

文章编号: 1673-5196(2020)01-0083-10

离散事件触发 NCS 的容错与容侵协同设计方法

李 炜^{1,2,3}, 史娅红^{1,2,3}

(1. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 甘肃省工业过程先进控制重点实验室, 甘肃 兰州 730050; 3. 兰州理工大学 电气与控制工程国家级实验教学示范中心, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 针对执行器失效故障和网络攻击, 在离散事件触发通讯机制 (DETCS) 下研究了 NCS 故障容错与攻击容侵的协同设计问题. 首先, 给出了 DETCS 下 NCS 故障容错与攻击容侵的架构, 并以此为基础建立了集触发条件、执行器故障与网络攻击于一体的闭环 NCS 故障/攻击并存模型; 其次, 通过构造 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 综合应用时滞系统理论、改进的 Wirtinger 不等式及互反凸组合引理等, 推证出了 NCS 可容错故障/容侵攻击的完整性充分条件, 进而给出了鲁棒 H_∞ 容错/容侵控制器与事件触发矩阵的协同设计方法, 达到了容错/容侵控制与网络通讯间的协同设计目标; 最后, 通过仿真算例验证了所得理论结果的有效性与可行性.

关键词: 离散事件触发通讯机制; 故障容错; 攻击容侵; 协同设计

中图分类号: TP273 文献标志码: A

Co-design method for fault-tolerant and attack-tolerance of NCS triggered by discrete event

LI Wei^{1,2,3}, SHI Ya-hong^{1,2,3}

(1. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 2. Key Laboratory of Gansu Advanced Control for Industrial Processes, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China; 3. National Demonstration Center for Experimental Electrical and Control Engineering Education, Lanzhou Univ. of Tech., Lanzhou 730050, China)

Abstract: Aimed at the problem of actuator failure and network attack, the co-design problem of fault-tolerance and attack-tolerance of NCS was studied under DETCS. Firstly, the framework of NCS with fault-tolerant and attack-tolerant ability was given out under DETCS and based on it, a closed-loop NCS model with coexistent failure and attack was established, which integrated the trigger condition, actuator failure, and network attack into one uniform framework. Secondly, by means of constructing Lyapunov-Krasovskii functional and utilizing comprehensively the time-delay system theory, improved Wirtinger's inequality and reciprocal convex combination lemma, a completeness sufficient condition for fault-tolerant and attack-tolerant NCS was deduced, so that the co-design method of robust H_∞ fault-tolerant/attack-tolerant controller and event-triggered matrix was given out and the goal of co-design of the fault-tolerant and attack-tolerant control and the network communication was achieved. Finally, by means of simulative computational illustration, the effectiveness and feasibility of the theoretical result obtained were verified.

Key words: discrete event-triggered communication scheme (DETCS); fault-tolerance of failure; attack-tolerance of aggression; co-design

网络化控制系统 (networked control system, NCS) 由物理对象、传感器、控制器、执行器和网络媒介构成, 是通过共享的信息网络进行信息交换的闭

环反馈控制系统^[1], 且广泛应用于智能电网、智能交通、无人机及生产过程等领域. 然而, 网络技术的发展与应用, 致使 NCS 面临更多的问题与挑战: NCS 的不断扩大与分散, 使其更具规模与分布性; 不确定因素与故障诱发因素的增加, 使其更加难以把控; 而网络环境的日趋复杂与开放, 又使得 NCS 更易遭受恶意攻击. 尤其是近几年接连出现的“震网”病毒

收稿日期: 2018-05-31

基金项目: 国家自然科学基金 (61364011, 61763027), 甘肃省自然科学基金 (1610RJYA013)

作者简介: 李 炜 (1963-), 女, 陕西西安人, 教授, 博导.

(Stuxnet)^[2]、“火焰”病毒(Flame)^[3]及“勒索”病毒(WannaCry)^[4]等网络恶意攻击事件,对工业生产、民众生活乃至国家安全都产生了深重的影响.因此,面对物理故障与网络攻击并存的 NCS,如何通过有效的安全控制与防护使其具有容错与容侵能力,可以说是当下工业领域研究的重难点之一. NCS 是控制与通讯技术交叉集成的产物,亦是物理故障与网络攻击共生的系统,但是由于技术发展处于不同时期,且不同领域学者关注的侧重点不同,因此更多的研究成果是将故障的容错与攻击的防护割裂进行.就 NCS 故障容错^[5-11]而言,受不同信息传输通讯机制的影响,其研究可分为两个阶段:早期研究绝大多数基于周期时间触发通讯机制(periodic time-triggered communication scheme, PTTCS),虽然其理论成熟、简单易行,但高采样频率会导致网络资源浪费和网络拥塞加剧等问题,且无法达到 QoC 和 QoS 的折衷平衡^[5-8].为克服 PTTCS 衍生的诸多问题,近几年学者们又相继提出了一类事件触发通讯机制下的 NCS 故障容错^[9-11],其中离散事件触发通讯机制(discrete event-triggered communication scheme, DETCS)因其优良的特性而受到了诸多关注.若以容错控制的视角来看攻击,从根本上可认为攻击是网络的故障,因此可根据网络攻击作用的位置及影响,进而借鉴故障容错的思想应对网络攻击,即为攻击容侵(attack tolerant). NCS 攻击容侵早在 19 世纪末就多有学者研究,主要沿用 IT 系统信息加密的理论思路,取得了较多的研究成果^[12-13],其重要手段诸如加密和解密应用的同时,不可避免地引入了更多的时延,造成资源与能源的浪费,还导致 NCS 控制性能受损,与其设计理念相悖.为规避此缺陷,学者们又转而从控制的视角来研究 NCS 攻击容侵,并进行了一些可行的初步探究.

NCS 可能遭受到的网络攻击主要有拒绝服务攻击(denial of service attack, DoS attack)、重放攻击(replay attack)和虚假数据注入攻击(false data injection attack),其中 DoS 攻击最易实现且危害最大,因此对 DoS 攻击的容侵也就更受关注^[14].Perris 等^[15-17]研究了网络攻击的频率和持续时间等特性,进而通过传统控制理论研究了 DoS 攻击下线性系统的稳定性;LI Yumei 等^[18-19]通过设计一类对攻击灵敏度最大而干扰影响最小的 H_∞ 滤波器,研究了随机网络攻击和干扰下控制系统的鲁棒 H_∞ 网络攻击的估计问题;Yuan 等^[20]采用博弈论的思想来离线设计最优攻击策略、最优防御策略等进而使得系统安全可靠运行而不致崩溃;而 Yaseen 等^[21-23]

通过对攻击的在线实时检测并采用相应的容侵策略,使系统免受或减缓攻击的影响.

综上分析可知, NCS 故障容错、攻击容侵虽取得了不少成果,但多局限于独立设计,少有人涉足 NCS 故障与攻击并存的容错容侵协同研究.然而,实际 NCS 会不可避免地出现故障与攻击并存的情况,鉴于此,本文针对具有执行器失效故障和网络攻击的 NCS,基于 DETCS 研究了 NCS 容错/容侵控制与通讯网络的协同设计问题,以期从物理层和网络层两方面共同提高 NCS 的安全性.

1 系统描述

1.1 系统结构及数据传输过程

基于 DETCS,考虑一般的执行器失效故障与网络攻击,闭环 NCS 系统的结构如图 1 所示.该系统由被控对象、智能传感单元、控制单元、零阶保持器(zero-order holder, ZOH)、执行器和通讯网络构成.其中,智能传感单元包括传感器、采样器及事件发生器;控制单元是一类具有故障容错/攻击容侵双容功能的控制器.需要强调的是,在控制端与其后端的通讯网络上,均有相应的攻击 $a_k^s(t_k)$ 与 $a_k^a(t_k)$,根据其所在位置不同,分别称其为传感器网络攻击和执行器网络攻击.

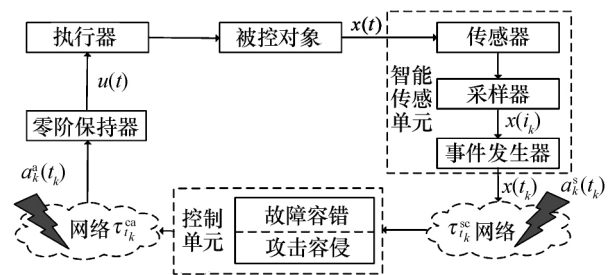


图 1 DETCS 下 NCS 容错容侵控制图

Fig. 1 Block-diagram of NCS fault-tolerant and attack-tolerant control under DETCS

结合各单元功能与数据流向,可将系统中数据传输过程归结为三个阶段.第一阶段(智能传感单元+传感网络):传感器与采样器对系统输出检测并等周期采样→事件发生器对满足触发条件的数据筛选→网络传输数据至控制单元;第二阶段(控制单元+控制网络):控制器对接收到的数据进行故障容错/攻击容侵计算→网络传输控制数据至 ZOH;第三阶段(执行单元+被控对象):ZOH 对数据保持→执行器作用于被控对象,由此完成数据的一轮传输.

这里假设传感单元受时钟驱动并进行等周期采样,采样周期为 h ,采样序列为 $\{i_k\}, k=0, 1, 2, \dots$;控

制单元与执行单元均由事件驱动,经事件发生器筛选的数据发送周期记为 h_k ,发送序列为 $\{t_k\}, k=0, 1, 2, \dots$.

注 1 由假设可知,传感器和采样器均等周期更新数据;控制器、执行器和零阶保持器均由事件驱动,即非均匀周期更新数据,因此系统中数据传输是非均匀的,而且 t_k 一定是 i_k 的整数倍.

注 2 对执行器失效故障与网络攻击,本文以鲁棒的思想,旨在通过容错/容侵控制增益矩阵与事件触发矩阵的协同设计,使系统对执行器失效故障与网络恶意攻击不敏感,因此无需对故障与攻击在线检测.

1.2 被控对象模型

考虑如下不确定的线性 NCS:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})x(t) + (\mathbf{B} + \Delta\mathbf{B})u(t) + \mathbf{E}w(t) \\ z(t) = \mathbf{C}x(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m$ 分别为系统状态向量和控制输入向量; $w(t) \in R^q$ 为有界能量的外部扰动; $z(t) \in R^p$ 为被调输出; $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{E}, \mathbf{C}$ 是已知适维矩阵; $\Delta\mathbf{A}, \Delta\mathbf{B}$ 是范数有界的时变参数不确定性矩阵,且满足 $[\Delta\mathbf{A}, \Delta\mathbf{B}] = \mathbf{M}\mathbf{F}(t) [\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2]$. 其中, $\mathbf{M}, \mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ 是已知适维实常数矩阵; $\mathbf{F}(t)$ 为未知时变实值连续矩阵函数,其元素 Lebesgue 可测,且满足 $\mathbf{F}^T(t)\mathbf{F}(t) \leq \mathbf{I}$.

1.3 DETCS 触发条件

图 1 中的事件发生器本质为触发条件的设置,本文采用最具代表性的事件触发条件^[24]:

$$e^T(i_k)\Phi e(i_k) \leq \sigma x^T(t_k)\Phi x(t_k) \quad (2)$$

即采样数据 $x(i_k)$ 满足式(2)的触发条件才可发送至控制器. 其中,定义 $e(i_k) = x(i_k) - x(t_k)$ 为状态误差,即系统的当前采样时刻状态 $x(i_k)$ 与上一时刻满足式(2)且将由网络传输的最新状态 $x(t_k)$ 之差; $\sigma \in [0, 1)$ 是一个与系统期望性能相关的事件触发参数,可预先设定; Φ 是待设计的正定对称矩阵.

1.4 DETCS 下 NCS 相关时延区间的分析

由前述分析可知,图 1 中系统等周期对输出采样,但受 DETCS 的约束,送至控制单元的数据传输周期是非均匀的(也即非均匀周期容错/容侵控制),因此本质上是一类连续对象与非均匀采样控制的采样数据系统^[25]. 对于此类系统的综合分析方法,其优选为时滞系统理论^[26],故有必要对非均匀传输过程的时延区间进行分析与定义.

由于网络自身的物理属性, t_k 时刻数据要经过

一定的网络传输时延才能传输到执行器端,包括传感网络时延 $\tau_{i_k}^{sc}$ 、控制计算时延 $\tau_{i_k}^c$ 和控制网络时延 $\tau_{i_k}^{ca}$. 由于系统采用静态反馈控制增益,因此几部分时延可归并为 τ_{i_k} , 即 $\tau_{i_k}^{sc} + \tau_{i_k}^c + \tau_{i_k}^{ca} = \tau_{i_k}$.

由于事件发生器后的数据为非均匀传输,考虑时延问题,当 $x(t_k)$ 传输至执行器前端而 $x(t_{k+1})$ 还未送达时,传输区间定义为 $\Lambda = [t_k + \tau_{i_k}, t_{k+1} + \tau_{i_{k+1}})$,将传输区间剖分为若干个子区间,即 $\Lambda = \Lambda_k^0 \cup \dots \cup \Lambda_k^{l_k} \cup \dots \cup \Lambda_k^{d_k}$. 传输区间的某一个子区间形式是

$\Lambda_k^{l_k} = [t_k + l_k h + \tau_{i_k + l_k h}, t_k + (l_k + 1)h + \tau_{i_k + (l_k + 1)h})$ 其中: $l_k = 0, 1, 2, \dots, d_k, d_k h = t_{k+1} - t_k - h$, 假设 $\tau_{i_k + l_k h}$ 为 $t_k + l_k h$ 时刻的网络传输时延.

定义时延函数: $\tau(t) = t - i_k, t \in \Lambda$, 且 $\tau(t)$ 满足 $0 \leq \tau_1 \leq \tau(t) \leq h + \tau' = \tau_2$. 其中: $\tau_1 = \min\{\tau_{i_k + l_k h}\}, \tau_2 = h + \tau' = h + \max\{\tau_{i_k + l_k h}\}, \tau'$ 是时延函数 $\tau(t)$ 在 $t_k + (l_k + 1)h$ 时刻的上界.

1.5 控制输入及网络攻击模型

根据网络攻击对系统的影响,本文假定传感器网络攻击作用于控制输入的每一项上,执行器网络攻击则作用于整个控制输入上. 考虑事件触发机制所特有的非均匀传输特性、攻击作用的位置与特点,控制输入采用非均匀传输的状态反馈进行更新:

$$u(t) = \mathbf{K}[x(t_k) + \mathbf{F}_s \beta(t_k) a_k^s(t_k)] + \mathbf{F}_a \alpha(t_k) a_k^a(t_k) \quad (3)$$

其中: $t \in [t_k, t_{k+1})$; $\mathbf{K} \in R^{m \times n}$ 为待设计的控制器增益矩阵; $a_k^s(t) \in R^{n_{sc}}, a_k^a(t) \in R^{n_{ca}}$ 分别为传感器网络攻击和执行器网络攻击; $\mathbf{F}_s, \mathbf{F}_a$ 为已知适维矩阵; $\alpha(t), \beta(t)$ 为取值 1 或 0 的 Markovian 随机过程,即 $\alpha(t) = 1$ 或 0 分别表示执行器网络攻击 $a_k^a(t)$ 发生或未发生; $\beta(t) = 1$ 或 0 分别表示传感器网络攻击 $a_k^s(t)$ 发生或未发生. 并假设 $\alpha(t)$ 与 $\beta(t)$ 是相互独立的随机变量且与 $w(t)$ 、初始状态 x_0 独立. 因为攻击作用在控制器两端的通讯媒介上,所以当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时, $a_k^s(t_k), \alpha_k^a(t_k), \alpha(t_k), \beta(t_k)$ 实际上是 $a_k^s(t), a_k^a(t), \alpha(t), \beta(t)$ 取 t_k 时刻的值.

1.6 闭环故障/攻击并存 NCS 模型的建立

考虑更一般的执行器失效故障,模型描述为

$$u^f(t) = \mathbf{L}u(t) \quad (4)$$

其中: \mathbf{L} 为执行器故障程度, $\mathbf{L} = \text{diag}\{l_1, \dots, l_q, \dots, l_m\}; l_q \in [0, 1], q = 1, 2, \dots, m; l_q = 0$ 表示第 q 个执行器完全失效; $l_q = 1$ 表示第 q 个执行器正常工作; $l_q \in (0, 1)$ 表示第 q 个执行器部分失效.

结合式(2~4), $u(t)$ 又可表示为

$$u(t) = \mathbf{L}\mathbf{K}[x(t - \tau(t)) - e(i_k)] +$$

$$LKF_s \beta(t_k) a_k^s(t_k) + LF_a \alpha(t_k) a_k^a(t_k) \quad (5)$$

当 $t \in \Delta$ 时, 可得闭环执行器故障与网络攻击并存的 NCS 模型:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + Ew(t) + \\ (B + \Delta B)LK[x(t - \tau(t)) - e(i_k)] + \\ (B + \Delta B)LKF_s \beta(t_k) a_k^s(t_k) + \\ (B + \Delta B)LF_a \alpha(t_k) a_k^a(t_k) \\ z(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (6)$$

注 3 式(6)不仅包含执行器失效故障与事件触发信息, 更重要的是还涵盖网络攻击在内, 因此, 可为之后协同求取反馈增益矩阵 K 及事件触发矩阵 Φ 创造了条件, 使得容错/容侵控制与通讯的协同设计成为可能.

注 4 为了以鲁棒的思想实现对攻击的不敏感, 即被动容侵, 这里将网络攻击 $a_k^s(t_k)$ 与 $a_k^a(t_k)$ 视为一种特殊的外界干扰来处理.

2 相关引理

引理 1 给定矩阵 $R > 0$, 且对于所有连续可微函数 ω 在 $[a, b] \rightarrow R^n$, 下式成立:

$$l_R(\dot{\omega}) \geq \frac{1}{b-a} (\omega(b) - \omega(a))^T R (\omega(b) - \omega(a)) + \frac{3}{b-a} \tilde{\Omega}^T R \tilde{\Omega}$$

其中: $\tilde{\Omega} = \omega(b) + \omega(a) - \frac{2}{b-a} \int_a^b \omega(u) du$.

引理 2 假设 $f_1, f_2, \dots, f_N: R^m \rightarrow R$ 在开集 D 的子集中有正值, 且 $D \in R^m$. 那么, 在集合 D 中 f_i 的互反凸组合满足

$$\min_{\{\beta_i | \beta_i > 0, \sum_i \beta_i = 1\}} \sum_i \frac{1}{\beta_i} f_i(t) = \sum_i f_i(t) + \max_{g_{i,j}(t)} \sum_{i \neq j} g_{i,j}(t)$$

其中:

$$g_{i,j}: R^m \rightarrow R, \quad g_{i,j}(t) = g_{j,i}(t) \\ \begin{bmatrix} f_i(t) & g_{i,j}(t) \\ g_{i,j}(t) & f_j(t) \end{bmatrix} \geq 0$$

3 鲁棒 H_∞ 容错/容侵控制器设计

3.1 设计目标

在 DETCS 下, 针对执行器失效故障与网络攻击并存的不确定线性 NCS, 其容错/容侵控制与通讯的协同设计目标如下:

1) 在无攻击无扰动时, 协同求取反馈增益矩阵 K 与事件触发矩阵 Φ , 使得系统(6)渐进稳定.

2) 在有攻击有扰动时, 对于零初始条件下 $w(t) \neq 0, a_k^s(t_k) \neq 0, a_k^a(t_k) \neq 0$ 时, 满足:

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma_1^2 [\|w(t)\|_2 + \sum_{k=0}^{+\infty} (t_{k+1} - t_k) (\|a_k^s(t_k)\|_2 + \|a_k^a(t_k)\|_2)]$$

其中, γ_1 是欲寻优参数, $\|\cdot\|_2$ 是 $L_2[0, \infty)$ 范数.

3) 在无攻击有扰动时, 对于零初始条件下的 $w(t) \neq 0$, 满足 $\|z(t)\|_2 \leq \gamma_2^2 \|w(t)\|_2$, 其中, γ_2 亦是欲寻优参数.

4) 在确保系统容错/容侵的前提下, 尽可能地减少数据发送量以节约网络资源, 从而达到控制与通讯的协同设计目标.

3.2 鲁棒 H_∞ 容错/容侵控制器设计

定理 1 在 DETCS 下, 给定正数 τ_1, τ_2, σ , 且 $\sigma \in [0, 1)$, 对于存在执行器失效故障(4)与网络攻击 $a_k^s(t_k), a_k^a(t_k)$ 的系统(6), 如果存在对称正定矩阵 $X > 0$ 以及适维矩阵 $Y, V, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$, 满足:

$$\min \gamma_1 \quad \text{s. t.}$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ * & \Pi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_1 & \Xi_2 \\ * & \Xi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

则可以使得该系统在无攻击无扰动时渐进稳定, 在有攻击有扰动时具有形如下式的 H_∞ 性能指标, 式(5)是一种能够对故障/攻击进行容错/容侵的控制律, 反馈增益矩阵 $K = YX^{-1}$ 与事件触发矩阵 $\Phi = V^{-1}$ 可协同求取:

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma_1^2 [\|w(t)\|_2 + \sum_{k=0}^{+\infty} (t_{k+1} - t_k) (\|a_k^s(t_k)\|_2 + \|a_k^a(t_k)\|_2)] \quad (9)$$

其中:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} & 0 & 0 \\ * & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & 0 \\ * & * & \Pi_{33} & \Pi_{34} & 0 \\ * & * & * & \Pi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Pi_{55} \end{bmatrix}$$

$$\Pi_2 = \begin{bmatrix} \Pi_{16} & \Pi_{17} & M & \Pi_{19} \\ \Pi_{26} & 0 & 0 & \Pi_{29} \\ 0 & \Pi_{37} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_3 = \begin{bmatrix} \Pi_{66} & 0 & 0 & \Pi_{69} \\ * & \Pi_{77} & 0 & 0 \\ * & * & -\epsilon^{-1}I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11} & \mathbf{E}_{12} & \mathbf{E}_{13} & 0 & 0 & \mathbf{E}_{16} \\ * & \mathbf{E}_{22} & \mathbf{E}_{23} & \mathbf{E}_{24} & 0 & \mathbf{E}_{26} \\ * & * & \mathbf{E}_{33} & \mathbf{E}_{34} & 0 & 0 \\ * & * & * & \mathbf{E}_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \mathbf{E}_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \mathbf{E}_{66} \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{17} & \mathbf{E} & \mathbf{E}_{19} & \mathbf{E}_{110} & \mathbf{M} & \mathbf{E}_{112} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E}_{212} \\ \mathbf{E}_{37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E}_{612} \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_3 &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & 0 & \mathbf{E}_{912} \\ * & * & * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & \mathbf{E}_{1012} \\ * & * & * & * & -\epsilon^{-1} \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon \mathbf{I} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}_{11} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}^T - 6\mathbf{X} - \mathbf{R}_1 + 4\mathbf{R}_3, \mathbf{\Pi}_{12} = \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{Y} \\ \mathbf{\Pi}_{13} &= -4\mathbf{X} + 2\mathbf{R}_3, \mathbf{\Pi}_{16} = -\mathbf{\Pi}_{12}, \mathbf{\Pi}_{17} = \frac{6}{\tau_1}(2\mathbf{X} - \mathbf{R}_3) \\ \mathbf{\Pi}_{19} &= \mathbf{X}\mathbf{E}_1^T, \mathbf{\Pi}_{22} = \boldsymbol{\sigma}(2\mathbf{X} - \mathbf{V}) + 2\mathbf{R}_4 - \mathbf{R}_5 - \mathbf{R}_5^T \\ \mathbf{\Pi}_{23} &= -\mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5, \mathbf{\Pi}_{24} = -\mathbf{R}_4 + \mathbf{R}_5^T, \mathbf{\Pi}_{26} = -\mathbf{\Pi}_{22} \\ \mathbf{\Pi}_{29} &= (\mathbf{E}_2\mathbf{L}\mathbf{Y})^T, \mathbf{\Pi}_{33} = -10\mathbf{X} + \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2 + 4\mathbf{R}_3 + \mathbf{R}_4 \\ \mathbf{\Pi}_{34} &= 2\mathbf{X} - \mathbf{R}_5^T, \mathbf{\Pi}_{37} = \mathbf{\Pi}_{17}, \mathbf{\Pi}_{44} = -4\mathbf{X} + \mathbf{R}_2 + \mathbf{R}_4 \\ \mathbf{\Pi}_{55} &= \tau_1^2(2\mathbf{X} - \mathbf{R}_3) + \tau_s^2(2\mathbf{X} - \mathbf{R}_4), \mathbf{\Pi}_{69} = -\mathbf{\Pi}_{29} \\ \mathbf{\Pi}_{66} &= (\sigma - 1)(2\mathbf{X} - \mathbf{V}), \mathbf{\Pi}_{77} = -\frac{12}{\tau_1^2}(2\mathbf{X} - \mathbf{R}_3) \\ \mathbf{E}_{11} &= \mathbf{\Pi}_{11} + \mathbf{C}^T\mathbf{C}, \mathbf{E}_{12} = \mathbf{\Pi}_{12}, \mathbf{E}_{13} = \mathbf{\Pi}_{13}, \mathbf{E}_{16} = -\mathbf{E}_{12} \\ \mathbf{E}_{17} &= \mathbf{\Pi}_{17}, \mathbf{E}_{19} = \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{K}\mathbf{F}_s\boldsymbol{\beta}, \mathbf{E}_{110} = \mathbf{B}\mathbf{L}\mathbf{F}_a\boldsymbol{\alpha}, \mathbf{E}_{112} = \mathbf{\Pi}_{19} \\ \mathbf{E}_{22} &= \mathbf{\Pi}_{22}, \mathbf{E}_{23} = \mathbf{\Pi}_{23}, \mathbf{E}_{24} = \mathbf{\Pi}_{24}, \mathbf{E}_{26} = -\mathbf{E}_{22} \\ \mathbf{E}_{212} &= \mathbf{\Pi}_{29}, \mathbf{E}_{33} = \mathbf{\Pi}_{33}, \mathbf{E}_{34} = \mathbf{\Pi}_{34}, \mathbf{E}_{37} = \mathbf{E}_{17} \\ \mathbf{E}_{44} &= \mathbf{\Pi}_{44}, \mathbf{E}_{55} = \mathbf{\Pi}_{55}, \mathbf{E}_{66} = \mathbf{\Pi}_{66}, \mathbf{E}_{612} = -\mathbf{E}_{212} \\ \mathbf{E}_{77} &= \mathbf{\Pi}_{77}, \mathbf{E}_{912} = (\mathbf{E}_2\mathbf{L}\mathbf{K}\mathbf{F}_s\boldsymbol{\beta})^T, \mathbf{E}_{1012} = (\mathbf{E}_2\mathbf{L}\mathbf{F}_a\boldsymbol{\alpha})^T \end{aligned}$$

证明 考虑 $\omega(t) = 0, a_k^s(t_k) = 0, a_k^a(t_k) = 0$, 构造如下形式的 Lyapunov-Krasovskii 泛函使得系统 (6) 渐进稳定:

$$V(x_t) = V_1(x_t) + V_2(x_t) + V_3(x_t) \quad (10)$$

$$V_1(x_t) = x^T(t)\mathbf{P}x(t) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V_2(x_t) &= \int_{t-\tau_1}^t x^T(s)\mathbf{Q}_1x(s)ds + \\ &\int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} x^T(s)\mathbf{Q}_2x(s)ds \quad (12) \end{aligned}$$

$$V_3(x_t) = \int_{-\tau_1}^0 \int_{t+\theta}^t \tau_1 \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_1\dot{x}(s)dsd\theta +$$

$$\int_{-\tau_2}^{-\tau_1} \int_{t+\theta}^t \tau_s \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_2\dot{x}(s)dsd\theta \quad (13)$$

其中: $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0, \mathbf{Q}_1 = \mathbf{Q}_1^T > 0, \mathbf{Q}_2 = \mathbf{Q}_2^T > 0, \mathbf{Z}_1 > 0, \mathbf{Z}_2 > 0, \tau_s = \tau_2 - \tau_1$.

沿系统 (6) 对 $V(x_t)$ 求导, 即对 $V_1(x_t), V_2(x_t), V_3(x_t)$ 分别求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x_t) &= 2x^T(t)\mathbf{P}\dot{x}(t) \\ \dot{V}_2(x_t) &= x^T(t)\mathbf{Q}_1x(t) - x^T(t - \tau_1)\mathbf{Q}_1x(t - \tau_1) + \\ &x^T(t - \tau_1)\mathbf{Q}_2x(t - \tau_1) - x^T(t - \tau_2)\mathbf{Q}_2x(t - \tau_2) \\ \dot{V}_3(x_t) &= \tau_1^2 \dot{x}^T(t)\mathbf{Z}_1\dot{x}(t) - \tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_1\dot{x}(s)ds + \\ &\tau_s^2 \dot{x}^T(t)\mathbf{Z}_2\dot{x}(t) - \tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_2\dot{x}(s)ds \end{aligned}$$

因此:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x_t) &= \dot{V}_1(x_t) + \dot{V}_2(x_t) + \dot{V}_3(x_t) + \\ &e^T(i_k)\boldsymbol{\Phi}e(i_k) - e^T(i_k)\boldsymbol{\Phi}e(i_k) \quad (14) \end{aligned}$$

对于 $\dot{V}_3(x_t)$ 中的积分项 $-\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_1\dot{x}(s)ds$, 利用引理 1, 则有

$$\begin{aligned} -\tau_1 \int_{t-\tau_1}^t \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_1\dot{x}(s)ds &\leq \\ &- [x(t) - x(t - \tau_1)]^T \mathbf{Z}_1 [x(t) - x(t - \tau_1)] - \\ &3 \left[x(t) + x(t - \tau_1) - \frac{2}{\tau_1} \int_{t-\tau_1}^t x(u)du \right]^T \mathbf{Z}_1 \\ &\left[x(t) + x(t - \tau_1) - \frac{2}{\tau_1} \int_{t-\tau_1}^t x(u)du \right] = \\ &- 4x^T(t)\mathbf{Z}_1x(t) - 2x^T(t)\mathbf{Z}_1x(t - \tau_1) - \\ &2x^T(t - \tau_1)\mathbf{Z}_1x(t) - 4x^T(t - \tau_1)\mathbf{Z}_1x(t - \tau_1) + \\ &\frac{6}{\tau_1} x^T(t)\mathbf{Z}_1 \int_{t-\tau_1}^t x(u)du + \\ &\frac{6}{\tau_1} x^T(t - \tau_1)\mathbf{Z}_1 \int_{t-\tau_1}^t x(u)du + \\ &\frac{6}{\tau_1} \int_{t-\tau_1}^t x^T(u)du \mathbf{Z}_1 x(t) + \\ &\frac{6}{\tau_1} \int_{t-\tau_1}^t x^T(u)du \mathbf{Z}_1 x(t - \tau_1) - \\ &\frac{12}{\tau_1^2} \int_{t-\tau_1}^t x^T(u)du \mathbf{Z}_1 \int_{t-\tau_1}^t x(u)du \quad (15) \end{aligned}$$

对于 $\dot{V}_3(x_t)$ 中的积分项 $-\tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_2\dot{x}(s)ds$, 利用引理 2, 则有

$$\begin{aligned} -\tau_s \int_{t-\tau_2}^{t-\tau_1} \dot{x}^T(s)\mathbf{Z}_2\dot{x}(s)ds &\leq \\ &- \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_2) \\ x(t - \tau_1) - x(t - \tau(t)) \end{bmatrix}^T \\ &\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_2 & \mathbf{S} \\ * & \mathbf{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t - \tau(t)) - x(t - \tau_2) \\ x(t - \tau_1) - x(t - \tau(t)) \end{bmatrix} \quad (16) \end{aligned}$$

其中, $\begin{bmatrix} Z_2 & S \\ * & Z_2 \end{bmatrix} \geq 0$. 定义

$$\psi_1^T(t) = [x^T(t) \quad x^T(t - \tau(t)) \quad x^T(t - \tau_1) \quad x^T(t - \tau_2) \quad \dot{x}^T(t) \quad e^T(i_k) \int_{t-\tau_1}^t x^T(u) du]^T$$

则

$$\dot{V}(x_t) \leq \psi_1^T(t) \Pi' \psi_1(t) \quad (17)$$

其中:

$$\Pi' = \begin{bmatrix} \Pi'_{11} & \Pi'_{12} & \Pi'_{13} & 0 & 0 & \Pi'_{16} & \Pi'_{17} \\ * & \Pi'_{22} & \Pi'_{23} & \Pi'_{24} & 0 & \Pi'_{26} & 0 \\ * & * & \Pi'_{33} & \Pi'_{34} & 0 & 0 & \Pi'_{37} \\ * & * & * & \Pi'_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Pi'_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Pi'_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Pi'_{77} \end{bmatrix}$$

$$\Pi'_{11} = P(A + \Delta A) + (A + \Delta A)^T P + Q_1 - 4Z_1$$

$$\Pi'_{12} = P(B + \Delta B)LK, \Pi'_{13} = -2Z_1, \Pi'_{16} = -\Pi'_{12}$$

$$\Pi'_{17} = \frac{6}{\tau_1} Z_1, \Pi'_{22} = \sigma \Phi - 2Z_2 + S^T + S$$

$$\Pi'_{23} = Z_2 - S, \Pi'_{24} = Z_2 - S^T, \Pi'_{26} = -\Pi'_{22}$$

$$\Pi'_{33} = -Q_1 + Q_2 - 4Z_1 - Z_2, \Pi'_{34} = S^T$$

$$\Pi'_{37} = \Pi'_{17}, \Pi'_{44} = -Q_2 - Z_2, \Pi'_{55} = \tau_1^2 Z_1 + \tau_2^2 Z_2$$

$$\Pi'_{66} = \sigma \Phi - \Phi, \Pi'_{77} = -\frac{12}{\tau_1^2} Z_1$$

若 $\Pi' < 0$, 由 Lyapunov 稳定性理论可知系统 (6) 渐进稳定, 即闭环故障/攻击并存系统 (6) 具有鲁棒完整性.

根据参数不确定性引理, $\Pi' < 0$ 等价于

$$\Pi'' + \epsilon H H^T + \epsilon^{-1} E^T E < 0 \quad (18)$$

其中:

$$\Pi'' = \begin{bmatrix} \Pi''_{11} & \Pi''_{12} & \Pi''_{13} & 0 & 0 & \Pi''_{16} & \Pi''_{17} \\ * & \Pi''_{22} & \Pi''_{23} & \Pi''_{24} & 0 & \Pi''_{26} & 0 \\ * & * & \Pi''_{33} & \Pi''_{34} & 0 & 0 & \Pi''_{37} \\ * & * & * & \Pi''_{44} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Pi''_{55} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \Pi''_{66} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \Pi''_{77} \end{bmatrix}$$

$$\Pi''_{11} = PA + A^T P + Q_1 - 4Z_1, \Pi''_{12} = PBLK$$

$$\Pi''_{13} = \Pi'_{13}, \Pi''_{16} = -\Pi''_{12}, \Pi''_{17} = \Pi'_{17}, \Pi''_{22} = \Pi'_{22}$$

$$\Pi''_{23} = \Pi'_{23}, \Pi''_{24} = \Pi'_{24}, \Pi''_{26} = \Pi'_{26}, \Pi''_{33} = \Pi'_{33}$$

$$\Pi''_{34} = \Pi'_{34}, \Pi''_{37} = \Pi'_{37}, \Pi''_{44} = \Pi'_{44}, \Pi''_{55} = \Pi'_{55}$$

$$\Pi''_{66} = \Pi'_{66}, \Pi''_{77} = \Pi'_{77}$$

$$\Pi''_{29} = (E_2 LK)^T, \Pi''_{69} = -\Pi''_{29}$$

$$H = [(PM)^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$E = [E_1 \quad \Pi''_{29}^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \Pi''_{69}^T \quad 0]$$

然后再对式 (18) 采用 Schur 补引理, 则可变换为

$$\Pi''' = \begin{bmatrix} \Pi'''_1 & \Pi'''_2 \\ * & \Pi'''_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

其中

$$\Pi'''_1 = \begin{bmatrix} \Pi'''_{11} & \Pi'''_{12} & \Pi'''_{13} & 0 & 0 \\ * & \Pi'''_{22} & \Pi'''_{23} & \Pi'''_{24} & 0 \\ * & * & \Pi'''_{33} & \Pi'''_{34} & 0 \\ * & * & * & \Pi'''_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Pi'''_{55} \end{bmatrix}$$

$$\Pi'''_2 = \begin{bmatrix} \Pi'''_{16} & \Pi'''_{17} & PM & E_1^T \\ \Pi'''_{26} & 0 & 0 & \Pi'''_{29} \\ 0 & \Pi'''_{37} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi'''_3 = \begin{bmatrix} \Pi'''_{66} & 0 & 0 & \Pi'''_{69} \\ * & \Pi'''_{77} & 0 & 0 \\ * & * & -\epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix}$$

因为不等式 (19) 是非线性的, 对其进行合同变换, 即给不等式两边分别左乘、右乘一个对角阵 $\text{diag} \{P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad P^{-1} \quad I \quad I\}$, 并令 $P^{-1} = X, Y = KX, Q_1^{-1} = R_1, Q_2^{-1} = R_2, Z_1^{-1} = R_3, Z_2^{-1} = R_4, S^{-1} = R_5, \Phi^{-1} = V, P^{-1} \Omega P^{-1} \geq 2P^{-1} - \Omega^{-1} = 2X - \Omega^{-1}, (\Omega = Q_1, Q_2, Z_1, Z_2, S, \Phi)$, 即可将其变为线性矩阵不等式 $\Pi < 0$ (不等式 (7)) 从而求出可行解.

在零初始条件下, 当 $w(t) \neq 0, a_k^s(t_k) \neq 0, a_k^a(t_k) \neq 0$ 时, 构造如下 H_∞ 性能指标函数:

$$J_1 = \dot{V}(x_t) + z^T(t) z(t) - \gamma^2 [w^T(t) w(t) + a_k^{sT}(t_k) a_k^s(t_k) + a_k^{aT}(t_k) a_k^a(t_k)] \quad (20)$$

记

$$\psi_2^T(t) = [\phi_1^T(t) \quad w^T(t) \quad a_k^{sT}(t_k) \quad a_k^{aT}(t_k)]$$

则

$$J_1 = \psi_2^T(t) \mathcal{E}' \psi_2(t) \quad (21)$$

其中:

$$\mathcal{E}' = \begin{bmatrix} \mathcal{E}'_1 & \mathcal{E}'_2 \\ * & \mathcal{E}'_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{E}'_1 = \begin{bmatrix} \mathcal{E}'_{11} & \mathcal{E}'_{12} & \mathcal{E}'_{13} & 0 & 0 \\ * & \mathcal{E}'_{22} & \mathcal{E}'_{23} & \mathcal{E}'_{24} & 0 \\ * & * & \mathcal{E}'_{33} & \mathcal{E}'_{34} & 0 \\ * & * & * & \mathcal{E}'_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \mathcal{E}'_{55} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{16} & \mathbf{E}'_{17} & PE & \mathbf{E}'_{19} & \mathbf{E}'_{110} \\ \mathbf{E}'_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E}'_{37} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'_3 = \text{diag} \{ \mathbf{E}'_{66} \quad \mathbf{E}'_{77} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \}$$

$$\mathbf{E}'_{11} = \mathbf{\Pi}'_{11} + \mathbf{C}^T \mathbf{C}, \mathbf{E}'_{12} = \mathbf{\Pi}'_{12}, \mathbf{E}'_{13} = \mathbf{\Pi}'_{13}, \mathbf{E}'_{16} = -\mathbf{E}'_{12}$$

$$\mathbf{E}'_{17} = \mathbf{\Pi}'_{17}, \mathbf{E}'_{19} = \mathbf{P}(\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B}) \mathbf{L} \mathbf{K} \mathbf{F}_s \beta, \mathbf{E}'_{22} = \mathbf{\Pi}'_{22}$$

$$\mathbf{E}'_{110} = \mathbf{P}(\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B}) \mathbf{L} \mathbf{F}_a \alpha, \mathbf{E}'_{23} = \mathbf{\Pi}'_{23}, \mathbf{E}'_{24} = \mathbf{\Pi}'_{24}$$

$$\mathbf{E}'_{26} = -\mathbf{E}'_{22}, \mathbf{E}'_{33} = \mathbf{\Pi}'_{33}, \mathbf{E}'_{34} = \mathbf{\Pi}'_{34}, \mathbf{E}'_{37} = \mathbf{E}'_{17}$$

$$\mathbf{E}'_{44} = \mathbf{\Pi}'_{44}, \mathbf{E}'_{55} = \mathbf{\Pi}'_{55}, \mathbf{E}'_{66} = \mathbf{\Pi}'_{66}, \mathbf{E}'_{77} = \mathbf{\Pi}'_{77}$$

若 $\mathbf{E}' < 0$, 由 Lyapunov 稳定性理论可知 $J_1 < 0$.

应用参数不确定性引理, $\mathbf{E}' < 0$ 等价于

$$\mathbf{E}'' + \epsilon \mathbf{N} \mathbf{N}^T + \epsilon^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{G} < 0 \quad (22)$$

其中:

$$\mathbf{E}' = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_1 & \mathbf{E}'_2 \\ * & \mathbf{E}'_3 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{11} & \mathbf{E}'_{12} & \mathbf{E}'_{13} & 0 & 0 \\ * & \mathbf{E}'_{22} & \mathbf{E}'_{23} & \mathbf{E}'_{24} & 0 \\ * & * & \mathbf{E}'_{33} & \mathbf{E}'_{34} & 0 \\ * & * & * & \mathbf{E}'_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \mathbf{E}'_{55} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{16} & \mathbf{E}'_{17} & PE & \mathbf{E}'_{19} & \mathbf{E}'_{110} \\ \mathbf{E}'_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{E}'_{37} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'_3 = \text{diag} \{ \mathbf{E}'_{66} \quad \mathbf{E}'_{77} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \quad -\gamma_1^2 \mathbf{I} \}$$

$$\mathbf{N} = [(\mathbf{P} \mathbf{M})^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{E}_1 \quad \mathbf{E}'_{212} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{E}'_{612} \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{E}'_{912} \quad \mathbf{E}'_{1012}]^T$$

$$\mathbf{E}'_{11} = \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q}_1 - 4 \mathbf{Z}_1 + \mathbf{C}^T \mathbf{C}, \mathbf{E}'_{12} = \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{L} \mathbf{K}$$

$$\mathbf{E}'_{13} = \mathbf{E}'_{13}, \mathbf{E}'_{16} = -\mathbf{E}'_{12}, \mathbf{E}'_{17} = \mathbf{E}'_{17}, \mathbf{E}'_{19} = \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{L} \mathbf{K} \mathbf{F}_s \beta$$

$$\mathbf{E}'_{110} = \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{L} \mathbf{F}_a \alpha, \mathbf{E}'_{22} = \mathbf{E}'_{22}, \mathbf{E}'_{23} = \mathbf{E}'_{23}, \mathbf{E}'_{24} = \mathbf{E}'_{24}$$

$$\mathbf{E}'_{26} = \mathbf{E}'_{26}, \mathbf{E}'_{33} = \mathbf{E}'_{33}, \mathbf{E}'_{34} = \mathbf{E}'_{34}, \mathbf{E}'_{37} = \mathbf{E}'_{37}$$

$$\mathbf{E}'_{44} = \mathbf{E}'_{44}, \mathbf{E}'_{55} = \mathbf{E}'_{55}, \mathbf{E}'_{66} = \mathbf{E}'_{66}, \mathbf{E}'_{77} = \mathbf{E}'_{77}$$

$$\mathbf{E}'_{212} = (\mathbf{E}_2 \mathbf{L} \mathbf{K})^T, \mathbf{E}'_{612} = -\mathbf{E}'_{212}$$

$$\mathbf{E}'_{912} = (\mathbf{E}_2 \mathbf{L} \mathbf{K} \mathbf{F}_s \beta)^T, \mathbf{E}'_{1012} = (\mathbf{E}_2 \mathbf{L} \mathbf{F}_a \alpha)^T$$

然后再对式(22)采用 Schur 补引理, 则可变换为

$$\mathbf{E}''' = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'''_1 & \mathbf{E}'''_2 \\ * & \mathbf{E}'''_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

$$\mathbf{E}'''_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{11} & \mathbf{E}'_{12} & \mathbf{E}'_{13} & 0 & 0 & \mathbf{E}'_{16} \\ * & \mathbf{E}'_{22} & \mathbf{E}'_{23} & \mathbf{E}'_{24} & 0 & \mathbf{E}'_{26} \\ * & * & \mathbf{E}'_{33} & \mathbf{E}'_{34} & 0 & 0 \\ * & * & * & \mathbf{E}'_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \mathbf{E}'_{55} & 0 \\ * & * & * & * & * & \mathbf{E}'_{66} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'''_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{17} & PE & \mathbf{E}'_{19} & \mathbf{E}'_{110} & PM & \mathbf{E}_1^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E}'_{212} \\ \mathbf{E}'_{37} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{E}'_{612} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{E}'''_3 = \begin{bmatrix} \mathbf{E}'_{77} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & 0 & \mathbf{E}'_{912} \\ * & * & * & -\gamma_1^2 \mathbf{I} & 0 & \mathbf{E}'_{1012} \\ * & * & * & * & -\epsilon^{-1} \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\epsilon \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

同样, 给不等式(23)两边分别左乘、右乘一个对角阵 $\text{diag} \{ \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{P}^{-1} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I} \quad \mathbf{I} \}$, 并令 $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{X}, \mathbf{Y} = \mathbf{K} \mathbf{X}, \mathbf{Q}_1^{-1} = \mathbf{R}_1, \mathbf{Q}_2^{-1} = \mathbf{R}_2, \mathbf{Z}_1^{-1} = \mathbf{R}_3, \mathbf{Z}_2^{-1} = \mathbf{R}_4, \mathbf{S}^{-1} = \mathbf{R}_5, \mathbf{\Phi}^{-1} = \mathbf{V}, \mathbf{P}^{-1} \mathbf{\Omega} \mathbf{P}^{-1} \geq 2 \mathbf{P}^{-1} - \mathbf{\Omega}^{-1} = 2 \mathbf{X} - \mathbf{\Omega}^{-1}, (\mathbf{\Omega} = \mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \mathbf{S}, \mathbf{\Phi})$, 将其变为线性矩阵不等式 $\mathbf{E} < 0$ (不等式(8)), 即可求出可行解. 其中, 反馈控制增益矩阵 \mathbf{K} 与事件触发矩阵 $\mathbf{\Phi}$ 可通过求解 $\mathbf{K} = \mathbf{Y} \mathbf{X}^{-1}, \mathbf{\Phi} = \mathbf{V}^{-1}$ 协同得到.

对式(20)从 0 到 $+\infty$ 进行积分, 可得

$$V_{x_t} (+\infty) - V_{x_t} (0) \leq - \int_0^{+\infty} z^T(s) z(s) ds + \gamma_1^2 \int_0^{+\infty} w^T(s) w(s) ds + \gamma_1^2 \sum_{k=0}^{+\infty} (t_{k+1} - t_k) [a_k^{sT}(t_k) a_k^s(t_k) + a_k^{aT}(t_k) a_k^a(t_k)]$$

其中: $V_{x_t} (0) = 0, V_{x_t} (+\infty) \geq 0$.

因此, 在零初始条件下, 有

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma_1^2 [\|w(t)\|_2 + \sum_{k=0}^{+\infty} (t_{k+1} - t_k) (\|a_k^s(t_k)\|_2 + \|a_k^a(t_k)\|_2)] \quad (24)$$

成立. 至此, 相关 H_∞ 性能指标证毕.

注 5 在限定触发参数 σ 、时延上下界 τ_1, τ_2 及性能指标 γ_1 后, 由定理可进一步编程得到系统容错/容侵控制允许的最大传输周期 h_{\max} . 一方面, 它可为系统的设计提供依据; 另一方面, 可将其延伸, 当网络攻击的最大驻留时间不超过所求 h_{\max} 时, 系统的稳定性亦可得到保证.

3.3 鲁棒容错控制器设计

若不考虑攻击容侵, 针对系统(6)可在以上定理的基础上, 通过更改性能指标函数 J_1 的可抑制项即可得出如下无容侵能力的控制器设计推论.

推论 1 在 DETCS 下, 给定正数 τ_1, τ_2, σ , 且 $\sigma \in [0, 1]$, 对于存在执行器失效故障(4)与网络攻击

$a_k^s(t_k), a_k^a(t_k)$ 的系统(6), 如果存在对称正定矩阵 $X > 0$ 以及适维矩阵 $Y, V, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5$, 满足:

$$\min \gamma_2 \quad \text{s. t.} \quad \Pi = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 \\ * & \Pi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & \Psi_2 \\ * & \Psi_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (26)$$

则可以使得该系统在无攻击无扰动时渐进稳定, 在有扰动无攻击时具有形如下式的 H_∞ 性能指标, 式(5)是一类可被动容错故障的控制律, 反馈控制增益矩阵 $K = YX^{-1}$ 与事件触发权矩阵 $\Phi = V^{-1}$ 可协同求取:

$$\|z(t)\|_2 \leq \gamma_2^2 \|\omega(t)\|_2 \quad (27)$$

其中, 不等式(25)同定理中的不等式(7):

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \Psi_{13} & 0 & 0 \\ * & \Psi_{22} & \Psi_{23} & \Psi_{24} & 0 \\ * & * & \Psi_{33} & \Psi_{34} & 0 \\ * & * & * & \Psi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{55} \end{bmatrix}$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} \Psi_{16} & \Psi_{17} & E & M & \Psi_{110} \\ \Psi_{26} & 0 & 0 & 0 & \Psi_{210} \\ 0 & \Psi_{37} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Psi_3 = \begin{bmatrix} \Psi_{66} & 0 & 0 & 0 & \Psi_{610} \\ * & \Psi_{77} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\gamma_1^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & * & -\epsilon I \end{bmatrix}$$

$$\Psi_{11} = \Pi_{11} + C^T C, \Psi_{12} = \Pi_{12}, \Psi_{13} = \Pi_{13}$$

$$\Psi_{16} = -\Psi_{12}, \Psi_{17} = \Pi_{17}, \Psi_{110} = \Pi_{19}, \Psi_{22} = \Pi_{22}$$

$$\Psi_{23} = \Pi_{23}, \Psi_{24} = \Pi_{24}, \Psi_{26} = -\Psi_{22}, \Psi_{210} = \Pi_{29}$$

$$\Psi_{33} = \Pi_{33}, \Psi_{34} = \Pi_{34}, \Psi_{37} = \Xi_{17}, \Psi_{44} = \Pi_{44}$$

$$\Psi_{55} = \Pi_{55}, \Psi_{66} = \Pi_{66}, \Psi_{610} = -\Psi_{210}, \Psi_{77} = \Pi_{77}$$

证明同定理 1, 限于篇幅, 不再赘述.

4 仿真实验与结果分析

针对故障与攻击并存的 NCS, 为验证本文方法的可行性与有效性, 在文献[9]模型参数的基础上进行仿真. 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -1.3 & -0.5 \\ 0.7 & -1.8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos t \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_s = [0.01 \quad 0]^T, \quad F_a = [0 \quad 0.01]^T$$

$$\omega(t) = \begin{cases} 0 & (\text{其他}) \\ \cos(2\pi t) \exp(-0.2t) & (t \geq 5) \end{cases}$$

对于执行器正常和各种故障情况, 取 $L_1 = \text{diag}\{1, 1\}, L_2 = \text{diag}\{0, 1\}, L_3 = \text{diag}\{1, 0\}, L_4 = \text{diag}\{0.8, 0.5\}$ 分别表示执行器 1、2 正常, 执行器 1 完全失效, 执行器 2 完全失效, 执行器 1、2 部分失效等故障. 仿真中假设攻击 $a_k^s(t_k), a_k^a(t_k)$ 为服从 $N(0, 1, 0.01)$ 的独立白噪声序列^[27]. 令初始状态 $x(0) = [1 \quad -1]^T$, 采样周期 $h = 0.1 \text{ s}$, 取 $\tau_1 = 0.01 \text{ s}, \tau_2 = 0.25 \text{ s}$, 触发参数 $\sigma = 0.8, \epsilon = 0.1$. 这里考虑两侧网络均存在攻击的情形, 即 $\alpha(t_k) = 1, \beta(t_k) = 1$.

1) 控制器有容错有容侵能力的情形

针对故障模式 L_1, L_2, L_3, L_4 , 由定理可求得同时满足这四种故障相对应的抑制率 $\gamma_1 = 2.6948$, 并协同求得容错/容侵状态反馈增益矩阵 K 和事件触发权矩阵 Φ 为

$$K = \begin{bmatrix} -0.0083 & -0.0091 \\ -0.0047 & 0.0129 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0216 & -0.0006 \\ -0.0006 & 0.0441 \end{bmatrix}$$

当执行器正常 L_1 或发生 L_2, L_3, L_4 故障时, 在网络攻击的情况下, 控制器具有容错容侵能力下的状态分量 x_1, x_2 的响应曲线如图 2 和图 3 所示. 可以看出, 当控制器有容错有容侵能力时, 状态分量 x_1, x_2 分别从初始状态 1、-1 开始向平衡状态趋近, 在 5 s 之后收敛于平衡状态. 在此过程中, 除超调外, 其余时刻的误差均分别在 ± 0.0150 与 ± 0.0025 之间波动.

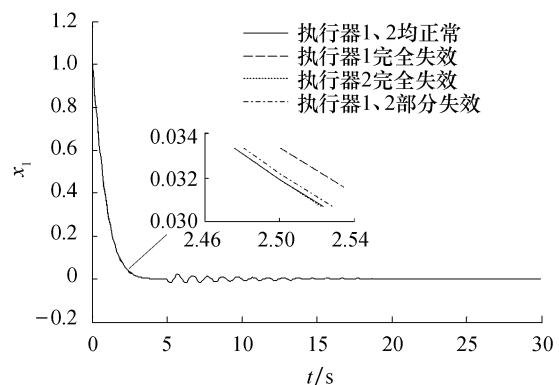


图 2 容错/容侵系统状态 x_1 的响应曲线
Fig. 2 Response curve of fault-tolerant/attack-tolerant system to state x_1

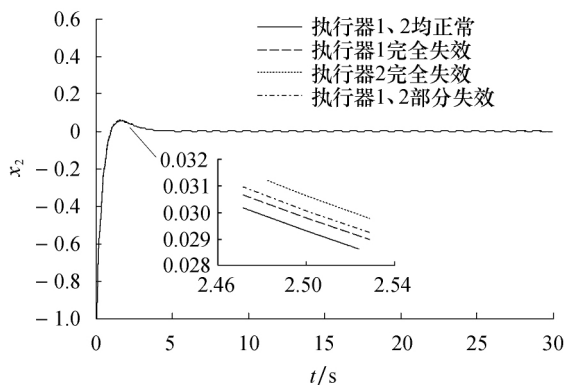


图 3 容错/容侵系统状态 x_2 的响应曲线

Fig. 3 Response curve of fault-tolerant/attack-tolerant system to state x_2

2) 控制器有容错无容侵能力的情形

采用前述不考虑网络攻击所得的推论,针对故障模式 L_1, L_2, L_3, L_4 ,由推论可求得同时满足这四种故障相对应的抑制率 $\gamma_2 = 2.3045$ 并协同求得状态反馈增益矩阵 K 和事件触发权矩阵 Φ 为

$$K = \begin{bmatrix} -0.0081 & -0.0081 \\ -0.0048 & 0.0127 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.0219 & -0.0013 \\ -0.0013 & 0.0417 \end{bmatrix}$$

当执行器正常 L_1 或发生 L_2, L_3, L_4 故障时,图 4、图 5 分别给出了存在相同网络攻击的情况下,控制器有容错无容侵能力时的状态分量 x_1, x_2 的响应曲线。

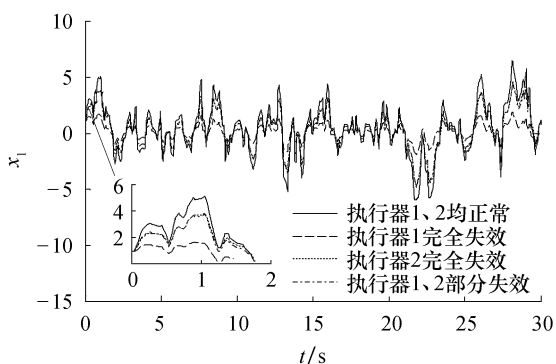


图 4 无攻击容侵能力的状态 x_1 的响应曲线

Fig. 4 Response curve of system without attack-tolerant ability to state x_1

从图 4、图 5 可以看出,此时状态分量 x_1, x_2 分别从 0.04 s 后便开始振荡幅值较大,且系统无恢复到平衡状态的趋势。

综合图 2~5 充分表明,即使系统存在故障并遭遇网络攻击,采用本文方法设计的容错/容侵控制器,不仅能对故障有效容错,还能对攻击有效容侵,同时也抑制了扰动的影响。

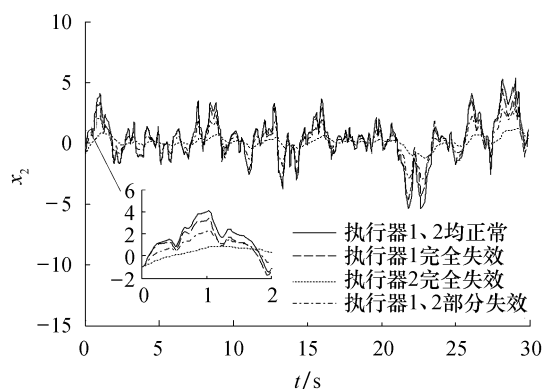


图 5 无攻击容侵能力的状态 x_2 的响应曲线

Fig. 5 Response curve of system without attack-tolerant ability to state x_2

图 6 给出了控制器具有容错/容侵能力下的非均匀传输 NCS 数据发送时刻与发送间隔.由图 6 分析可得,当触发参数 $\sigma = 0.8$ 时,在仿真时间 30 s 内,与传统 PTTCS 需传输 300 个数据相比较,DETCS 下仅传输了 35.33%,平均发送周期为 $\bar{h} = 0.29$ s.这也表明,本文方法不仅确保了系统具有容错容侵能力,还有效地节约了网络通讯资源,亦达到了容错/容侵控制与网络通讯质量协同平衡的目标。

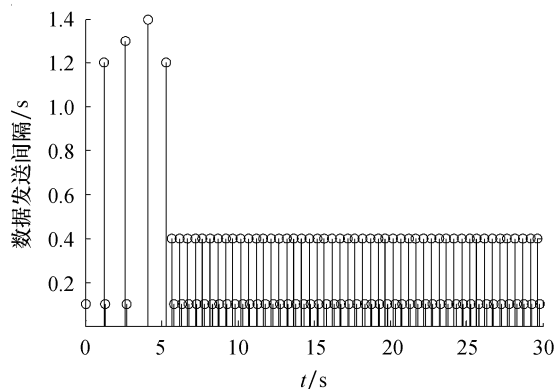


图 6 DETCS 下非均匀传输 NCS 的发送时刻与发送间隔
Fig. 6 Transmitting instant and transmitting interval of NCS with nonuniform transmission under DETCS

5 结论

本文针对具有执行器失效故障及网络攻击的 NCS,基于 DETCS 研究了此类系统故障容错/攻击容侵与网络通讯的协同设计问题.首先从 DETCS 下 NCS 故障容错与攻击容侵的架构入手,建立了闭环故障/攻击并存的 NCS,将执行器失效故障、网络攻击及触发条件统一于同一模型中;接着,应用时滞系统理论,通过构造适当的 Lyapunov-Krasovskii 泛函,利用改进的 Wirtinger 不等式及互反凸组合引理等,推证给出了使系统具有容错故障/容侵攻击

的鲁棒控制与通讯触发矩阵的求解方法,达到了容错/容侵与网络通讯协同设计的目标;最后,通过仿真算例,验证了本文方法在既发生执行器故障又遭遇网络攻击的情况下亦可使系统安全可靠运行.下一步需要解决的问题将是 DETCS 下 NCS 故障主动容错与攻击主动容侵.

参考文献:

- [1] 游科友,谢立华.网络控制系统的最新研究综述[J].自动化学报,2013,39(2):101-118.
- [2] 陈梁.“震网”病毒敲响自动化系统安全警钟[J].自动化技术与应用,2010,29(10):138-138.
- [3] 吕尧.基于火焰病毒攻击分析对我国信息安全工作的思考[J].信息安全与技术,2014,5(5):16-19.
- [4] 陈兴跃.勒索蠕虫病毒事件反思:网络安全能力急需协同[J].中国信息化,2017(6):8-11.
- [5] HUO Zhihong, FANG Huajing. Fault-tolerant control research for networked control system under communication constraints [J]. Acta Automatica Sinica, 2006, 2(5): 659-666.
- [6] FENG Jian, WANG Shenquan. Reliable fuzzy control for a class of nonlinear networked control systems with time delay [J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(7): 1091-1099.
- [7] 李炜,蒋栋年.基于 T-S 模糊模型的非线性网络化控制系统的 H_∞ 鲁棒容错控制 [J]. 控制与决策, 2010, 25(4): 598-604.
- [8] MAO Zehui, JIANG Bin. Fault estimation and accommodation for networked control systems with transfer delay [J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(7): 738-743.
- [9] 赵莉.基于离散事件触发的 NCS 鲁棒容错控制研究 [D]. 兰州:兰州理工大学, 2014.
- [10] 李亚洁,李炜.执行器饱和 NCS 的满意容错与通信的协同设计 [J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2017, 45(1): 69-75.
- [11] 王君,姚晓婉,李炜. NNCS 混合容错控制方法 [J]. 控制与决策, 2018(2): 316-329.
- [12] GUPTA R A, CHOW M Y. Performance assessment and compensation for secure networked control systems [C]// Conference of IEEE Industrial Electronics, 2008. [S. l.]: IEEE, 2008: 2929-2934.
- [13] ZHANG L, XIE L, LI W, *et al.* Security solutions for networked control systems based on DES algorithm and improved grey prediction model [J]. International Journal of Computer Network & Information Security, 2013, 6(1): 78-85.
- [14] 袁欢欢. Delta 算子网络化控制系统优化与安全问题研究 [D]. 秦皇岛:燕山大学, 2016.
- [15] DE PERSIS C, TESI P. Input-to-state stabilizing control under denial of service [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2015, 60(11): 2930-2944.
- [16] FENG Shuai, PIETRO Tesi. Resilient control under denial of service: robust design [C]// American Control Conference. [S. l.]: IEEE, 2016: 134-139.
- [17] DOLK V S, TESI P, PERSIS C D, *et al.* Event-triggered control systems under denial of service attacks [J]. IEEE Transactions on Control of Network Systems, 2017, 4(1): 93-105.
- [18] LI Y, VOOS H, DAROUACH M. Robust H_∞ cyber attacks estimation for control systems [C]// Control Conference. [S. l.]: IEEE, 2014: 3124-3129.
- [19] LI Y, VOOS H, DAROUACH M, *et al.* An application of linear algebra theory in networked control systems: stochastic cyber-attacks detection approach [J]. Ima Journal of Mathematical Control & Information, 2015, 11(1): 1-1.
- [20] YUAN Yuan, YUAN H, GUO L, *et al.* Resilient control of networked control system under DoS attacks: a unified game approach [J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2016, 12(5): 1786-1794.
- [21] YASEEN A A, BAYART M. Cyber-attack detection in the networked control system with faulty plant [C]// Mediterranean Conference on Control and Automation. Valtta, Malta: IEEE, 2017: 980-985.
- [22] YASEEN A A, BAYART M. Cyber-attack detection with fault accommodation based on intelligent generalized predictive control [C]// 20th World Congress of the International Federation of Automatic Control. Toulouse, France: [s. n.], 2017: 2601-2608.
- [23] YASEEN A A, BAYART M. Attack-Tolerant networked control system based on the deception for the cyber-attacks [C]// Industrial Control Systems Security. [S. l.]: IEEE, 2016: 37-44.
- [24] CHEN Peng, HAN Q L, YUE D. A discrete event-triggered communication scheme for networked T-S fuzzy systems [C]// Conference on IEEE Industrial Electronics Society. [S. l.]: IEEE, 2012: 2282-2287.
- [25] 肖会芹,何勇,吴敏,等.基于 T-S 模糊模型非线性网络控制系统改进 H_∞ 跟踪控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 71-78.
- [26] LIU Kun, FRIDMAN E. Wirtinger's inequality and Lyapunov-based sampled-data stabilization [J]. Automatica, 2012, 48(1): 102-108.
- [27] 于明,陈卫东,周希元.源端网络中 SYN 洪流攻击的自适应检测 [J]. 武汉大学学报(理学版), 2006, 52(5): 608-612.