut.cn);

关明智(1983—), 男, 辽宁人, 硕士生, 从事磁热弹多场耦合研究(E-mail: mzg_615@163.com).

则模态法,研究了无限大旋转板的广义热弹耦合问题。基于 L-S 理论, He^[11]等研究了无限长圆柱的电磁热弹的耦合问题。

本文综合应用 L-S 理论和 G-L 理论,采用拉普拉斯正反变换技术,研究了无限长旋转圆柱体的电磁热弹耦合的广义热冲击问题。本文与文[11]不同在于,综合运用了两个广义热弹性理论,同时考虑了旋转效应,本文属文[11]的系列工作,是文[11]的延伸。

1 基本方程

考虑一无限长的各向同性理想圆柱导体,选取柱坐标系 (r, φ, z) , 坐标 z 轴沿着圆柱体的轴向,坐标原点在对称轴上。无限长圆柱体以角速度 $\Omega = (0, 0, \Omega)$ 绕 z 轴旋转。考虑旋转效应,运动方程中包含了与时间相关的向心加速度 $\Omega \times (\Omega \times \mathbf{u})$ 和科里奥利加速度 $2\Omega \times \dot{\mathbf{u}}$, 圆柱体置于磁场强度为 $\mathbf{H} = (0, 0, H_0)$ 的磁场中, \mathbf{H} 的方向沿着圆柱体的轴向。在 $t=0$ 时刻,电磁介质表面上受到热冲击作用。介质受热膨胀变形,由于 \mathbf{H} 的作用,介质中产生了感应的磁场 \mathbf{h} 和感应的电场 \mathbf{E} 。介质中的 Maxwell 方程组具有如下的矢量形式:

$$\nabla \times \mathbf{h} = \mathbf{J} + \varepsilon_0 \dot{\mathbf{E}} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \dot{\mathbf{h}} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = -\mu_0 (\dot{\mathbf{u}} \times \mathbf{H}) \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h} = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (5)$$

式中: \mathbf{h} 是感应的磁场强度矢量; \mathbf{E} 是感应的电场强度矢量; \mathbf{u} 是位移矢量; μ_0 、 ε_0 分别是磁导率和介电率; ∇ 是 Hamilton 算子。

不计体力及内热源,计及洛仑兹力广义热弹性理论控制方程:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = \rho \left\{ \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} + [\Omega \times (\Omega \times \mathbf{u})]_i + (2\Omega \times \dot{\mathbf{u}})_i \right\} \quad (6)$$

$$\kappa T_{,ij} = \rho c_v (\dot{T} + \tau_0 \ddot{T}) + \lambda_{ij} T_{,0} (\dot{e}_{kk} + m\tau_0 \ddot{e}_{kk}) \quad (7)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} - \gamma \hat{T} \delta_{ij} \quad (8)$$

式中, $\hat{T} = T - T_0 + \nu \dot{T}$ 。

$$M_{ij} = \mu_0 (H_i h_j + H_j h_i - \delta_{ij} H_k h_k) \quad (9)$$

$$F_i = \mu_0 (\mathbf{J} \times \mathbf{H})_i \quad (10)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (11)$$

上述式中,建立了 L-S 型和 G-L 型统一的广义

的电磁热弹耦合的控制方程,其中, σ_{ij} 是应力分量, u_i 是位移分量, ρ 是密度, F_i 是洛仑兹力分量, Ω 是角速度,当 $m=1, \nu=0$ 时,表示的是 L-S 型电磁热弹耦合的控制方程;当 $m=0$ 时,表示的是 G-L 型电磁热弹耦合的控制方程。

位移具有如下的特征:

$$u_r = u(r, t), u_\varphi = 0, u_z = 0 \quad (12)$$

根据式(12),可得到应变分量为:

$$\begin{aligned} e_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}, e_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r}, \\ e_{zz} &= e_{r\varphi} = e_{rz} = e_{\varphi z} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

由式(13)可得到体积膨胀率:

$$e = e_{rr} + e_{\varphi\varphi} + e_{zz} = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} \quad (14)$$

应力分量具有下面的形式:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda e - \gamma [(T - T_0) + \nu \dot{T}], \\ \sigma_{\varphi\varphi} &= 2\mu \frac{u}{r} + \lambda e - \gamma [(T - T_0) + \nu \dot{T}], \\ \sigma_{zz} &= \lambda e - \gamma [(T - T_0) + \nu \dot{T}]. \end{aligned} \quad (15)$$

式中: λ 和 μ 是拉梅常数; $\gamma = (3\lambda + 2\mu)\alpha_t$; α_t 是线性热膨胀系数。

由式(2)和式(3)可以得到柱体中的感应电场强度和感应磁场强度:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (0, E, 0) = \left(0, \mu_0 H_0 \frac{\partial u}{\partial t}, 0 \right), \\ \mathbf{h} &= (0, 0, h) = (0, 0 - H_0 e). \end{aligned} \quad (16)$$

在介质中产生感应电磁场的同时,电磁场将向自由空间中辐射,从而由式(16)可假定自由空间中的电磁场分量具有如下形式和关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^0 &= (0, E^0, 0), \mathbf{h}^0 = (0, 0, h_z^0), \\ \nabla^2 h_z^0 - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 h_z^0}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (17)$$

式中的上标“0”代表自由空间中的各物理量,假定柱体及自由空间中的磁导率和介电率相等。

由式(10)及式(16)得到洛仑兹力分量:

$$\mathbf{F} = \left[\mu_0 H_0^2 \left(\frac{\partial e}{\partial r} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right), 0, 0 \right] \quad (18)$$

由式(6)、式(15)和式(18)可以得到柱坐标下的径向平衡方程:

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu + \mu_0 H_0^2) \nabla^2 e - \gamma [\nabla^2 T + \nu \nabla^2 \dot{T}] = \\ (\varepsilon_0 \mu_0^2 H_0^2 + \rho) \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - \rho \Omega^2 e \end{aligned} \quad (19)$$

为了便于计算, 引入下面的无量纲量:

$$\begin{aligned} r^* &= c_1 \eta r, & u^* &= c_1 \eta u, & t^* &= c_1^2 \eta t, & \tau_n^* &= c_1^2 \eta \tau_n \\ \sigma_{ij}^* &= \frac{\sigma_{ij}}{\mu}, & M_{ij}^* &= \frac{M_{ij}}{\mu}, & \theta^* &= \frac{\theta}{T_0}, & \Omega^* &= \frac{\Omega}{c_1^2 \eta}, \\ h^* &= \frac{\mu_0 H_0 h}{\rho c_1^2}, & E^* &= \frac{H_0 E}{\rho c_1^3}, & \eta &= \frac{\rho c_v}{\kappa}, \\ c_1^2 &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} + \frac{\mu_0 H_0^2}{\rho}. \end{aligned} \quad (20)$$

利用式(20)定义的无量纲量, 对控制方程进行无量纲化可以得到(为方便起见, 省去各量右上方的星号):

$$\nabla^2 e - g_1 [\nabla^2 \theta + \nu \nabla^2 \dot{\theta}] = g_2 \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} - \Omega^2 e \quad (21)$$

$$\nabla^2 \theta = (\dot{\theta} + \tau_0 \ddot{\theta}) + g_3 (\dot{e} + m \tau_0 \ddot{e}) \quad (22)$$

$$\nabla^2 h_z^0 - V^2 \frac{\partial^2 h_z^0}{\partial t^2} = 0 \quad (23)$$

式中:

$$g_1 = \frac{\gamma T_0}{\rho c_1^2}, \quad g_2 = 1 + \frac{\mu_0 H_0^2}{\rho c^2}, \quad g_3 = \frac{\gamma}{\rho c_v},$$

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}, \quad V^2 = \frac{c_1^2}{c^2}.$$

应力分量经无量纲化处理后得到:

$$\sigma_{rr} = \beta^2 e - 2 \frac{u}{r} - \lambda_1 [\theta + \nu \dot{\theta}] \quad (24)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \beta^2 e - 2 \frac{\partial u}{\partial r} - \lambda_1 [\theta + \nu \dot{\theta}] \quad (25)$$

$$M_{rr} = -\lambda_2 h \quad (26)$$

式中:

$$\beta^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\mu}, \quad \lambda_1 = \frac{\gamma T_0}{\mu}, \quad \lambda_2 = \beta^2 + \frac{\mu_0 H_0^2}{\mu}.$$

认为问题的初始条件是齐次的, 其边界条件如下:

1) 在圆柱体的边界面上, 电场强度 \mathbf{E} 的切向分量连续:

$$E(a, t) = E^0(a, t), \quad t > 0 \quad (27)$$

2) 圆柱体边界面上应力自由:

$$\sigma_{rr}(a, t) + M_{rr}(a, t) - M_{rr}^0(a, t) = 0 \quad (28)$$

3) 圆柱体表面上受到热冲击:

$$\theta(a, t) = \theta_0 H(t) \quad (29)$$

2 问题的求解

引入拉普拉斯变换:

$$\bar{f}(r, s) = \int_0^\infty e^{-st} f(r, t) dt \quad (30)$$

利用式(30), 对式(21)、式(22)进行拉普拉斯变换, 得到:

$$(\nabla^2 - g_2 s^2 + \Omega^2) \bar{e} - g_1 \nabla^2 \bar{\theta} [1 + \nu s] = 0 \quad (31)$$

$$[\nabla^2 - s(1 + \tau_0 s)] \bar{\theta} - s(1 + m \tau_0 s) g_3 \bar{e} = 0 \quad (32)$$

从上两式消去 $\bar{\theta}$, 得到 \bar{e} 所满足的偏微分方程:

$$(\nabla^4 - A \nabla^2 + C) \bar{e} = 0 \quad (33)$$

式中:

$$A = g_2 s^2 - \Omega^2 + s(1 + \tau_0 s) + g_1 g_3 s(1 + m \tau_0 s)(1 + \nu s),$$

$$C = (g_2 s^3 - \Omega^2 s)(1 + \tau_0 s).$$

通过类似的方法, 可以得到 $\bar{\theta}$ 所满足的偏微分方程:

$$(\nabla^4 - A \nabla^2 + C) \bar{\theta} = 0 \quad (34)$$

式(33)可表示成下面的形式:

$$(\nabla^2 - k_1^2)(\nabla^2 - k_2^2) \bar{e} = 0 \quad (35)$$

由于所考虑问题的解在 $r \rightarrow 0$ 时是有限的, 从而得到:

$$\bar{e} = \sum_{i=1}^2 G_i(s) I_0(k_i r) \quad (36)$$

式中 $G_i(s)$ 是待定参数; I_0 是零阶的第一类修正的贝塞尔函数。

类似地可以得到拉氏域温度解的形式:

$$\bar{\theta} = \sum_{i=1}^2 G'_i(s) I_0(k_i r) \quad (37)$$

式中, $G'_i(s)$ 是待定参数。

在拉氏域中求解式(23), 可以得到 $r \rightarrow \infty$ 时, \bar{h}_z^0 的有限解:

$$\bar{h}_z^0 = G_3(s) K_0(Vsr) \quad (38)$$

式中: $G_3(s)$ 是待定参数; K_0 是零阶的第二类修正的贝塞尔函数。

利用式(36)和式(14), 在拉氏变换域中进行求解, 得到:

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{k_i} G_i(s) I_1(k_i r) \quad (39)$$

从而由式(24)一式(26)可以得到:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{rr} = \sum_{i=1}^2 G_i(s) \left\{ \left[\beta^2 - \frac{s(1 + m \tau_0 s) \lambda_1 g_3}{k_i^2 - s(1 + \tau_0 s)} (1 + \nu s) \right] \cdot \right. \\ \left. I_0(k_i r) - \frac{2}{k_i r} I_1(k_i r) \right\} \end{aligned} \quad (40)$$

$$\bar{\sigma}_{\varphi\varphi} = \sum_{i=1}^2 G_i(s) \left\{ \left[\beta^2 - 2 - \frac{s(1+m\tau_0s)\lambda_1g_3}{k_i^2 - s(1+\tau_0s)}(1+\nu s) \right] \cdot I_0(k_i r) + \frac{2}{k_i r} I_1(k_i r) \right\} \quad (41)$$

$$\bar{M}_{rr} = \lambda_2 w_1 \sum_{i=1}^2 G_i(s) I_0(k_i r) \quad (42)$$

为了确定待定参数 $G_1(s) - G_3(s)$ ，需利用边界条件式(27)一式(29)，由于在边界面上，感应的磁场强度的法向分量是连续的，从而由式(25)可以得到：

$$\sigma_{rr}(a, t) = 0 \quad (43)$$

对边界条件进行拉氏变换：

$$\bar{E}(a, s) = \bar{E}^0(a, s) \quad (44)$$

$$\bar{\sigma}_{rr}(a, s) = 0 \quad (45)$$

$$\bar{\theta}(a, s) = \frac{\theta_0}{s} \quad (46)$$

利用式(44)一式(46)可以得到：

$$w_1 s \sum_{i=1}^2 \frac{1}{k_i} G_i I_1(k_i a) = \frac{G_3}{V} K_1(Vsa) \quad (47)$$

$$\sum_{i=1}^2 G_i(s) \left\{ \left[\beta^2 - \frac{s(1+m\tau_0s)\lambda_1g_3}{k_i^2 - s(1+\tau_0s)}(1+\nu s) \right] \cdot I_0(k_i a) - \frac{2}{k_i r} I_1(k_i a) \right\} = 0 \quad (48)$$

$$\sum_{i=1}^2 \frac{s(1+m\tau_0s)g_3}{k_i^2 - s(1+\tau_0s)} G_i I_0(k_i a) = \frac{\theta_0}{s} \quad (49)$$

$$G_1 = -\frac{l_2 \theta_0}{s(l_1 n_2 - n_1 l_2)}, \quad G_2 = \frac{l_1 \theta_0}{s(l_1 n_2 - n_1 l_2)}, \quad G_3 = \frac{(l_1 r_2 - r_1 l_2) \theta_0}{r_3 s(l_1 n_2 - n_1 l_2)} \quad (50)$$

式中：

$$l_i = \left[\beta^2 - \frac{s(1+m\tau_0s)\lambda_1g_3}{k_i^2 - s(1+\tau_0s)}(1+\nu s) \right] \cdot I_0(k_i a) - \frac{2}{k_i r} I_1(k_i a), \quad i=1,2$$

$$n_i = \frac{s(1+m\tau_0s)g_3}{k_i^2 - s(1+\tau_0s)} I_0(k_i a), \quad i=1,2$$

$$r_i = \frac{w_1 s}{k_i} I_1(k_i a), \quad i=1,2, \quad r_3 = \frac{1}{V} K_1(Vsa)$$

3 拉普拉斯反变换

为了得到各物理量在时间域中的解，需对上面求得的表达式进行拉普拉斯反变换。引入下面拉普拉斯反变换公式：

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\nu-i\infty}^{\nu+i\infty} e^{st} F(s) ds \quad (51)$$

式中， s 为拉普拉斯变换因子，且 $s = \nu + iw$ 。

在进行拉氏数值反变换时，我们应用了下面关于贝塞尔函数的渐近展开式：

$$I_\alpha(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left[1 - \frac{\mu_1 - 1}{8z} + \frac{(\mu_1 - 1)(\mu_1 - 9)}{2!(8z)^2} - \dots \right]$$

$$K_\alpha(z) \sim \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z} \left[1 + \frac{\mu_1 - 1}{8z} + \frac{(\mu_1 - 1)(\mu_1 - 9)}{2!(8z)^2} + \dots \right] \quad (52)$$

式中 $\mu_1 = 4\alpha^2$ 。

4 算例及讨论

考虑一半径为 a 的无限长铜质圆柱体，其表面应力自由，并在表面处受到热冲击作用，计算中所需的材料性能参数参见文[11]，由于这里考虑是一个具体算例，故设定材料的电导率是一个有限大的值。

分别考虑无量纲 $t=0.2, t=0.3$ 及角速度 $\Omega = 10.0, \Omega=0.0$ ，在 $\theta_0=1, \tau_0=0.02$ 及 $a=2.0$ ，经过计算得到了温度、位移、径向应力及感应的磁场强度和感应的电场强度的分布规律，见图 1—图 5 所示。

从图 1—图 2 可以看出，在 L-S 理论和 G-L 理论下，在某一时刻，各物理量只在有限的区域内不为零，而在超出该区域后，值都是零，也就是说没有受到热的扰动影响，考虑不同时刻，随着时间推移，其不为零的区域也相应地在减少，这说明热的传输呈现波动性，以有限的速度传输，这与经典的热传导是完全不同的。

从径向应力分布图 3 可知，在 L-S 理论和 G-L 理论下，柱体外表面处的应力为零，这与边界条件即圆柱体边界面上应力自由是相吻合的。圆柱中离开周边的区域受压，而且受压区域随着时间的推移向圆柱轴心运动。同时，由于柱体是个连续体，沿径向膨胀的质点受到周围介质的限制，阻止膨胀质点的运动，因此，靠近圆周表面的介质受到拉应力作用。由图 3 可知，当某一时刻固定时，应力不为零的区域是有限的，这进一步表明了热的波动效应。

图 4、图 5 反映了电磁热弹耦合效应，在 L-S 理论和 G-L 理论下，当介质置于磁场中受到热冲击作用时，介质受热产生膨胀变形。这使得介质在磁场中切割磁感线，从而在介质中产生了感应的电场，介质中的感应电磁场分布随热波的传输向圆柱中心推移。

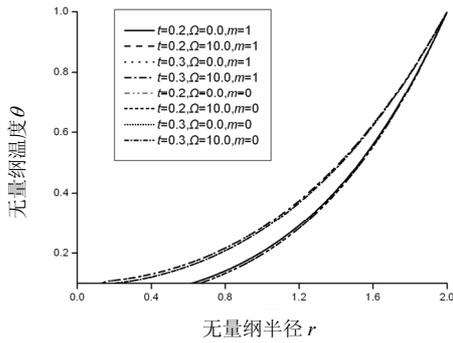


图 1 温度分布

Fig. 1 Distribution of temperature

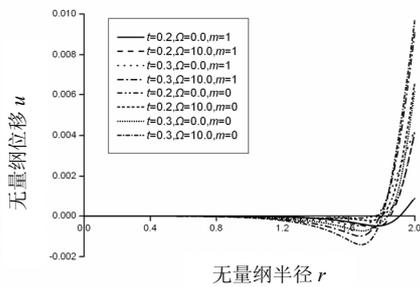


图 2 径向位移分布

Fig. 2 Distribution of the radial displacement

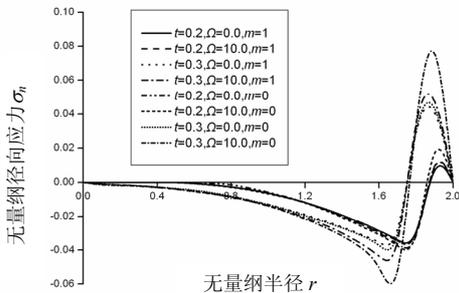


图 3 径向应力分布

Fig. 3 Distribution of the radial stress

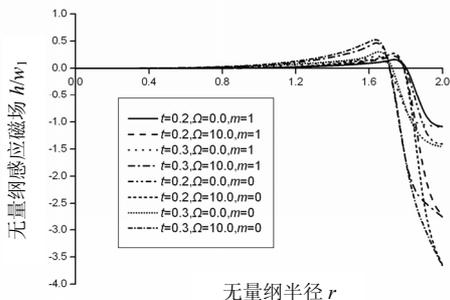


图 4 感应磁场分布

Fig. 4 Distribution of the induced magnetic field

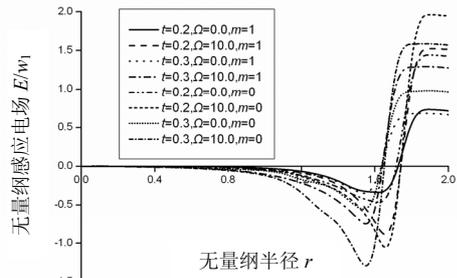


图 5 感应电场分布

Fig. 5 Distribution of induced electric field

从图 1—图 5 可知，无论是对温度、径向位移、径向应力、感应电磁场、G-L 理论下的幅值都不同程度上的大于 L-S 理论下的幅值。

从图 1—图 5 可以明显地看出由于旋转，位移、径向力、感应电场和感应磁场的幅值有明显增大，温度的幅值几乎没有影响。

5 结论

通过以上对旋转无限长理想圆柱导体的电磁热弹耦合问题进行的研究，可以得到如下的结论：

(1) 在 L-S 理论和 G-L 理论下，给定时刻，热的扰动区域是有限的，这说明热的传输呈现波动性。

(2) 在 L-S 理论和 G-L 理论下，电磁媒质置于磁场中，当受热冲击变形时，使得通过柱体横截面的磁通量发生变化，从而在媒质中产生了感应的电磁场，体现了电磁热弹耦合效应。另外，感应的电磁场的变化随着热波的传输向圆柱中心推移，体现了热的波动效应。

(3) 由于圆柱旋转，位移、应力、感应磁场、感应电场的幅值有明显的提高，圆柱的旋转对温度的影响不大。

(4) 两种广义理论比较而言，无论是温度、径向位移、径向应力还是感应电磁场，在 G-L 理论下的幅值都不同程度上的大于 L-S 理论下的幅值。

参考文献：

[1] Lord H W, Shulman Y. A generalized dynamical theory of thermoelasticity [J]. Journal of Mechanics and Physics of Solids, 1967, 15: 299—309.
 [2] Green A E, Lindsay K E. Thermoelasticity [J]. Journal of Elasticity, 1972, 2: 1—7.
 [3] Bagri A, Eslami M R. A unified generalized thermoelasticity; solution for cylinders and spheres [J]. Mechanical Science, 2007, 102: 112—123.

- [4] Othman M I A, Song Yaqin. Effect of rotation on plane waves of generalized electro-magneto-thermoviscoelasticity with two relaxation times [J]. Applied Mathematical Modeling, 2007, 43: 712—727.
- [5] Sharma J N, Thakur Manju D. Effect of rotation on Rayleigh-Lamb waves in magneto-thermoelastic media [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 296: 871—887.
- [6] Sharma J N, Mohamed I A. Othman. Effect of rotation on generalized thermo-viscoelastic Rayleigh-lamb waves [J]. Solids and Structures, 2007, 44: 4243—4255.
- [7] Sherief H H, Helmy K A. A two-dimensional problem for a half-space in magneto-thermoelastic with thermal relaxation [J]. International Journal of Engineering Science, 2002, 40: 587—604.
- [8] Wang X, Lu G, Guillow S R. Magneto-thermodynamic stress and perturbation of magnetic field vector in a solid cylinder [J]. Journal of Thermal Stress, 2002, 25: 909—926.
- [9] Bahtui A, Eslami MR. Generalized coupled thermoelasticity of functionally graded cylindrical shells [J]. Mechanics Research Communications, 2007, 34: 1—18.
- [10] Othman M I A, Othman, Effect of rotation on plane waves in generalized thermo-elasticity with two relaxation times [J]. Solids and Structures, 2007, 44: 2748—2762.
- [11] He Tianhu, Tian Xiaogeng, Shen Yapeng. A generalized electromagneto-thermoelastic problem for an infinitely long solid cylinder [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2005, 24: 349—359.

(上接第 209 页)

参考文献:

- [1] Wang Xiaojian, Lambert M F, Simpson A R, Liggett J A. Leak detection in pipeline using the damping of fluid transients [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(7): 697—711.
- [2] Wylie E Benjamin, Steeeter V L. Fluid transients in systems [M]. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [3] Michele Basseville, Igor V Nikiforov. Detection of abrupt changes: theory and application [M]. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1993.
- [4] Abraham Wald. Sequential analysis [M]. New York: J. Wiley & Sons Inc., 1947.
- [5] Zhang J. Statistical leak detection in gas and liquid pipelines [J]. Pipe & Pipelines International, 1993(7-8): 26—29.
- [6] Zhang J. Statistical pipeline leak detection for all operating conditions [J]. Pipeline & Gas Journal, 2001, 228(2): 42—45.
- [7] 王学芳, 叶宏开, 汤荣铭. 工业管道中的水锤[M]. 北京: 科学出版社, 1995.
- Wang Xuefang, Ye Hongkai, Tang Rongming. Waterhammer in industry pipe [M]. Beijing: Science Press, 1995. (in Chinese)
- [8] 何永森, 刘邵英. 机械管内流体数值预测[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- He Yongsen, Liu Shaoying. Fluid numerical forecast in mechanical pipe [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1999. (in Chinese)
- [9] 靳世久, 王立宁, 李健, 倪世坤, 于明祥. 原油管道漏点定位技术[J]. 石油学报, 1998, 19(3): 93—97.
- Jin Shijiu, Wang Lining, Li Jian, Ni Shikun, Yu Mingxiang. A study on leak point locating of oil pipeline [J]. Acta Petrolei Sinica, 1998, 19(3): 93—97. (in Chinese)
- [10] 张东领, 王树青, 张敏. 热输油管道泄漏定位技术研究[J]. 石油学报, 2007, 28(1): 131—138.
- Zhang Dongling, Wang Shuqing, Zhang Min. Leakage orientation technique for oil pipelines based on pressure wave [J]. Acta Petrolei Sinica, 2007, 28(1): 131—138. (in Chinese)