



控制与决策
Control and Decision
ISSN 1001-0920, CN 21-1124/TP

《控制与决策》网络首发论文

题目: 基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法
作者: 李二超, 魏立森
DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1518
收稿日期: 2020-11-03
网络首发日期: 2021-03-03
引用格式: 李二超, 魏立森. 基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法[J/OL]. 控制与决策. <https://doi.org/10.13195/j.kzyjc.2020.1518>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法

李二超[†], 魏立森

(兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 多目标优化算法的主要目标是实现好的多样性和收敛性. 传统的高维多目标优化算法, 在目标维数增加的时候, 选择方式难以平衡种群的收敛性和多样性. 针对这个问题, 本文提出了一个基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法. 在环境选择中, 首先计算种群中两个个体的指标 $I_e(x, y)$ 作为第一选择标准, 然后提出一种自适应边界选择策略, 利用种群进化信息对超平面系数进行模糊预测, 后近似计算待选个体到超平面的范式距离作为第二选择标准. 最后将所提算法与5种代表性的高维多目标算法进行比较, 实验结果表明, 算法处理复杂Pareto前沿高维多目标优化问题时, 能在平衡收敛性和多样性的同时, 更好的维护多样性.

关键词: 指标; 模糊预测; 超平面; 自适应边界选择; 收敛性; 多样性

中图分类号: TP273

文献标志码: A

DOI: 10.13195/j.kzyjc.2020.1518

An Indicator-Based Many-Objective Evolutionary Algorithm with Adaptive Boundary Selection

LI Erchao, WEI Lisen

(College of Electrical Engineering and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

Abstract: The main goal of the multi-objective optimization algorithm is to achieve good diversity and convergence. In traditional many-objective optimization algorithms, the selection operator is difficult to balance the convergence and diversity of the population, when the dimensionality of the objective increases. To solve this problem, this paper proposes a many-objective algorithm named an indicator-based many-objective evolutionary algorithm with adaptive boundary selection. In environmental selection, first calculate the index $I_e(x, y)$ of the two bodies in the population as the first selection criterion, and then propose an adaptive boundary selection strategy, which uses population evolution information to make fuzzy predictions of hyperplane coefficients, and then approximately Calculate the paradigm distance from the candidate individual to the hyperplane as the second selection criterion. Finally, the proposed algorithm is compared with five representative many-objective optimization algorithms. The experimental results show that when the algorithm handles many-objective optimization problem of the complex Pareto frontier, it can balance convergence and diversity while better maintaining diversity.

Keywords: Indicator; Fuzzy prediction; Hyperplane; Adaptive boundary selection; Convergence; Diversity

0 引言

多目标优化问题是指同时对2个及2个以上的目标进行优化. 如果优化问题包含三个以上目标, 则称为高维多目标优化问题(Many objective Optimization Problems, MaOPs)^[1]. 由于多目标优化问题目标之间相互矛盾, 不存在最优解同时优化所有的目标, 所以这类问题的优化目的是在多个目标之间求取一组折中解^[2]. 另外多目标优化在实际生活中也有广泛的应用^[3-5].

多目标优化算法作为解决多目标问题的主要算

法, 研究表明传统的多目标优化算法不能很好的解决MaOPs问题. 主要原因是随着目标个数的增加, 传统的基于Pareto关系在高维空间中的选择压力会急剧减小, 不能对解进行有效的区分, 此外逼近非支配解的数量指数级增长, 导致计算复杂度和搜索难度急剧增加, 而且目标数量的增加会提高目标空间的复杂度, 导致解难以收敛到真实前沿, 并且多样性也难以维持^[6-7]. 为了解决这些问题, 提出了大量的多目标进化算法. 这些多目标优化算法大致分为三类. 第一类基于放松支配关系的多目标优化算法^[8-10], 通

收稿日期: 2020-11-03; 修回日期: 2021-02-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61763026, 62063019).

[†]通讯作者. E-mail: lecstarr@163.com

过修改传统的非支配关系来增加解的选择压力,但需要额外的参数调整支配区域,不合适的参数会影响算法的多样性. 第二类是基于分解的多目标优化算法^[11-12],将多目标问题分解为多个单目标子问题,通过聚合函数在每个权重向量上选取最好的个体来维持种群的多样性和收敛性. 这类算法需对权重向量进行调整,很难同时很好的处理规则和不规则问题. 第三类基于性能指标的多目标优化算法^[13-15],利用指标综合衡量解的多样性和收敛性的能力对解进行选择. 基于指标的算法简单,易于实施,但不能较好的维持前沿的覆盖率^[16]. 还有一些多目标优化算法采取了不同于上面讨论的思想,通过优先选择一些特殊的解来引导种群实现更好的收敛性和分布性,如极值点和非支配排序的NSGA-II-BS^[6]以及两阶段进化算法MOEA/PT^[17]优先选择极值解、大规模多目标优化算法SparseEA^[18]优先选择稀疏解来增强算法的整体性能. 另外研究发现边界解^[19]也可以很好的提高种群的收敛性和多样性,优先选择这些个体将极大的增强算法搜索整个Pareto前沿的能力^[20]. PARP-EA^[21]先利用成绩标量函数,以M个坐标轴作为权重向量选取M个最小成绩标量函数值的边界解,利用这M个个体构造超平面,再来进行后续解的选择操作. One by oneEA^[22]在逐一选择策略中首先采用边界选择机制,即通过M个标量函数替换收敛性指标获取M个边界解. 类似的VaEA^[23]在个体的选择中首先通过标量函数计算M个边界解,然后最大夹角优先准则和最差别除准则对个体进行筛选. 但随着目标函数的增加,边界解的数量也会增加,仅仅保护M个边界解是远远不够的. 胡凯峰等人提出MaOEA/IBP^[16]算法,采用边界保护策略,通过计算个体到超平面的距离来对个体进行选择,但算法采用指定的超平面对种群进行引导,算法整体性能较弱.

以上算法利用边界解,希望获得更好的收敛性和多样性. 为了更充分的利用边界解,本文在文献^[16]基础上提出一种基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法. 算法先用二元指标进行选择有效地保证收敛性,然后将提出的自适应边界选择策略作为第二选择标准,保证了种群的多样性. 提出的自适应边界选择策略充分的利用种群变化的信息自适应得到一个融合变化信息的超平面,利用个体到超平面的距离来选择合适的解,相较于固定超平面,在解的衡量上更为合理. 将MaOEA/ABS与5种代表性的高维多目标优化算法进行比较,算法在解

决复杂Pareto前沿的时候,能对种群的进化及时响应,表现出更好的收敛性及多样性.

1 相关概念

1.1 高维多目标优化概念及定义

不失一般性,以最小化问题为例,一个具有 n 个决策变量, m 个目标函数的多目标优化问题可表述为^[24]:

$$\begin{aligned} \text{minimize } & F(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x))^T, \\ \text{subject to } & x \in \Omega \end{aligned}$$

其中, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \Omega$ 是决策变量, Ω 是决策空间, Y 是目标空间, $F: \Omega \rightarrow Y \in R^m$ 由 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ 个目标函数组成,当 $m > 3$ 称为高维多目标优化问题.

1.2 二元指标定义

一个二元指标被定义为一个函数,映射两个pareto解集近似为一个实数,即为一个pareto近似解集支配另一个近似解集所需要的最小距离,在目标空间中保持弱支配的关系,二元指标的定义具体如下^[25-27]:

二元指标: 一个二元指标,对于所有的 $x_1, x_2, x_3 \in X, I(x_1, x_2)$ 的支配关系如下:

- (1) $x_1 \prec x_2 \Rightarrow I(x_1, x_2) < I(x_2, x_1)$
- (2) $x_1 \prec x_2 \Rightarrow I(x_3, x_1) \leq I(x_3, x_2)$

基于二元指标的 $I_{\varepsilon+}$ 指标定义如下:

$$I_{\varepsilon+}(x_1, x_2) = \min_{\varepsilon} (f_i(x_1) - \varepsilon \leq f_i(x_2), 1 \leq i \leq m)$$

其中 x_1, x_2 是两个决策变量, m 是目标个数,二元指标的二维示意图如图1所示:

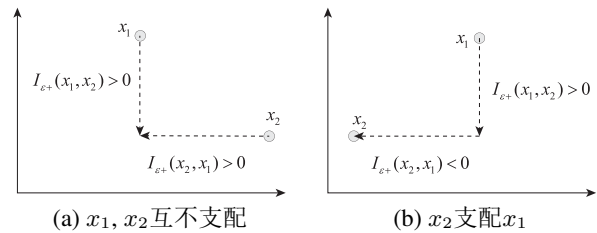


图1 二元指标支配关系二维示意图

2 提出的方法

2.1 整体框架

算法1描述了所提算法MaOEA-ABS的主要框架,首先随机生成大小为 N 的初始种群,选择优秀的个体进入交配池. 然后采用模拟二进制交叉(SBX)和多样式变异(PM)产生子代 Q_t ,将子代和父代个体合并,最后通过环境选择机制从合并后的个体中选出 N 个收敛性和多样性好的个体进入下一代,重复

以上步骤直到满足终止条件.

算法 1: General Framework of MaOEA-ABS

Input : N (种群规模), $tmax$ (最大进化代数)

Output: P_{tmax} (最终种群)

```

1 Initialize the population  $P_0$  with  $N$  random
  individuals
2 while termination criterion is not fulfilled do
3    $Pool = \text{MatingSlection}(P_t)$ 
4    $Q_t = \text{Reproduction}(pool)$ 
5    $P_t = Q_t + P_t$ 
6    $P_{t+1} = \text{EnvironmentalSlection}(P_t)$ 
7    $t = t + 1$ 
8 end
9 return  $P_{t+1}$ 

```

2.2 环境选择机制

算法1中的环境选择机制如算法2所示, 传统的高维多目标优化算法随着目标维数的增加面临选择压力不足, 本文在环境选择中将指标和提出的基于模糊预测自适应边界选择策略相结合, 将指标作为第一选择标准, 提出的基于模糊预测的自适应边界选择策略作为第二选择标准, 进行个体的选择, 以期在高维优化中获得更好的收敛性和多样性. 假定种群的规模是 N , 从 P_t 选择一部分个体形成交配池, 经过交叉变异后生成子代个体 Q_t , 子代父代合并后经过环境选择机制选出 P_{t+1} 个个体进入下一代, 在环境选择中, 首先通过非支配排序的方法对合并个体进行等级划分假设划分后的等级 F_1, F_2, \dots , 以 $\tau = \arg \min_{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} |F_i| \geq N$ 对个体分层进行截断, 选取 $R = F_1 \cup F_2 \dots F_{\tau}$ 的个体. 归一化 R 中个体, 选取归一化后 F_1 层个体, 利用模糊预测的方法对 p 进行自适应调整, 用预测的超平面, 计算所选个体到超平面的距离. 然后利用第一选择标准, 选择最小的 I_{ε} 值, 当 $I_{\varepsilon}(x, y) < 0$ 或 $I_{\varepsilon}(y, x) < 0$, 则 $x \prec y$ 或 $y \prec x$, 删除被支配的个体. 如果不满足这个条件, 采用第二选择标准, 利用解到模糊预测超平面的距离作为适应度值, 进行解的选择, 重复以上步骤直到选取 N 个个体, 这种选择方式能在高维空间中pareto关系对个体无法分层的时候进一步的区分个体, 有效地提高了算法的收敛性和多样性.

2.3 基于模糊预测的自适应边界策略

本文提出了一种自适应边界选择策略, 与文献[16]的边界保护策略类似, 个体的适应度计算为个体到超平面的范式距离, 选择范式距离最小的个体进入下一代. 由于不同测试问题种群的最优pareto解

算法 2: EnvironmentalSlection

Input : P_t (合并后的种群), T (进化代数)

Output: P_{t+1} (下一代种群)

```

1  $(F_1, F_2, \dots) = \text{Non-dominated-sorting}(P_t)$ 
2  $\tau = \arg \min_{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} |F_i| \geq N, R = F_1 \cup F_2 \dots \cup F_{\tau}$ 
3  $R' = \text{Normalization}(R)$ 
   /* 每隔五代模糊预测超平面 $p$ 值 */
4 if  $T \% 5 == 0$  then
5    $P = \text{fuzzy-prediction}(F'_1)$ 
6    $P_1 = P$ 
7 else
8    $P = P_1$ 
9 end
10 计算个体到自适应超平面的范式距离 $d(x, c)$ , 计算两两个体的 $I_{\varepsilon}(x, y)$ 值
11 while  $|R| > N$  do
12   选取 $I_{\varepsilon^+}(x, y)$ 值最小的两个个体
13   if  $I_{\varepsilon^+}(x, y) < 0$  then
14     Remove  $y$  from  $R$ 
15   else if  $I_{\varepsilon^+}(y, x) < 0$  then
16     Remove  $x$  from  $R$ 
17   else
18     /* 根据计算的适应度进行边界选择 */
19     if  $d(x, c) > d(y, c)$  then
20       Remove  $x$  from  $R$ 
21     else if  $d(x, c) < d(y, c)$  then
22       Remove  $y$  from  $R$ 
23     else
24       Randomly Remove the  $x$  or  $y$ 
25     end
26 end
27 return  $R$ 

```

的形状都不一样, 同时种群进化的过程中前沿信息不断变化, 这时就需要符合当前进化状态的超平面对个体进行实时引导, 但文献[16]的选择采用的固定的超平面来计算个体适应度, 并未根据问题的特征以及种群进化的信息, 这样会使得个体的进化出现偏差, 从而降低算法的收敛性及多样性. 本文在此基础上引入模糊预测^[28]的方法, 通过非支配排序的方法获取种群的前沿信息, 对超平面的系数进行预测, 根据个体适应度大小进行选择, 这样能在提高多样性和收敛性的同时更好的兼顾分布性能. 如图2所示二维坐标系下的三个解的选择过程 x_1, x_2, x_3 在

自适应边界选择中 x_1 是边界解其适应度最小优先选择,对于 x_2 、 x_3 优先选择收敛性较小的即适应度较小的 x_2 。下面介绍模糊预测的具体方法。

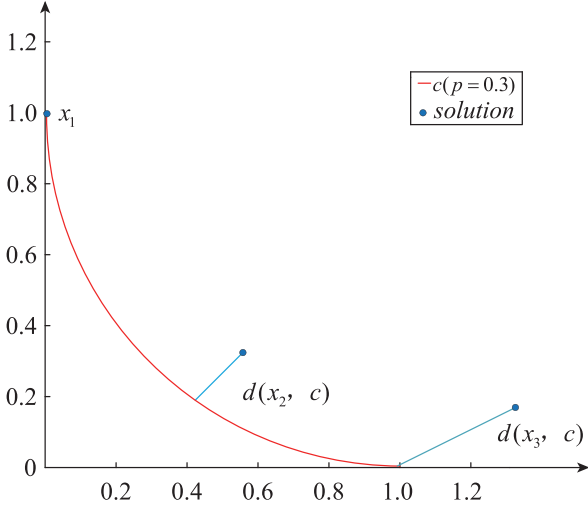


图2 边界选择策略示意图

2.3.1 自适应模糊预测

基于自适应超平面的边界选择策略通过利用前沿信息模糊的拟合超平面来选择个体对种群进行合理的引导,具体的模糊预测步骤如算法3所示。

首先计算经过非支配排序后第一层的个体到系数为 $p = 1$ 超平面的距离:

$$D^1(x) = \frac{\sum_{i=1}^m f'_i(x) - 1}{\sqrt{m}} \quad (1)$$

然后利用求得距离计算平均值和标准差:

$$E = \frac{\sum_{x \in F_1} Dis^1(x)}{|F_1|} \quad (2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{x \in F_1} (Dis^1(x) - E)^2}{|F_1| - 1}} \quad (3)$$

根据 E 和 σ 对高维空间中超平面系数 p 按如下步骤进行近似估计:

Step1: 预先设定两个样本集 sp_1 和 sp_2 如下:

$$p' = \begin{cases} 1 - 0.05i, & p' \in sp_1 \text{ and } i = 0, 1, \dots, T_1 - 1 \\ 1 + 0.1i, & p' \in sp_2 \text{ and } j = 0, 1, \dots, T_2 - 1 \end{cases} \quad (4)$$

p' 是 p 的样本值,选取 $T_1 = 17$ 、 $T_2 = 51$ 近似列举高维空间中的超平面系数。

Step2: 计算每个 p' 的平均拟合值记为 $Fit(p')$,通过拟合值在样本中选取最合适的超平面系数,如下所示:

$$Fit(p') = \frac{\sum_{i=1}^{|F_1|} \left[\sum_{j=1}^m [f'_j(x')]^{p'} \right]^{\frac{1}{p'}}}{|F_1|} \quad (5)$$

Step3: 初步选择与前沿平面拟合最好的超平面

系数 p' 作为初步预测的 p 值,如下所示:

$$p = \begin{cases} p' \in sp_1 : \arg \min |Fit(p') - 1| & \text{if } E < 0 \\ p' \in sp_2 : \arg \min |Fit(p') - 1| & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

Step4: 对初步预测的 p 值根据 $cv(E$ 和 σ 的比值)进行模糊调整,如下所示:

$$p = \begin{cases} 1.0 + cv & \text{if } |cv| < 0.1 \wedge r_1 < 0.9 \\ p + r_3 & \text{if } |cv| > 0.1 \wedge r_2 > 0.9 \\ p & \text{othersize} \end{cases} \quad (7)$$

其中 $cv = \frac{\sigma}{E}$, r_1 和 r_2 在 $[0, 1]$ 内随机取值, r_3 是 $[-0.02, 0.02]$ 内的随机扰动,最后一步根据 cv 值调整系数 p 是为了更好的预测线性PF,这种线性的PF示意图如图3所示,真实的前沿面远离HP¹,如果 cv 接近零,远离超平面的线性PF系数将有更大的概率被接近1,防止线性PF上预测太过偏离。

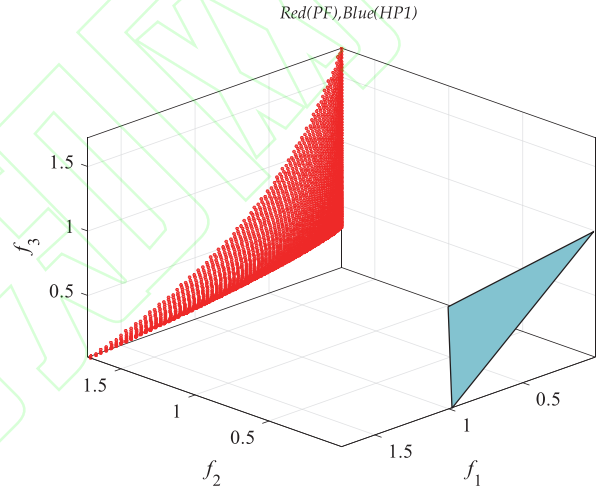


图3 远离超平面线性PF示意图

算法3: fuzzy-predction

Input : F_1 (非支配排序第一层的个体)

Output: p (自适应超平面)

/* 计算非支配排序第一层个体到超平面的距离 */

1 **foreach** $x \in F_1$ **do**

2 | Compute $Dis^1(x)$ with (1)

3 **end**

4 Compute E with (2)

5 Compute σ with (3)

6 Preset two samples sets sp_1 and sp_2 with (4)

7 Calculate $Fit(p')$ by (5) for each sample p'

/* p 值的预测及调整 */

8 Preliminarily predict p by (6)

9 Fuzzily adjust p by (7)

10 **return** p

2.3.2 基于边界的适应度计算

在充分利用种群的进化前沿信息, 对超平面的系数进行实时预测, 然后计算个体的适应度对个体进行筛选. 基于边界选择的策略中个体的适应度通过个体和超平面的距离来衡量, 首先超平面 C 被定义为如下:

$$\left(\sum_{i=1}^m (g_i(x))^p\right)^{1/p} = 1 \quad (8)$$

其中 $\{g_1(x), g_2(x), \dots, g_m(x)\}$ 是超平面 C 上的向量, p 是超平面的曲率.

然后个体的适应度即个体到超平面的距离, 采用文献^[16]的计算方式来近似描述, 因为原点到超平面的范式距离是1, 则个体到超平面的范式距离表示为:

$$d(x, C) \approx \left(\sum_{i=1}^m (f_i(x))^p\right)^{\frac{1}{p}} - 1 \quad (9)$$

$\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)\}$ 是个体目标空间中的向量, 对于适应度即 $d(x, C)$ 的值越小, 则个体越接近预测的超平面.

2.4 计算时间复杂度分析

MaOEA/ABS的计算时间复杂度主要取决它的环境选择策略. 对于具有 M 个目标, 种群大小为 $2N$ 个个体的种群进行归一化的计算时间复杂度为 $O(MN)$. 非支配排序的计算时间复杂度为 $O(N \log^{M-2} N)$. 二元指标 $I_e(x, y)$ 的计算时间复杂度为 $O(mN^2)$, 自适应模糊预测的时间复杂度为 $O(MNT)$, T 为系数样本中的个数, 边界适应度的时间复杂度为 $O(mN)$. 因此MaOEA/ABS的最大时间复杂度是 $O(mN^2)$. 这与当前优秀算法的计算复杂度是一致的, 因此MaOEA/ABS具有很好的计算效率.

3 仿真实验

本节旨在通过实验研究验证MaOEA/ABS的性能. 将所提的算法与MaOEA/IBP^[16]、MaOEA/IGD^[29]、EFR-RR^[30]、MOMBI-II^[31]、One by oneEA^[20]具有代表性的多目标优化算法在WFG^[32]、MaF^[33]测试函数集上进行对比实验. 本文实验的目标个数是 $M \in \{6, 10, 13\}$ 所有实验在配置为Inter Core、CPU: i5-1020、8GB内存、主频2.3GHZ的计算机上进行, 程序采用MATLAB 2016a编写, 并在多目标优化算法开源平台PlatEMO-2.7^[34]上运行.

3.1 性能指标

为了精确的定量评估算法的综合性能, 我们采取了两种广泛使用的指标IGD和DM, 采用反转世代距离综合评判算法的收敛性和多样性. DM指标用于评价近似前沿的分布性.

基于反世代距离的IGD指标(Inverted Distance, IGD)^[35]兼顾了近似解集的多样性和收敛性, 其指标值是通过计算近似最优解与在真实前沿均匀采样的一组参考点之间的距离得到. 对于任意算法, 设 P 为算法在目标空间中得到的一个近似最优解集, P^* 为真实前沿上的一组均匀分布的点集, 则IGD指标的计算公式表示如下:

$$IGD(P) = \frac{1}{|P^*|} \sum_{z^* \in P^*} d(z^*, P) \quad (10)$$

其中 $|P^*|$ 是 P^* 的基数, 即真实前沿上集的数目. $d(z^*, P)$ 为真实前沿上的点 $z^* \in P^*$ 与 P 之间的距离. IGD的指标值越小表示近似解集的收敛性和分布性越好, 越接近真实前沿.

分布性指标评价DM^[36-37](Diversity Metric, DM)评价种群的分布均匀性, 它的取值区间为 $[0, 1]$, 当DM指标值越大说明近似前沿的分布性越好, 该评价指标需要参数, 参数设置如下:

表1 DM的网格划分设置

目标数	6	10	13
网格划分	3	3	3

3.2 实验参数设置

(1) 种群大小: EFR-RR的种群数量与权重向量有关, 使用文献^[25]中的两层参考点分布来产生权重向量, 为了保证算法的公平性, 种群大小与其他算法保持一致, 所以对于目标数为6、10、13的各个算法种群大小设置分别是132、275、182.

(2) 进化算子参数设置: 法采用二进制交叉和多项式变异. 交叉概率 $p_c = 1.0$, 变异概率 $p_m = 1/n$, 其中 n 是决策空间的维数. 二进制交叉(SBX)和多项式变异(PM)的分布指标分别是 $\eta_c = 20$, $\eta_m = 20$.

(3) 对比算法参数设置: EFR-RR算法的邻域大小设置为 $K = 2$.

(4) 决策变量设置: 对于WFG1-9以及MaF1-6测试问题上 $K = 10$, 对于MaF7测试问题上 $K = 20$, 决策变量的维度是 $D = M + K - 1$. MaF8-9测试问题上决策变量的维度是2, MaF13测试问题上决策变量维度是5.

(5) 运行次数及终止条件: 本文所有算法在开源平台PlatEMO^[34]中运行, 每个算法独立运行20次, 记录标准差和平均值. 当目标函数的评价次数(MFE)达到30000次时, 算法结束运行, 对于算法的运行代数 $G_{\max} = MFE/N$. 具体运行代数如表2所示.

表2 算法的迭代代数

Table with 7 columns: Algorithms, MaOEA/ABS, MaOEA/IBP, EFR-RR, MaOEA/IGD, One by oneEA, MOMBI-II. Rows show iteration counts for 6, 10, and 13 dimensions.

3.3 实验结果分析

MaOEA/ABS与MaOEA/IBP、EFR-RR、MaOE A/IGD、One by oneEA、MOMBI-II在19个MaF和WF G测试函数经过20次独立运行的IGD和DM指标的 比对结果如表3和表4所示。从表中可以看出MaO EA/ABS在6、10、13共计57个测试函数上IGD指标 取得32个全局最优结果, DM指标取得37个全局最优 结果,表明MaOEA/ABS算法中指标和自适应边界选 择策略的选解方式在非支配排序失效的情况下更进 一步挖掘解的信息,实现更好的收敛性和多样性,在 处理高维多目标优化问题上有很大的优势,本文对 各个测试函数的具体分析如下:

表3 算法在测试问题上独立运行20次的IGD平均值和标准差

Table with 7 columns: Problem, M, D, MaOEA/ABS, MaOEA/IBP, onebyoneEA, MaOEA/IGD, EFRRR, MOMBIII. Rows list 19 test functions (WFG1-WF9, MaF1-MaF3, MaF5-MaF13) and their performance metrics.

表4 算法在测试问题上独立运行20次的DM平均值和标准差

Table with 7 columns: Problem, M, D, MaOEA/ABS, MaOEA/IBP, onebyoneEA, MaOEA/IGD, EFRRR, MOMBIII. Rows list 19 test functions (WFG1-WF9, MaF1-MaF3, MaF5-MaF13) and their performance metrics.

是相较于其他算法表现较好,另外MaOEA/ABS在这两个测试函数上的DM指标整体性能优异,表明基于指标和边界选择的策略能在保持综合性能的同时更好的维护多样性。WFG3是一种线性的、多模的、退化的PF,而且决策变量不可分离,在这个问题上MaOEA/ABS的IGD指标值和DM相对表现较差。WFG4-5被设计带有凹的、欺骗性PF, WFG6是一种凹的、多模的PF, WFG7带有凹的、有偏的PF特性, MaOEA/ABS在这几类问题IGD和DM上取得了全局最优的结果,说明本文提出的自适应边界保护策略能较好的拟合前沿,实现更好的收敛性和多样性。对于WFG8具有凹的、有偏不可分解的特性, MaOEA/ABS在10维上取得了最好的IGD指标值,相较于其他算法表现较好, WFG9带有凹的不可分解的PF特性在6维、10维和13维上对于IGD指标取得了全局最优的结果,根据DM指标可以看出自适应边界保护策略的使用算法在这两类问题上在保证综合性能的前提下都展示出了很好的分布性能。综合统计

针对WFG系列测试函数, WFG1被设计带有凸的、混合的、偏见的PF。WFG2也是一种凸的、混合的、退化的PF,共同的属性都是混合的前沿,在IGD指标上MaOEA/ABS虽然比MaOEA/IBP差但

结果来看MaOEA/ABS在WFG测试集上性能优越.

针对MaF系列测试函数, MaF1具有线性、反转的PF, 通过反转DTLZ1前沿形状得到. MaPEA/ABS在此类问题上IGD和DM指标值都获得最好的结果. 这是由于MaOEA/ABS通过指标和自适应边界选择策略对个体进行引导, 其他算法依赖参考点引导个体, 不能很好的适应前沿形状. MaF2具有凹的前沿特性, 对于IGD指标值算法在各个维度虽然没有取得全局最优的结果, 但相较其他算法性能优异. 另外DM整体表现优异. MaF3具有凸的、多模的PF, 对于IGD和DM指标值在6维、10维上取得全局最优的结果. 在13维上MaOEA/ABS的性能仅次于MaOEA/IBP, 得到较好的效果. MaF4是由DTLZ3反转得到, 具有凹的、多模、反转、弱缩放的特性, 算法在在6维、13维上取得了最好的IGD指标值和DM指标值. MaF5是凸的、偏见的、弱缩放的, MaOEA/ABS在10维和13维上IGD指标取得了最优的结果, 另外在DM取得全局最优. MaF6具有凹的、退化的前沿特性, 算法表现较差. MaF7具有混合、退化、多模的PF特性, 算法在IGD上表现最优, DM指标上全局最优. MaF8-9具有线性的、退化的特性, 算法在这类问题上取得了较好的效果. MaF13是凹的、无偏、退化的, 决策变量是非线性的, 算法很难收敛到真实前沿, MaOEA/ABS在这类问题上性能突出, 在DM和IGD指标上都取得了很好的结果.

为了更直观的了解IGD指标值的变化, 验证本文所提算法的有效性, 本文绘制了WFG5、WFG6、WFG7、MaF1随评价次数增加的IGD进化曲线图. 如图4所示本文所提算法在这些问题上随着评价次数的增加, 能快速降至最小值并稳定在最小值. 其中MOMBI-II、MaOEA-IGD是两种在环境选择中基于不同指标选择的算法, 在进化过程中指标波动较大进化过程不稳定, 说明两种算法指标在高维空间上选择个体存在缺陷. OnebyoneEA、EFR-RR算法的指标收敛能力也弱于本文所提算这是因为边界解的数量会随着目标个数的增加而增加, 该算法仅仅在选解阶段保护M个边界解, 弱化了算法的性能. MaOEA/IBP算法的性能弱于MaOEA/ABS原因在于本文提出的自适应边界的环境选择策略充分利用种群的进化信息, 从而在环境选择中更好的选择个体, 提升了算法的多样性和收敛性.

综合上面的分析, 算法对处理复杂Pareto前沿问题, 有较大的优势, 指标和自适应选择策略进行选解, 能够提高算法的整体性能, 在实现较好的收敛性和

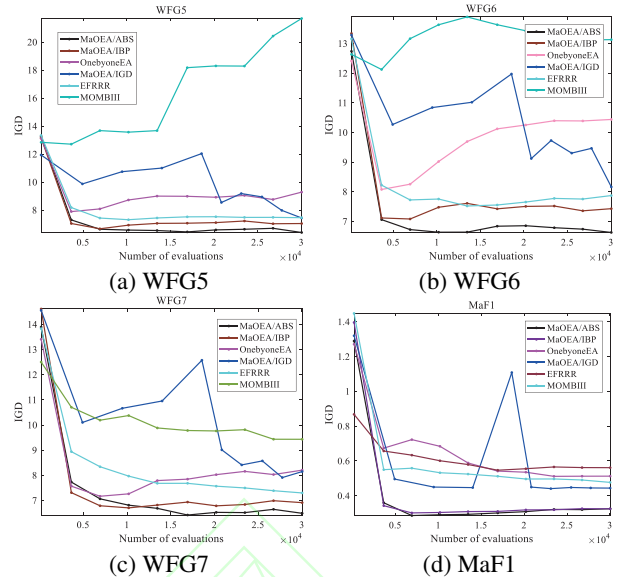


图4 六种算法在WFG5、WFG6、WFG7、MaF1测试问题13目标上的IGD变化曲线图

分布性的同时, 更好的维护多样性. 为了直观反映6种算法在解空间中解集的分布情况, 图5给出了六种算法在3目标WFG1问题和10目标WFG6测试问题上的解集分布, 对于10目标WFG6测试问题采用平行坐标图绘制. 由图可以看出本文提出的算法在三目标下解的多样性明显优于其他算法. 对于10目标WFG6测试问题, MaOEA/IGD、EFR-RR、MaOEA/IBP、MOMBI-II分布性较好, 但是收敛性较差. One by oneEA实现了较好的收敛性但是分布性差, MaOEA/ABS实现了较好的收敛性和分布性.

3.4 自适应模糊预测有效性及参数影响分析

(1) 自适应模糊预测的有效性分析

经过实验分析本文提出的算法在大多数测试问题有着不错的表现, 这说明本文提出的自适应边界选择策略能够及时根据种群当前的进化状态进行预测, 引导种群逼近真实前沿. 但对于一些测试问题如WFG1、WFG2、WFG3, 这些测试问题的前沿形状呈现出混合、多模的特性, 往往难以预测. 对于种群前沿的预测也有很多工作^[38-39], 这些方法的预测需要真实的前沿, 但在实际应用问题中很难知道真实前沿, 而且计算复杂度高, 本文的模糊预测方法, 是根据种群的支配前沿预测, 相对来说复杂度低、容易实施.

(2) 参数影响分析

在自适应模糊预测中, 使用参数 cv 、 r_1 、 r_2 、 r_3 对初步拟合的 p 值进行调整提高预测的结果, 其中 cv 主要对远离超平面的线性前沿进行模糊调整, 使得线性问题的预测结果不过于偏离, r_1 、 r_2 、 r_3 参数的取值借鉴模糊系统参数的调整方法, 使得预测

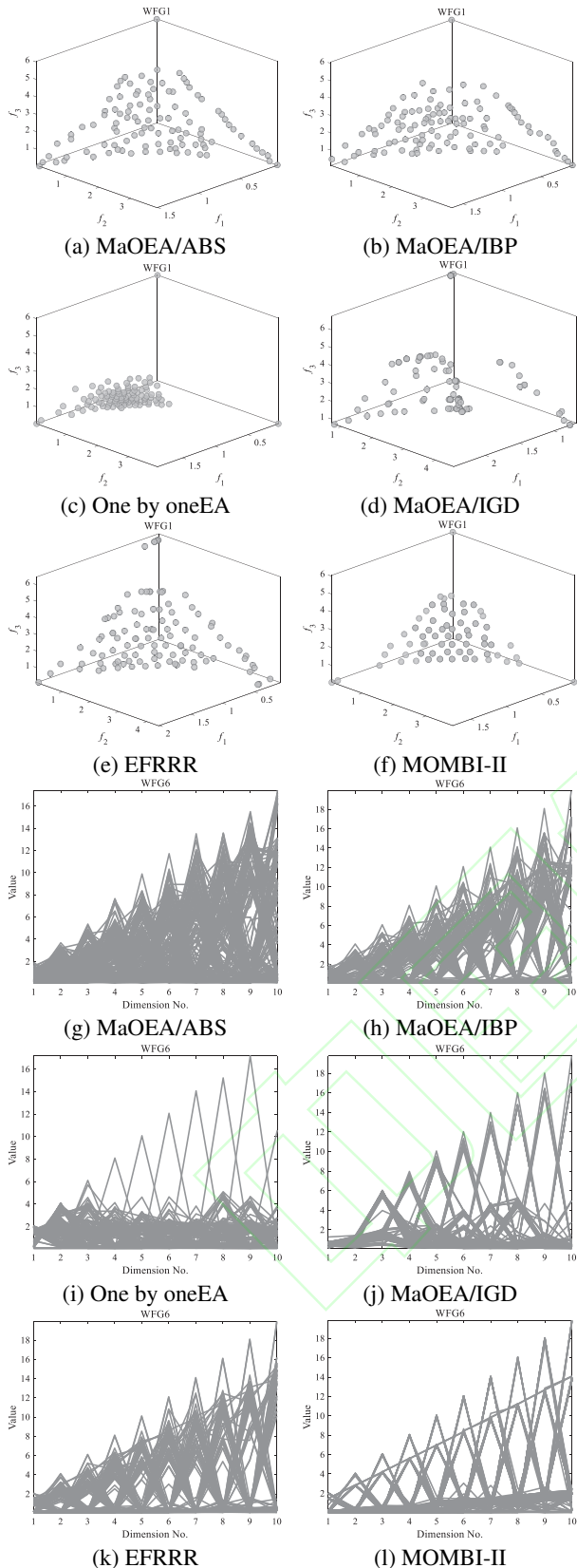


图5 六种算法在3目标WFG1和10目标WFG6测试问题上的解集分布图

结果出现一些意想不到的结果, 弥补由于预测不准引起的性能下降. 为了验证参数对于预测结果的影响, 本文将参数调整的算法(MaOEA/ABS-I)、没有参数调整的算法(MaOEA/ABS-II)在测试问题WFG4、WFG8、MaF1、MaF8、MaF9进行验证分析, 实验结

果如表5所示. 根据指标结果可以看出, 经过参数的调整, 改善预测的效果, 算法的性能相应的得到提升.

表5 独立运行20次IGD指标的方差和标准差

Problem	M	D	MaOEA/ABS-I	MaOEA/ABS-II
WFG4	6	15	1.8317e+0 (4.89e-2)	1.8441e+0 (6.09e-2)
	10	19	4.0977e+0 (3.33e-2)	4.1002e+0 (3.78e-2)
	13	22	6.7205e+0 (1.51e-1)	6.7652e+0 (2.33e-1)
WFG8	6	15	2.1573e+0 (5.34e-2)	2.1771e+0 (6.58e-2)
	10	19	4.3783e+0 (1.51e-1)	4.4400e+0 (1.75e-1)
	13	22	7.2149e+0 (3.37e-1)	7.2195e+0 (3.47e-1)
MaF1	6	15	1.7824e-1 (3.43e-3)	1.7920e-1 (2.22e-3)
	10	19	2.5253e-1 (3.25e-3)	2.5636e-1 (2.89e-3)
	13	22	3.2297e-1 (6.65e-3)	3.2631e-1 (6.46e-3)
MaF8	6	2	1.2311e-1 (2.00e-2)	1.2621e-1 (1.15e-2)
	10	2	1.7843e-1 (6.00e-2)	2.0979e-1 (1.33e-1)
	13	2	1.6538e-1 (1.75e-2)	1.7810e-1 (4.89e-2)
MaF9	6	2	1.1403e-1 (1.22e-2)	1.3500e-1 (7.41e-2)
	10	2	1.8543e-1 (1.39e-1)	2.8203e-1 (4.30e-1)
	13	2	6.2583e-1 (1.92e+0)	2.0397e-1 (1.05e-1)
测试结果			14/15	1/15

4 结论

本文针对高维多目标优化问题的求解, 为获得好的多样性和收敛性, 提出一种基于指标和自适应边界选择的高维多目标优化算法. 该算法使用二元指标值作为第一标准对解进行选择, 采用自适应边界选择策略作为第二标准对解进行选择. 具体的在环境选择中当指标值不能对解进行有效区分时, 提出的自适应边界选择策略, 充分利用种群的进化信息, 对超平面系数进行模糊预测, 然后计算个体到超平面的距离来进行解的选择. 算法在目标维数为6、10、13的复杂pareto前沿问题上表现良好, 能在平衡收敛性和多样性的同时, 更好的维护种群的多样性. 但是所提算法采用的自适应边界选择策略对一些问题的超平面不能很好的预测, 如何利用解的进化信息对超平面进行更好的预测将是我们下一步工作, 此外将所提算法应用于实际问题也是未来研究的主要方向之一.

参考文献(References)

- [1] Wang R, Purshouse R C, Fleming P J. Preference-inspired co-evolutionary algorithm using adaptively generated goal vectors[C]. 2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation. IEEE, 2013: 916-923.
- [2] Tian Y, Cheng R, Zhang X, et al. An indicator-based multiobjective evolutionary algorithm with reference point adaptation for better versatility[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2017, 22(4): 609-622.
- [3] 李俊青, 潘全科, 王玉亭. 多目标柔性车间调度

- 的Pareto混合禁忌搜索算法[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(7): 1419–1426.
- (Li J Q, Pan Q K, Wang Y T. Hybrid Pareto2based tabu search algorithm for solving the multi2objective flexible Job Shop scheduling problem[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2010, 16(7): 1419–1426.)
- [4] 伍力, 吴捷, 钟丹虹. 多目标优化改进遗传算法在电网规划中的应用[J]. 电力系统自动化, 2000(12): 45–48.
- (Wu L, Wu J, Zhong D H. Application of An Improved Genetic Algorithm Multi-Objective Power Network Optimization planning[J]. Automation of Electric Power Systems, 2000(12): 45–48.)
- [5] 申晓宁, 郭毓, 陈庆伟, 胡维礼. 基于多目标协同进化算法的多机器人路径规划[J]. 南京航空航天大学学报, 2008(2): 245–249.
- (Shen X N, Guo Y, Cheng Q W, Hu W L. Multi-Robot Path Planning Based on Multiobjective Co-Evolutionary Algorithm[J]. Journal of NanJing University of Aeronautics and Astroautics, 2008(2): 245–249.)
- [6] 朱春阳, 郭晓彤, 孙浩然, 孙文学. 基于极值点搜索和非支配排序的高维多目标优化算法[J]. 小型微型计算机系统, 2018, 39(1): 32–36.
- (Zhu C Y, Guo X T, Sun H R, Sun W X. Many-objective Optimization Algorithm Based on Nadir Point Search and Nondominated Sorting[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2018, 39(1): 32–36.)
- [7] 赵玉亮, 宋业新, 康丽文. 基于向量角分解的高维多目标进化算法[J/OL]. 控制与决策: 1–8[2020–11–03].
- (Zhao Y L, Sun Y X, Kang L W. Many-objective Evolutionary Algorithm Based on Vector Angle Decomposition[J/OL]. Control and Decision: 1–8[2020-11-03].)
- [8] 毕晓君, 张永建, 陈春雨. 基于模糊支配的高维多目标进化算法MFEA[J]. 电子学报, 2014, 42(8): 1653–1659.
- (Bi X J, Zhang Y J, Cheng C Y. A Many-Objective Evolutionary Algorithm Based on Fuzzy Dominance: MFEA[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(8): 1653–1659.)
- [9] Yang S, Li M, Liu X, et al. A grid-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2013, 17(5): 721–736.
- [10] Yuan Y, Xu H, Wang B, et al. A new dominance relation-based evolutionary algorithm for many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 20(1): 16–37.
- [11] Zhang Q, Li H. MOEA/D: A multiobjective evolutionary algorithm based on decomposition[J]. IEEE Transactions on evolutionary computation, 2007, 11(6): 712–731.
- [12] Qi Y, Ma X, Liu F, et al. MOEA/D with adaptive weight adjustment[J]. Evolutionary computation, 2014, 22(2): 231–264.
- [13] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. International conference on parallel problem solving from nature. Springer, Berlin, Heidelberg, 2004: 832–842.
- [14] Sun Y, Yen G G, Yi Z. IGD indicator-based evolutionary algorithm for many-objective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 23(2): 173–187.
- [15] Trautmann H, Wagner T, Brockhoff D. R2-EMOA: Focused multiobjective search using R2-indicator-based selection[C]. International Conference on Learning and Intelligent Optimization. Springer, Berlin, Heidelberg, 2013: 70–74.
- [16] Z. Liang, T. Luo, K. Hu, X. Ma and Z. Zhu, An Indicator-Based Many-Objective Evolutionary Algorithm With Boundary Protection, in IEEE Transactions on Cybernetics, doi: 10.1109/TCYB.2019.2960302.
- [17] 郭晓彤, 李玲燕, 朱春阳. Pareto支配关系下两阶段进化高维多目标优化算法[J]. 计算机科学与探索, 2018, 12(8): 1350–1360.
- (Guo X T, Li L Y, Zhu C Y. Two Phase Many-Objective Optimization Algorithm Based on Pareto Dominance Relationship[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, 2018, 12(8): 1350–1360.)
- [18] Tian Y, Zhang X, Wang C, et al. An Evolutionary Algorithm for Large-Scale Sparse Multiobjective Optimization Problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 24(2): 380–393.
- [19] Singh H K, Isaacs A, Ray T. A Pareto corner search evolutionary algorithm and dimensionality reduction in many-objective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011, 15(4): 539–556.
- [20] 刘益萍. 高维多目标进化优化理论与方法[D]. 中国矿业大学, 2017.
- (Liu Y P. Many-Objective Evolutionary Optimization Theory and Method[D]. China University of Mining Technology, 2017)
- [21] Xiang Y, Zhou Y, Yang X, et al. A Many-objective evolutionary algorithm with Pareto-adaptive reference points[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 24(1): 99–113.
- [22] Liu Y, Gong D, Sun J, et al. A many-objective evolutionary algorithm using a one-by-one selection strategy[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2017, 47(9): 2689–2702.
- [23] Xiang Y, Zhou Y, Li M, et al. A vector angle-based evolutionary algorithm for unconstrained many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2016, 21(1): 131–152.
- [24] Cai X, Yang Z, Fan Z, et al. Decomposition-based-sorting and angle-based-selection for evolutionary multiobjective and many-objective optimization[J]. IEEE Transactions on cybernetics, 2016, 47(9): 2824–2837.
- [25] Dai G, Zhou C, Wang M, et al. Indicator and

- reference points co-guided evolutionary algorithm for many-objective optimization problems[J]. Knowledge-Based Systems, 2018, 140: 50–63.
- [26] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search[C]. International conference on parallel problem solving from nature. Springer, Berlin, Heidelberg, 2004: 832–842.
- [27] 周冲. 基于参考点的高维多目标演化算法研究及其在卫星星座设计中的应用[D]. 中国地质大学, 2018. (Zhou C. Research of Reference Points Based Many-Objective Evolutionary Algorithm and Application to Satellite Constellation Design Problem[D]. China University of Geosciences, 2018.)
- [28] S. Liu, Q. Lin, K. C. Tan, M. Gong and C. A. C. Coello, “A Fuzzy Decomposition-Based Multi/Many-Objective Evolutionary Algorithm,” in IEEE Transactions on Cybernetics, doi: 10.1109/TCYB.2020.3008697.
- [29] Sun Y, Yen G G, Yi Z. IGD indicator-based evolutionary algorithm for many-objective optimization problems[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 23(2): 173–187.
- [30] Yuan Y, Xu H, Wang B, et al. Balancing convergence and diversity in decomposition-based many-objective optimizers[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2015, 20(2): 180–198.
- [31] Hernández Gómez R, Coello Coello C A. Improved metaheuristic based on the R2 indicator for many-objective optimization[C]. Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. 2015: 679–686.
- [32] S. Huband, P. Hingston, L. Barone, and L. While, A review of multiobjective test problems and a scalable test problem toolkit, IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 10(5): 477–506.
- [33] Cheng R, Li M, Tian Y, et al. A benchmark test suite for evolutionary many-objective optimization[J]. Complex & Intelligent Systems, 2017, 3(1): 67–81.
- [34] Tian Y, Cheng R, Zhang X, et al. PlatEMO: A MATLAB platform for evolutionary multi-objective optimization [educational forum][J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73–87.
- [35] Coello C A C, Cortés N C. Solving multiobjective optimization problems using an artificial immune system[J]. Genetic programming and evolvable machines, 2005, 6(2): 163–190.
- [36] 刘元, 郑金华, 邹娟, 等. 基于邻域竞赛的多目标优化算法[J]. 自动化学报, 2018, 44(7): 1304–1320. (Liu Y, Zheng J H, Zou J, et al. An Evolutionary Algorithm Through Neighborhood Competition for Multi-objective Optimization[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(7): 1304–1320.)
- [37] K. Deb and S. Jain, Running performance metrics for evolutionary multi-objective optimization, KanGAL Report 2002004, 2002.
- [38] A. G. Hernández-Díaz, L. V. Santana-Quintero, C. A. Coello Coello, and J. Molina, “Pareto-adaptive -dominance,” *Evol. Comput.*, vol. 15, no. 4, pp. 493–517, 2007.
- [39] S. Z. Martínez, V. A. S. Hernández, H. Aguirre, K. Tanaka, and C. A. Coello Coello, “Using a family of curves to approximate the Pareto front of a multi-objective optimization problem,” in Proc. 13th Int. Conf. Parallel Problem Solving Nat., 2014, pp. 682–691.

作者简介

李二超(1980–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向: 人工智能、进化计算、机器人控制等, E-mail: lecstarr@163.com.

魏立森(1998–), 男, 硕士研究生, 研究方向: 多目标优化, E-mail: 2947095936@qq.com.